

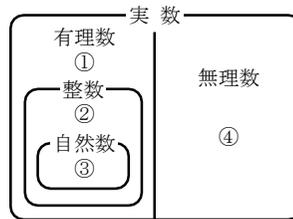
1 次の事柄が正しいか正しくないかをいいなさい。

- (1) $\sqrt{5}$ の平方は5である。
- (2) $-\sqrt{(-3)^2}$ の平方は3である。
- (3) 81 の平方根は ± 9 である。
- (4) 7 の平方根は $\sqrt{7}$ である。
- (5) -36 の平方根は ± 6 である。
- (6) $-\sqrt{(-13)^2}$ は無理数である。
- (7) $\sqrt{2.25}$ は有理数である。
- (8) $\sqrt{50}$ は $\sqrt{5}$ の10倍である。

2 数を右の図のように分類した。

次の数は、右の図の①～④のどこに入るかいいなさい。

- (1) -5
- (2) $\frac{3}{4}$
- (3) 2.75
- (4) $\sqrt{5}$
- (5) $\sqrt{49}$
- (6) $\sqrt{12}$
- (7) $\sqrt{(-6)^2}$
- (8) $-\sqrt{\frac{64}{25}}$



3 次の数の分母を有理化しなさい。

- (1) $\frac{2}{\sqrt{5}}$
- (2) $\frac{6\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$
- (3) $\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$
- (4) $\frac{4}{\sqrt{7}-3}$

4 次の計算をしなさい。

- (1) $\sqrt{32} - \sqrt{8} + \sqrt{72}$
- (2) $\sqrt{48} - 2\sqrt{8} + 5\sqrt{27} - \sqrt{50}$
- (3) $\frac{6}{\sqrt{2}} - \sqrt{8}$
- (4) $(\frac{10}{\sqrt{5}} - \frac{3}{\sqrt{2}}) \times \sqrt{8}$
- (5) $(4\sqrt{3} + 3\sqrt{2} - 6) \div 2\sqrt{6}$
- (6) $(3\sqrt{5} - 2)(2\sqrt{5} + 3)$
- (7) $(5\sqrt{2} - 4\sqrt{3})^2$
- (8) $(2\sqrt{3} + \sqrt{2})(2\sqrt{3} - \sqrt{2})$

5 次の計算をしなさい。

- (1) $\sqrt{3}(\sqrt{24} - \sqrt{6})$
- (2) $(\sqrt{2} + 2)(\sqrt{2} - 1)$
- (3) $(\sqrt{5} - \sqrt{2})(\sqrt{5} + \sqrt{3})$
- (4) $(\sqrt{2} + 1)^2$
- (5) $(\sqrt{8} - \sqrt{5})^2$
- (6) $(\sqrt{2} - 2\sqrt{3})(3\sqrt{2} + \sqrt{3})$
- (7) $(\sqrt{3} - 3\sqrt{2})(\sqrt{27} - \sqrt{8})$
- (8) $(\sqrt{7} + \sqrt{2})(\sqrt{7} - \sqrt{2})$
- (9) $\sqrt{6}(\sqrt{3} - \sqrt{2}) + 2\sqrt{3}$
- (10) $(\sqrt{6} - \sqrt{2})^2 + \sqrt{3}(4 - \sqrt{3})$
- (11) $\sqrt{3}(\sqrt{12} + \sqrt{18}) - (2\sqrt{3} + \sqrt{2})^2$

6 次の計算を下さい。

(1) $\sqrt{(-3)^2 \times 2} - \sqrt{8} + \sqrt{10} \sqrt{5}$

(3) $\frac{3}{\sqrt{3}} + 2\sqrt{48} - \sqrt{75} - \frac{10\sqrt{6}}{\sqrt{2}}$

(5) $\frac{3+\sqrt{2}}{\sqrt{3}} - \frac{2+\sqrt{8}}{\sqrt{6}}$

(7) $\left(\frac{\sqrt{5}+3}{\sqrt{6}}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{5}-3}{\sqrt{6}}\right)^2$

(2) $\sqrt{18} - \frac{5}{2\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{50}}{3}$

(4) $\frac{2}{\sqrt{2}}(\sqrt{8}-1) + \frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{3}} - 4$

