統一テスト（数と式A）Ｈ３０．５．１　　　　　　　　　　　　　　　　(　　)組(　　)番　名前(　　　　　　　　　　)

$\boxed{1}$ 次の整式は，[　]内の文字に着目すると何次式か。また，そのときの定数項は何か。
ax^3+bx^2+cx+d　[x]

$\boxed{2}$ $A=2x^2-3x+1$，$B=x^2+2x-4$ とする。次の式を計算せよ。$3A-2B$

$\boxed{3}$ 次の式を展開せよ。$(a+2b+3)(a+2b-3)$

$\boxed{4}$ 次の式を展開せよ。
(1)　$(x-3)^2(x+3)^2$　　　(2)　$(a-2)(a^2+4)(a+2)$

$\boxed{5}$ 次の式を因数分解せよ。　$a(x-y)-2(y-x)$

$\boxed{6}$ 次の式を因数分解せよ。　$5x^2+7xy-6y^2$

$\boxed{7}$ -2，0，$\dfrac{21}{7}$，$-\dfrac{9}{8}$，$\sqrt{2}$，5，$\dfrac{2}{9}$，0.12，π，$0.\dot{8}$ の中から，無理数を選び出せ。ただし，π は円周率である。

$\boxed{8}$ 次の値を求めよ。ただし，π は円周率である。　$|\pi-3|+|\pi-4|$

$\boxed{9}$ 次の式の分母を有理化せよ。　$\dfrac{6}{\sqrt{3}}$

$\boxed{10}$ 次の式の分母を有理化せよ。$\dfrac{2\sqrt{2}}{3-\sqrt{5}}$

$\boxed{11}$ 次の１次不等式を解け。$\dfrac{x-1}{2}<\dfrac{4x+5}{3}$

$\boxed{12}$ 次の不等式を解け。　$-3x-2<x<0$

$\boxed{13}$ 次の方程式，不等式を解け。
(1)　$|x-1|=3$　　　(2)　$|x+6|\leqq 1$

$\boxed{14}$ $U=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7\}$ を全体集合とする。U の部分集合 $A=\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$，$B=\{2,\ 4,\ 6\}$ について，次の集合を求めよ。
(1)　$\overline{A}$　　　(2)　$\overline{A}\cap\overline{B}$

$\boxed{15}$ a，b，c は実数，m は自然数とする。次の命題の真偽を調べ，偽のときは反例を１つ示せ。
(1)　$a^2=2a \Longrightarrow a=2$　　　(2)　$ac=bc \Longrightarrow a=b$

$\boxed{16}$ a，b は実数とする。次の条件の否定を述べよ。　$a>1$ または $b\neq 0$

統一テスト（数と式B）Ｈ３０．５．１　　　　(　　)組(　　)番　名前(　　　　　　　)

$\boxed{1}$ 次の式を展開せよ。　$(x^2-x-1)(x^2-x-3)$

$\boxed{2}$ 次の式を展開せよ。　$(x-y)^2(x+y)^2(x^2+y^2)^2$

$\boxed{3}$ 次の式を因数分解せよ。　$(x^2-x)^2+10(x^2-x)-24$

$\boxed{4}$ 次の式を因数分解せよ。　$x^2+2xy-5x-6y+6$

$\boxed{5}$ 次の循環小数を分数で表せ。　$0.\dot{7}\dot{9}$

$\boxed{6}$ $x=\dfrac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{2}$，$y=\dfrac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{2}$ のとき，次の式の値を求めよ。

(1)　$x+y$　　(2)　xy　　(3)　x^2+y^2　　(4)　x^3+y^3

$\boxed{7}$ $\dfrac{1}{2-\sqrt{3}}$ の整数の部分を a，小数の部分を b とする。a と b を求めよ。

$\boxed{8}$ 次の式を簡単にせよ。$\sqrt{6-4\sqrt{2}}$

$\boxed{9}$ 次の不等式を満たす最大の自然数 n を求めよ。　$2(5-n)>4(n-3)$

$\boxed{10}$ x についての不等式 $x+a\geqq 4x+9$ について，解が $x\leqq 2$ となるように，定数 a の値を定めよ。

$\boxed{11}$ 次の方程式を解け。　$|x-3|=4x$

$\boxed{12}$ 全体集合 $U=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9\}$ の部分集合 A，B について，$\overline{A}\cap\overline{B}=\{1,\ 9\}$，$A\cap B=\{2\}$，$\overline{A}\cap B=\{4,\ 6,\ 8\}$ であるとき，集合Bを求めよ。

