数学演習（数と式）Ｈ２８．７．８　＜各4点＞　　　　(　　)組(　　)番　名前(　　　　　　　　)

$\boxed{1}$ 次の式を展開せよ。

(1) $(2a-3b)(4a^2+6ab+9b^2)$　　(2) $(3x-2y)^3$

$\boxed{2}$ 次の式を展開せよ。

(1) $(2x-3y-z)^2$　　(2) $(x-2y+3z)(x+2y-3z)$

(3) $(x-y)^2(x+y)^2(x^2+y^2)^2$

$\boxed{3}$ 次の式を因数分解せよ。

(1) $a(x-2)-x+2$　　(2) $9a^2+12ab+4b^2$

(3) $x^2-2xy-24y^2$　　(4) $2x^2+28xy-144y^2$

$\boxed{4}$ 次の式を因数分解せよ。

(1) $3x^2+10x+3$　　(2) $6x^2+17xy-14y^2$　　(3) $27a^3+8b^3$

$\boxed{5}$ 次の式を因数分解せよ。

(1) $a^3-a^2c-ab^2+b^2c$　　(2) $2x^2+3xy-2y^2+x+7y-3$

$\boxed{6}$ 循環小数 $1.\dot{2}3\dot{4}$ を分数の形で表せ。

$\boxed{7}$ $\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}$ の分母を有理化せよ。

$\boxed{8}$ $4-\sqrt{3}$ の整数部分を a，小数部分を b とする。次の式の値を求めよ。[各2点]

(1)　a　　　(2)　b

$\boxed{9}$ 次の方程式，不等式を解け。

(1)　$|2x-1|=5$　　　(2)　$|3x+2|<5$

$\boxed{10}$ 次の方程式，不等式を解け。　$|x+3|=2x$

$\boxed{11}$ 次の式を簡単にせよ。

(1)　$\sqrt{7+2\sqrt{12}}$　　　(2)　$\sqrt{15-6\sqrt{6}}$

$\boxed{12}$ 次の命題の対偶を述べ，その真偽を調べよ。

「正三角形ならば 2 つの内角は等しい。」

$\boxed{13}$ a，b，x，y，z は実数とする。次の $\boxed{}$ に，下の(ア)～(エ)のうち，最も適するものを入れよ。

（ア）　必要条件である　　　（イ）　十分条件である

（ウ）　必要十分条件である　　　（エ）　必要条件でも十分条件でもない

(1)　$xy=yz=zx=0$ は $x=y=z=0$ であるための $\boxed{}$。

(2)　$a>2$ は $a^2 \fallingdotseq 1$ であるための $\boxed{}$。

数学演習（数と式）Ｈ２８．７．８　＜各4点＞

(　　)組(　　)番　名前(　　　　　　　　　　)