(6) $(\sqrt{3}-\sqrt{18})(\sqrt{3}-\sqrt{2}) + \frac{24}{\sqrt{6}}$

(8) $(2+\sqrt{3}+\sqrt{7})(2+\sqrt{3}-\sqrt{7})$

7 不等式 $4 < \sqrt{5m} < 6$ を満たす正の整数 m を、すべて求めなさい。

8 4つの数 $\frac{5}{6}$, $\sqrt{\frac{5}{6}}$, $\frac{2}{3}$, $\sqrt{\frac{2}{3}}$ の大小を、不等号を用いて表しなさい。

9 $\sqrt{28a}$ が整数となるような自然数 a のうち、最小のものを求めなさい。

10 $\sqrt{\frac{936}{x}}$ が自然数となるような自然数 x のうち、最も小さいものを求めなさい。

11 $x = \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{3}}$, $y = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{3}}$ のとき、 $x^2 + y^2$ の値を求めなさい。

12 $\sqrt{7}$ の小数部分を x とするとき、 $x^2 + 4x$ の値を求めなさい。

1 次の事柄が正しいか正しくないかをいいなさい。

- (1) $\sqrt{5}$ の平方は5である。 (2) $-\sqrt{(-3)^2}$ の平方は3である。
 (3) 81 の平方根は ± 9 である。 (4) 7 の平方根は $\sqrt{7}$ である。
 (5) -36 の平方根は ± 6 である。 (6) $-\sqrt{(-13)^2}$ は無理数である。
 (7) $\sqrt{2.25}$ は有理数である。 (8) $\sqrt{50}$ は $\sqrt{5}$ の10倍である。

解答 (1) 正しい (2) 正しくない (3) 正しい (4) 正しくない
 (5) 正しくない (6) 正しくない (7) 正しい (8) 正しくない

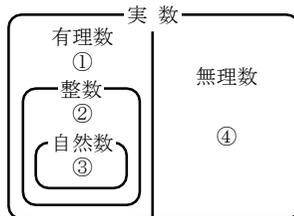
解説

- (1) 正しい
 (2) 正しくない
 $[-\sqrt{(-3)^2}]^2 = (-\sqrt{9})^2 = 9$ となる
 (3) 正しい
 (4) 正しくない
 [7 の平方根は $\sqrt{7}$ と $-\sqrt{7}$ の2つ]
 (5) 正しくない
 [負の数の平方根は考えない]
 (6) 正しくない
 $[-\sqrt{(-13)^2}]^2 = -13$, -13 は有理数
 (7) 正しい
 $[\sqrt{2.25} = \sqrt{1.5^2} = 1.5]$
 (8) 正しくない
 $[\sqrt{50} = \sqrt{5} \sqrt{10}$ より $\sqrt{10}$ 倍]

2 数を右の図のように分類した。

次の数は、右の図の①～④のどこに入るかいいなさい。

- (1) -5 (2) $\frac{3}{4}$ (3) 2.75
 (4) $\sqrt{5}$ (5) $\sqrt{49}$ (6) $\sqrt{12}$
 (7) $\sqrt{(-6)^2}$ (8) $-\sqrt{\frac{64}{25}}$



解答 (1) ② (2) ① (3) ① (4) ④ (5) ③ (6) ④ (7) ③
 (8) ①

解説

- (1) ②
 (2) ①
 (3) ①
 (4) ④
 (5) $\sqrt{49} = 7$ よって ③
 (6) $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ よって ④
 (7) $\sqrt{(-6)^2} = 6$ よって ③
 (8) $-\sqrt{\frac{64}{25}} = -\frac{8}{5}$ よって ①

3 次の数の分母を有理化しなさい。

- (1) $\frac{2}{\sqrt{5}}$ (2) $\frac{6\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$ (3) $\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$ (4) $\frac{4}{\sqrt{7}-3}$

解答 (1) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ (2) $2\sqrt{21}$ (3) $\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{3}$ (4) $-2(\sqrt{7}+3)$