$\boxed{13}$ a，b，x，y は実数とする。次の $\boxed{}$ の中に適するものを，下の(a)～(d)のうちから１つずつ選べ。

(1)　「$|x-1|<3$ である」は「$|x|<2$ である」ための $\boxed{}$。

(2)　「$a=\sqrt{b^2}$ である」は「$a=b$ である」ための $\boxed{}$。

(3)　「$ab+1=a+b$ である」は「$a=1$ または $b=1$ である」ための $\boxed{}$。

(4)　「$x^2+y^2=0$ である」は「$x=0$ または $y=0$ である」ための $\boxed{}$。

(a)　必要十分条件である
(b)　必要条件であるが十分条件ではない
(c)　十分条件であるが必要条件ではない
(d)　必要条件でも十分条件でもない

1 次の整式は，[ ]内の文字に着目すると何次式か。また，そのときの定数項は何か。
ax^3+bx^2+cx+d [x]　　**解答** 3次式，定数項 d　②
x に着目すると，各項の次数の中で最大のものは x^3 よりこの式は3次式，定数項 d

2 $A=2x^2-3x+1$，$B=x^2+2x-4$ とする。次の式を計算せよ。$3A-2B$

解答 $4x^2-13x+11$　②

$$\begin{aligned}3A-2B&=3(2x^2-3x+1)-2(x^2+2x-4)\\&=6x^2-9x+3-2x^2-4x+8\\&=(6-2)x^2+(-9-4)x+(3+8)\\&=4x^2-13x+11\end{aligned}$$

3 次の式を展開せよ。$(a+2b+3)(a+2b-3)$　**解答** $a^2+4ab+4b^2-9$　③

$$\begin{aligned}(\text{与式})&=\{(a+2b)+3\}\{(a+2b)-3\}\\&=(a+2b)^2-3^2\\&=a^2+4ab+4b^2-9\end{aligned}$$

4 次の式を展開せよ。
(1) $(x-3)^2(x+3)^2$　　(2) $(a-2)(a^2+4)(a+2)$

解答 (1) x^4-18x^2+81　③　(2) a^4-16　③

(1) $$\begin{aligned}(\text{与式})&=\{(x-3)(x+3)\}^2\\&=(x^2-9)^2\\&=(x^2)^2-2\cdot x^2\cdot 9+9^2=x^4-18x^2+81\end{aligned}$$

(2) $$\begin{aligned}(\text{与式})&=(a-2)(a+2)\times(a^2+4)\\&=(a^2-4)(a^2+4)=(a^2)^2-4^2=a^4-16\end{aligned}$$

5 次の式を因数分解せよ。$a(x-y)-2(y-x)$　**解答** $(x-y)(a+2)$　③

$$\begin{aligned}(\text{与式})&=a(x-y)+2(x-y)\\&=(x-y)(a+2)\end{aligned}$$

6 次の式を因数分解せよ。$5x^2+7xy-6y^2$　**解答** $(x+2y)(5x-3y)$　③

$5x^2+7xy-6y^2=(x+2y)(5x-3y)$

$$\begin{array}{cccc}1 & \times & 2y \longrightarrow & 10y\\5 & & -3y \longrightarrow & -3y\\\hline 5 & & -6y^2 & 7y\end{array}$$

yなし　×

/19

7 -2，0，$\frac{21}{7}$，$-\frac{9}{8}$，$\sqrt{2}$，5，$\frac{2}{9}$，0.12，π，$0.\dot{8}$ の中から，無理数を選び出せ。ただし，π は円周率である。　**解答** $\sqrt{2}$，π　③

無理数は　$\sqrt{2}$，π

参考 $\frac{21}{7}=3$ は整数であり，自然数でもある。

また，有限小数 0.12 は　$0.12=\frac{12}{100}=\frac{3}{25}$，

循環小数 $0.\dot{8}$ は　$0.\dot{8}=\frac{8}{9}$

のように分数で表すことができる。

すなわち，0.12，$0.\dot{8}$ は有理数である。

8 次の値を求めよ。ただし，π は円周率である。　$|\pi-3|+|\pi-4|$

解答 1　③

$\pi=3.14\cdots\cdots$ であるから，$\pi-3$ は正の数，$\pi-4$ は負の数である。

よって　$|\pi-3|+|\pi-4|=\pi-3-(\pi-4)=\pi-3-\pi+4=1$

9 次の式の分母を有理化せよ。$\frac{6}{\sqrt{3}}$　**解答** $2\sqrt{3}$　②

$$(\text{与式})=\frac{6\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{6\sqrt{3}}{3}=2\sqrt{3}$$