1 次の式を展開せよ。

(1) $(2a-3b)(4a^2+6ab+9b^2)$　　(2) $(3x-2y)^3$

解答 (1) $8a^3-27b^3$　(2) $27x^3-54x^2y+36xy^2-8y^3$

解説

(1) $(2a-3b)(4a^2+6ab+9b^2)=(2a)^3-(3b)^3=8a^3-27b^3$

(2) $(3x-2y)^3=(3x)^3-3\cdot(3x)^2\cdot 2y+3\cdot 3x\cdot(2y)^2-(2y)^3$

$=27x^3-54x^2y+36xy^2-8y^3$

2 次の式を展開せよ。

(1) $(2x-3y-z)^2$　　(2) $(x-2y+3z)(x+2y-3z)$

(3) $(x-y)^2(x+y)^2(x^2+y^2)^2$

解答 (1) $4x^2+9y^2+z^2-12xy+6yz-4zx$　(2) $x^2-4y^2+12yz-9z^2$

(3) $x^8-2x^4y^4+y^8$

解説

(1) (与式)$=(2x)^2+(-3y)^2+(-z)^2+2\cdot 2x(-3y)+2(-3y)(-z)+2(-z)\cdot 2x$

$=4x^2+9y^2+z^2-12xy+6yz-4zx$

(2) (与式)$=\{x-(2y-3z)\}\{x+(2y-3z)\}$

$=x^2-(2y-3z)^2=x^2-4y^2+12yz-9z^2$

(3) (与式)$=\{(x-y)(x+y)\times(x^2+y^2)\}^2=\{(x^2-y^2)(x^2+y^2)\}^2=(x^4-y^4)^2$

$=(x^4)^2-2x^4y^4+(y^4)^2=x^8-2x^4y^4+y^8$

3 次の式を因数分解せよ。

(1) $a(x-2)-x+2$　　(2) $9a^2+12ab+4b^2$

(3) $x^2-2xy-24y^2$　　(4) $2x^2+28xy-144y^2$

解答 (1) $(a-1)(x-2)$　(2) $(3a+2b)^2$　(3) $(x+4y)(x-6y)$

(4) $2(x+18y)(x-4y)$

解説

(1) $a(x-2)-x+2=a(x-2)-(x-2)$

$=(a-1)(x-2)$

(2) $9a^2+12ab+4b^2=(3a)^2+2\cdot 3a\cdot 2b+(2b)^2$

$=(3a+2b)^2$

(3) $x^2-2xy-24y^2=x^2+(4y-6y)x+4y\cdot(-6y)$

$=(x+4y)(x-6y)$

(4) $2x^2+28xy-144y^2=2(x^2+14xy-72y^2)$

$=2\{x^2+(18y-4y)x+18y\cdot(-4y)\}$

$=2(x+18y)(x-4y)$

4 次の式を因数分解せよ。

(1) $3x^2+10x+3$　　(2) $6x^2+17xy-14y^2$　　(3) $27a^3+8b^3$

解答 (1) $(x+3)(3x+1)$　(2) $(2x+7y)(3x-2y)$　(3) $(3a+2b)(9a^2-6ab+4b^2)$

解説

(1) $3x^2+10x+3=(x+3)(3x+1)$

(2) $6x^2+17xy-14y^2=(2x+7y)(3x-2y)$

(1)

$$\begin{array}{cccc} 1 & & 3 \longrightarrow & 9 \\ 3 & & 1 \longrightarrow & 1 \\ \hline 3 & & 3 & 10 \end{array}$$

(2)

$$\begin{array}{cccc} 2 & & 7y \longrightarrow & 21y \\ 3 & & -2y \longrightarrow & -4y \\ \hline 6 & & -14y^2 & 17y \end{array}$$

(3) $27a^3+8b^3=(3a)^3+(2b)^3$

$=(3a+2b)\{(3a)^2-3a\cdot 2b+(2b)^2\}$

$=(3a+2b)(9a^2-6ab+4b^2)$

5 次の式を因数分解せよ。

(1) $a^3-a^2c-ab^2+b^2c$　　(2) $2x^2+3xy-2y^2+x+7y-3$

解答 (1) $(a+b)(a-b)(a-c)$　(2) $(x+2y-1)(2x-y+3)$

解説

(1) (与式)$=(-a^2+b^2)c+a(a^2-b^2)$

$=(a^2-b^2)(a-c)$

$=(a+b)(a-b)(a-c)$

(2) (与式)$=2x^2+(3y+1)x-(2y^2-7y+3)$

$=2x^2+(3y+1)x-(y-3)(2y-1)$

$=\{x+(2y-1)\}\{2x-(y-3)\}$

$=(x+2y-1)(2x-y+3)$

$$\begin{array}{cccc} 1 & & 2y-1 \longrightarrow & 4y-2 \\ 2 & & -(y-3) \longrightarrow & -y+3 \\ \hline 2 & & -(y-3)(2y-1) & 3y+1 \end{array}$$

6 循環小数 $1.\dot{2}3\dot{4}$ を分数の形で表せ。

解答 $\dfrac{137}{111}$

解説

$x=1.\dot{2}3\dot{4}$ とおくと

$$\begin{array}{rrl} & 1000x= & 1234.234234234\cdots\cdots \\ -) & x= & 1.234234234\cdots\cdots \\ \hline & 999x= & 1233 \end{array}$$

すなわち　$999x=1233$

したがって　$x=\dfrac{1233}{999}=\dfrac{137}{111}$

7 $\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}$ の分母を有理化せよ。

解答 $2-\sqrt{3}$

解説

$$\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}=\frac{(\sqrt{6}-\sqrt{2})^2}{(\sqrt{6}+\sqrt{2})(\sqrt{6}-\sqrt{2})}=\frac{6-2\sqrt{6}\sqrt{2}+2}{(\sqrt{6})^2-(\sqrt{2})^2}=2-\sqrt{3}$$