解説

- (1) $\frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$
 (2) $\frac{6\sqrt{7}}{\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{7} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{21}}{3} = 2\sqrt{21}$
 (3) $\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{(\sqrt{5}-\sqrt{2})(\sqrt{5}+\sqrt{2})} = \frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{2})^2} = \frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{5-2} = \frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{3}$
 (4) $\frac{4}{\sqrt{7}-3} = \frac{4(\sqrt{7}+3)}{(\sqrt{7}-3)(\sqrt{7}+3)} = \frac{4(\sqrt{7}+3)}{(\sqrt{7})^2 - 3^2} = \frac{4(\sqrt{7}+3)}{7-9} = \frac{4(\sqrt{7}+3)}{-2} = -2(\sqrt{7}+3)$

4 次の計算をしなさい。

- (1) $\sqrt{32} - \sqrt{8} + \sqrt{72}$ (2) $\sqrt{48} - 2\sqrt{8} + 5\sqrt{27} - \sqrt{50}$
 (3) $\frac{6}{\sqrt{2}} - \sqrt{8}$ (4) $(\frac{10}{\sqrt{5}} - \frac{3}{\sqrt{2}}) \times \sqrt{8}$
 (5) $(4\sqrt{3} + 3\sqrt{2} - 6) \div 2\sqrt{6}$ (6) $(3\sqrt{5} - 2)(2\sqrt{5} + 3)$
 (7) $(5\sqrt{2} - 4\sqrt{3})^2$ (8) $(2\sqrt{3} + \sqrt{2})(2\sqrt{3} - \sqrt{2})$

解答 (1) $8\sqrt{2}$ (2) $19\sqrt{3} - 9\sqrt{2}$ (3) $\sqrt{2}$ (4) $4\sqrt{10} - 6$

(5) $\sqrt{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{6}}{2}$ (6) $24 + 5\sqrt{5}$ (7) $98 - 40\sqrt{6}$ (8) 10

解説

- (1) $\sqrt{32} - \sqrt{8} + \sqrt{72} = 4\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + 6\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$
 (2) $\sqrt{48} - 2\sqrt{8} + 5\sqrt{27} - \sqrt{50} = 4\sqrt{3} - 4\sqrt{2} + 15\sqrt{3} - 5\sqrt{2} = 19\sqrt{3} - 9\sqrt{2}$
 (3) $\frac{6}{\sqrt{2}} - \sqrt{8} = \frac{6\sqrt{2}}{2} - 2\sqrt{2} = 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = \sqrt{2}$
 (4) $(\frac{10}{\sqrt{5}} - \frac{3}{\sqrt{2}}) \times \sqrt{8} = (\frac{10\sqrt{5}}{5} - \frac{3\sqrt{2}}{2}) \times 2\sqrt{2} = 4\sqrt{10} - 6$
 (5) $(4\sqrt{3} + 3\sqrt{2} - 6) \div 2\sqrt{6} = \frac{4\sqrt{3}}{2\sqrt{6}} + \frac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{6}} - \frac{6}{2\sqrt{6}} = \frac{2}{\sqrt{2}} + \frac{3}{2\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{6}}{2} = \sqrt{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{6}}{2}$
 (6) $(3\sqrt{5} - 2)(2\sqrt{5} + 3) = 6 \times 5 + 9\sqrt{5} - 4\sqrt{5} - 6 = 19\sqrt{5}$

- $= 30 + 5\sqrt{5} - 6 = 24 + 5\sqrt{5}$
 (7) $(5\sqrt{2} - 4\sqrt{3})^2 = (5\sqrt{2})^2 - 2 \times 5\sqrt{2} \times 4\sqrt{3} + (4\sqrt{3})^2 = 50 - 40\sqrt{6} + 48 = 98 - 40\sqrt{6}$
 (8) $(2\sqrt{3} + \sqrt{2})(2\sqrt{3} - \sqrt{2}) = (2\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2 = 12 - 2 = 10$

5 次の計算をしなさい。

- (1) $\sqrt{3}(\sqrt{24} - \sqrt{6})$ (2) $(\sqrt{2} + 2)(\sqrt{2} - 1)$
 (3) $(\sqrt{5} - \sqrt{2})(\sqrt{5} + \sqrt{3})$ (4) $(\sqrt{2} + 1)^2$
 (5) $(\sqrt{8} - \sqrt{5})^2$ (6) $(\sqrt{2} - 2\sqrt{3})(3\sqrt{2} + \sqrt{3})$
 (7) $(\sqrt{3} - 3\sqrt{2})(\sqrt{27} - \sqrt{8})$ (8) $(\sqrt{7} + \sqrt{2})(\sqrt{7} - \sqrt{2})$
 (9) $\sqrt{6}(\sqrt{3} - \sqrt{2}) + 2\sqrt{3}$ (10) $(\sqrt{6} - \sqrt{2})^2 + \sqrt{3}(4 - \sqrt{3})$
 (11) $\sqrt{3}(\sqrt{12} + \sqrt{18}) - (2\sqrt{3} + \sqrt{2})^2$

解答 (1) $3\sqrt{2}$ (2) $\sqrt{2}$ (3) $5 - \sqrt{10} + \sqrt{15} - \sqrt{6}$ (4) $3 + 2\sqrt{2}$
 (5) $13 - 4\sqrt{10}$ (6) $-5\sqrt{6}$ (7) $21 - 11\sqrt{6}$ (8) 5 (9) $3\sqrt{2}$
 (10) 5 (11) $-8 - \sqrt{6}$

解説

- (1) $\sqrt{3}(\sqrt{24} - \sqrt{6}) = \sqrt{3}(2\sqrt{6} - \sqrt{6}) = \sqrt{3} \cdot \sqrt{6} = 3\sqrt{2}$
 (2) $(\sqrt{2} + 2)(\sqrt{2} - 1) = (\sqrt{2})^2 + (2-1)\sqrt{2} + 2 \times (-1) = 2 + \sqrt{2} - 2 = \sqrt{2}$
 (3) $(\sqrt{5} - \sqrt{2})(\sqrt{5} + \sqrt{3}) = (\sqrt{5})^2 + (-\sqrt{2} + \sqrt{3})\sqrt{5} - \sqrt{2}\sqrt{3} = 5 - \sqrt{10} + \sqrt{15} - \sqrt{6}$
 (4) $(\sqrt{2} + 1)^2 = (\sqrt{2})^2 + 2 \times \sqrt{2} \times 1 + 1^2 = 2 + 2\sqrt{2} + 1 = 3 + 2\sqrt{2}$
 (5) $(\sqrt{8} - \sqrt{5})^2 = (2\sqrt{2} - \sqrt{5})^2 = (2\sqrt{2})^2 - 2 \times 2\sqrt{2} \times \sqrt{5} + (\sqrt{5})^2 = 8 - 4\sqrt{10} + 5 = 13 - 4\sqrt{10}$
 (6) $(\sqrt{2} - 2\sqrt{3})(3\sqrt{2} + \sqrt{3}) = 3(\sqrt{2})^2 + \{1 \times \sqrt{3} + (-2\sqrt{3}) \times 3\}\sqrt{2} + (-2\sqrt{3}) \times \sqrt{3} = 6 - 5\sqrt{6} - 6 = -5\sqrt{6}$
 (7) $(\sqrt{3} - 3\sqrt{2})(\sqrt{27} - \sqrt{8}) = (\sqrt{3} - 3\sqrt{2})(3\sqrt{3} - 2\sqrt{2}) = 3(\sqrt{3})^2 + \{1 \times (-2\sqrt{2}) + (-3\sqrt{2}) \times 3\}\sqrt{3} + (-3\sqrt{2}) \times (-2\sqrt{2}) = 9 - 11\sqrt{6} + 12 = 21 - 11\sqrt{6}$
 (8) $(\sqrt{7} + \sqrt{2})(\sqrt{7} - \sqrt{2}) = (\sqrt{7})^2 - (\sqrt{2})^2 = 7 - 2 = 5$
 (9) $\sqrt{6}(\sqrt{3} - \sqrt{2}) + 2\sqrt{3} = 3\sqrt{2} - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 3\sqrt{2}$
 (10) $(\sqrt{6} - \sqrt{2})^2 + \sqrt{3}(4 - \sqrt{3}) = (\sqrt{6})^2 - 2 \times \sqrt{6} \times \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 + 4\sqrt{3} - (\sqrt{3})^2 = 6 - 4\sqrt{3} + 2 + 4\sqrt{3} - 3 = 5$
 (11) $\sqrt{3}(\sqrt{12} + \sqrt{18}) - (2\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 = \sqrt{3}(2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}) - \{(2\sqrt{3})^2 + 2 \times 2\sqrt{3} \times \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2\} = 6 + 3\sqrt{6} - (12 + 4\sqrt{6} + 2) = -8 - \sqrt{6}$