$\boxed{8}$ $4-\sqrt{3}$ の整数部分を a，小数部分を b とする。次の式の値を求めよ。[各2点]

(1) a　　(2) b

解答 (1) $a=2$　(2) $b=2-\sqrt{3}$

解説

(1) $\sqrt{3}=1.732\cdots$ であるから　$4-\sqrt{3}=2.268\cdots$

したがって　$a=2$

(2) $a+b=4-\sqrt{3}$ であるから　$b=(4-\sqrt{3})-2=2-\sqrt{3}$

$\boxed{9}$ 次の方程式，不等式を解け。

(1) $|2x-1|=5$　(2) $|3x+2|<5$

解答 (1) $x=3,\ -2$　(2) $-\dfrac{7}{3}<x<1$

解説

(1) $|2x-1|=5$ から　$2x-1=\pm 5$

$2x-1=5$ から　$x=3$,　$2x-1=-5$ から　$x=-2$

したがって　$x=3,\ -2$

(2) $|3x+2|<5$ から　$-5<3x+2<5$

各辺に -2 を加えて　$-7<3x<3$

したがって　$-\dfrac{7}{3}<x<1$

(3) $|2x+5|\geqq 2$ から　$2x+5\leqq -2$ または $2\leqq 2x+5$

よって　$2x\leqq -7$ または $-3\leqq 2x$

したがって　$x\leqq -\dfrac{7}{2},\ -\dfrac{3}{2}\leqq x$

$\boxed{10}$ 次の方程式，不等式を解け。　$|x+3|=2x$

解答 $x=3$

解説

[1] $x+3\geqq 0$ すなわち $x\geqq -3$ のとき

方程式は　$x+3=2x$

これを解いて　$x=3$　　$x=3$ は $x\geqq -3$ を満たす。

[2] $x+3<0$ すなわち $x<-3$ のとき

方程式は　$-(x+3)=2x$

これを解いて　$x=-1$　　$x=-1$ は $x<-3$ を満たさない。

したがって，求める x の値は　$x=3$

$\boxed{11}$ 次の式を簡単にせよ。

(1) $\sqrt{7+2\sqrt{12}}$　(2) $\sqrt{15-6\sqrt{6}}$

解答 (1) $2+\sqrt{3}$　(2) $3-\sqrt{6}$

解説

(1) $\sqrt{7+2\sqrt{12}}=\sqrt{(4+3)+2\sqrt{4\cdot 3}}=\sqrt{4}+\sqrt{3}=2+\sqrt{3}$

(2) $\sqrt{15-6\sqrt{6}}=\sqrt{15-2\sqrt{54}}=\sqrt{(9+6)-2\sqrt{9\cdot 6}}=\sqrt{9}-\sqrt{6}=3-\sqrt{6}$

$\boxed{12}$ 次の命題の対偶を述べ，その真偽を調べよ。

「正三角形ならば 2 つの内角は等しい。」

解答 「2 つの内角が等しくない三角形は正三角形でない。」，真

解説

命題の対偶は　「2 つの内角が等しくない三角形は正三角形でない。」

また，与えられた命題は明らかに真であるから，対偶も　真

$\boxed{13}$ a，b，x，y，z は実数とする。次の $\boxed{}$ に，下の(ア)～(エ)のうち，最も適するものを入れよ。

（ア） 必要条件である　（イ） 十分条件である

（ウ） 必要十分条件である　（エ） 必要条件でも十分条件でもない

(1) $xy=yz=zx=0$ は $x=y=z=0$ であるための $\boxed{}$。

(2) $a>2$ は $a^2\fallingdotseq 1$ であるための $\boxed{}$。

解答 (1) （ア）　(2) （イ）

解説

(1) $xy=yz=zx=0 \Longrightarrow x=y=z=0$ は偽。反例：$x=y=0$，$z=1$

$x=y=z=0 \Longrightarrow xy=yz=zx=0$ は真。　よって　（ア）

(2) $a>2 \Longrightarrow a^2\fallingdotseq 1$ は真。$a^2\fallingdotseq 1 \Longrightarrow a>2$ は偽。反例：$a=0$

よって　（イ）