6 次の計算を下さい。

(1) $\sqrt{(-3)^2 \times 2} - \sqrt{8} + \sqrt{10} \sqrt{5}$

(3) $\frac{3}{\sqrt{3}} + 2\sqrt{48} - \sqrt{75} - \frac{10\sqrt{6}}{\sqrt{2}}$

(5) $\frac{3+\sqrt{2}}{\sqrt{3}} - \frac{2+\sqrt{8}}{\sqrt{6}}$

(7) $\left(\frac{\sqrt{5}+3}{\sqrt{6}}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{5}-3}{\sqrt{6}}\right)^2$

(2) $\sqrt{18} - \frac{5}{2\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{50}}{3}$

(4) $\frac{2}{\sqrt{2}}(\sqrt{8}-1) + \frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{3}} - 4$

(6) $(\sqrt{3}-\sqrt{18})(\sqrt{3}-\sqrt{2}) + \frac{24}{\sqrt{6}}$

(8) $(2+\sqrt{3}+\sqrt{7})(2+\sqrt{3}-\sqrt{7})$

解答 (1) $6\sqrt{2}$ (2) $\frac{\sqrt{2}}{12}$ (3) $-6\sqrt{3}$ (4) $\sqrt{2}$ (5) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (6) 9
(7) $2\sqrt{5}$ (8) $4\sqrt{3}$

解説

(1) $\sqrt{(-3)^2 \times 2} - \sqrt{8} + \sqrt{10} \sqrt{5}$
 $= \sqrt{3^2 \times 2} - \sqrt{2^2 \times 2} + \sqrt{5^2 \times 2}$
 $= 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + 5\sqrt{2}$
 $= 6\sqrt{2}$

(2) $\sqrt{18} - \frac{5}{2\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{50}}{3}$
 $= 3\sqrt{2} - \frac{5\sqrt{2}}{4} - \frac{5\sqrt{2}}{3}$
 $= \left(3 - \frac{5}{4} - \frac{5}{3}\right)\sqrt{2}$
 $= \frac{1}{12} \times \sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{12}$

(3) $\frac{3}{\sqrt{3}} + 2\sqrt{48} - \sqrt{75} - \frac{10\sqrt{6}}{\sqrt{2}}$
 $= \sqrt{3} + 8\sqrt{3} - 5\sqrt{3} - 10\sqrt{3}$
 $= -6\sqrt{3}$

(4) $\frac{2}{\sqrt{2}}(\sqrt{8}-1) + \frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{3}} - 4$
 $= 2\sqrt{4} - \frac{2}{\sqrt{2}} + 2\sqrt{2} - 4$
 $= 4 - \sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 4$
 $= \sqrt{2}$

(5) $\frac{3+\sqrt{2}}{\sqrt{3}} - \frac{2+\sqrt{8}}{\sqrt{6}}$
 $= \frac{3}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} - \frac{2}{\sqrt{6}} - \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{6}}$
 $= \sqrt{3} + \frac{\sqrt{6}}{3} - \frac{2\sqrt{6}}{6} - \frac{\sqrt{48}}{6}$
 $= \sqrt{3} + \frac{\sqrt{6}}{3} - \frac{\sqrt{6}}{3} - \frac{4\sqrt{3}}{6}$
 $= \frac{\sqrt{3}}{3}$

(6) $(\sqrt{3}-\sqrt{18})(\sqrt{3}-\sqrt{2}) + \frac{24}{\sqrt{6}}$
 $= 3 - \sqrt{3}\sqrt{2} - \sqrt{18}\sqrt{3} + \sqrt{18}\sqrt{2} + \frac{24\sqrt{6}}{6}$
 $= 3 - \sqrt{6} - 3\sqrt{6} + 6 + 4\sqrt{6}$
 $= 9$

(7) $\left(\frac{\sqrt{5}+3}{\sqrt{6}}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{5}-3}{\sqrt{6}}\right)^2$
 $= \left(\frac{\sqrt{5}+3}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{5}-3}{\sqrt{6}}\right)\left(\frac{\sqrt{5}+3}{\sqrt{6}} - \frac{\sqrt{5}-3}{\sqrt{6}}\right)$
 $= \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{6}} \times \frac{6}{\sqrt{6}}$
 $= 2\sqrt{5}$

(8) $(2+\sqrt{3}+\sqrt{7})(2+\sqrt{3}-\sqrt{7})$
 $= (2+\sqrt{3}+\sqrt{7})\{(2+\sqrt{3})-\sqrt{7}\}$
 $= (2+\sqrt{3})^2 - (\sqrt{7})^2$
 $= 4 + 4\sqrt{3} + 3 - 7$
 $= 4\sqrt{3}$

7 不等式 $4 < \sqrt{5m} < 6$ を満たす正の整数 m を、すべて求めなさい。

解答 $m=4, 5, 6, 7$

解説

$4 = \sqrt{16}, 6 = \sqrt{36}$ であるから
 $\sqrt{16} < \sqrt{5m} < \sqrt{36}$

よって $16 < 5m < 36$

すなわち $3.2 < m < 7.2$

したがって $m=4, 5, 6, 7$

8 4つの数 $\frac{5}{6}, \sqrt{\frac{5}{6}}, \frac{2}{3}, \sqrt{\frac{2}{3}}$ の大小を、不等号を用いて表しなさい。

解答 $\frac{2}{3} < \sqrt{\frac{2}{3}} < \frac{5}{6} < \sqrt{\frac{5}{6}}$

解説

$\frac{5}{6}, \sqrt{\frac{5}{6}}, \frac{2}{3}, \sqrt{\frac{2}{3}}$ はすべて正の数であるから、2乗しても大小関係は変わらない。

4つの数を2乗すると $\frac{25}{36}, \frac{5}{6}, \frac{4}{9}, \frac{2}{3}$

通分すると $\frac{25}{36}, \frac{30}{36}, \frac{16}{36}, \frac{24}{36}$

よって $\frac{16}{36} < \frac{24}{36} < \frac{25}{36} < \frac{30}{36}$

すなわち $\frac{2}{3} < \sqrt{\frac{2}{3}} < \frac{5}{6} < \sqrt{\frac{5}{6}}$

9 $\sqrt{28a}$ が整数となるような自然数 a のうち、最小のものを求めなさい。

解答 $a=7$

解説

$\sqrt{28a} = \sqrt{2^2 \times 7 \times a}$

よって、最小の a は $a=7$

10 $\sqrt{\frac{936}{x}}$ が自然数となるような自然数 x のうち、最も小さいものを求めなさい。

解答 $x=26$

解説

$\sqrt{\frac{936}{x}}$ が自然数となるのは、 $\frac{936}{x}$ が自然数の2乗になるときである。

自然数の2乗になるためには、 $\frac{936}{x}$ を素因数分解したときに、すべての指数が偶数に

なっている必要がある。

$\frac{936}{x} = \frac{2^3 \times 3^2 \times 13}{x}$ であるから、このような条件を満たす x で最も小さいものは

$x=2 \times 13=26$

11 $x = \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{3}}, y = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{3}}$ のとき、 x^2+y^2 の値を求めなさい。

解答 2

解説

$x+y = \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

$xy = \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{3}} = \frac{2-1}{3} = \frac{1}{3}$

よって $x^2+y^2 = (x+y)^2 - 2xy$

$= \left(\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^2 - 2 \times \frac{1}{3}$

$= \frac{8}{3} - \frac{2}{3} = \frac{6}{3} = 2$

12 $\sqrt{7}$ の小数部分を x とするとき、 x^2+4x の値を求めなさい。

解答 3

解説

$\sqrt{4} < \sqrt{7} < \sqrt{9}$ であるから $2 < \sqrt{7} < 3$

よって、 $\sqrt{7}$ の整数部分は2

ゆえに、 $\sqrt{7}$ の小数部分 x は $x = \sqrt{7} - 2$

$x^2+4x = (\sqrt{7}-2)^2 + 4 \times (\sqrt{7}-2)$
 $= (7 - 4\sqrt{7} + 4) + (4\sqrt{7} - 8)$
 $= 3$

別解 $x = \sqrt{7} - 2$ より $x+2 = \sqrt{7}$

両辺を2乗すると $(x+2)^2 = 7$

左辺を展開して $x^2+4x+4=7$

したがって $x^2+4x=3$