10 次の式の分母を有理化せよ。$\frac{2\sqrt{2}}{3-\sqrt{5}}$　**解答** $\frac{3\sqrt{2}+\sqrt{10}}{2}$　③

$$\begin{aligned}(\text{与式})&=\frac{2\sqrt{2}(3+\sqrt{5})}{(3-\sqrt{5})(3+\sqrt{5})}\\&=\frac{6\sqrt{2}+2\sqrt{10}}{3^2-(\sqrt{5})^2}=\frac{6\sqrt{2}+2\sqrt{10}}{4}\\&=\frac{3\sqrt{2}+\sqrt{10}}{2}\end{aligned}$$

11 次の1次不等式を解け。$\frac{x-1}{2}<\frac{4x+5}{3}$　**解答** $x>-\frac{13}{5}$　③

両辺に6を掛けると　$6\times\frac{x-1}{2}<6\times\frac{4x+5}{3}$

すなわち　$3x-3<8x+10$

移項して整理すると　$-5x<13$

よって　$x>-\frac{13}{5}$

/14

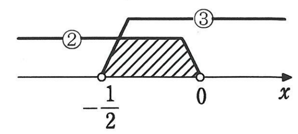
12 次の不等式を解け。　$-3x-2<x<0$　**解答** $-\frac{1}{2}<x<0$　③

$\begin{cases}-3x-2<x & \cdots\cdots ①\\ x<0 & \cdots\cdots ②\end{cases}$

① から　$-4x<2$

よって　$x>-\frac{1}{2}$　$\cdots\cdots$ ③

② と ③ の共通範囲を求めて　$-\frac{1}{2}<x<0$



13 次の方程式，不等式を解け。
(1) $|x-1|=3$　②　　(2) $|x+6|\leqq 1$

解答 (1) $x=4$，-2　　(2) $-7\leqq x\leqq -5$　②

(1) $|x-1|=3$ から　$x-1=\pm 3$

よって　$x=4$，-2

(2) $|x+6|\leqq 1$ から　$-1\leqq x+6\leqq 1$

各辺から6を引いて　$-7\leqq x\leqq -5$

14 $U=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ を全体集合とする。U の部分集合 $A=\{1, 2, 3, 4\}$，$B=\{2, 4, 6\}$ について，次の集合を求めよ。
(1) $\overline{A}$　②　②　　(2) $\overline{A}\cap\overline{B}$

中がこない　①

解答 (1) $\{5, 6, 7\}$　(2) $\{5, 7\}$

A，B，U の要素を図に書き込んでいくと，右のようになる。

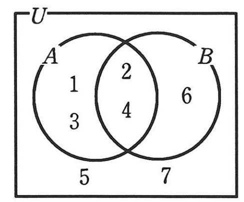
(1) $\overline{A}=\{5, 6, 7\}$

(2) $\overline{A}\cap\overline{B}=\{5, 7\}$

参考 ド・モルガンの法則

$\overline{A\cap B}=\overline{A}\cup\overline{B}$，$\overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B}$

を用いて求めてもよい。



15 a，b，c は実数，m は自然数とする。次の命題の真偽を調べ，偽のときは反例を1つ示せ。
(1) $a^2=2a \Longrightarrow a=2$　①　　(2) $ac=bc \Longrightarrow a=b$

解答 (1) 偽（反例：$a=0$）　(2) 偽（反例：$a=1$，$b=2$，$c=0$）　②

(1) $a=0$ のとき，$a^2=2a$ であるが，$a=2$ でない。

よって，この命題は偽。（反例：$a=0$）

(2) $a=1$，$b=2$，$c=0$ のとき，$ac=bc$ であるが，$a=b$ でない。

よって，この命題は偽。（反例：$a=1$，$b=2$，$c=0$）

16 a，b は実数とする。次の条件の否定を述べよ。　$a>1$ または $b\neq 0$

解答 $a\leqq 1$ かつ $b=0$　②

「または」の否定は「かつ」であるから　$a\leqq 1$ かつ $b=0$

/17　　/50.

統一テスト（数と式B）Ｈ３０．５．１　　　（　　）組（　　）番　名前（　　　　　　）

$\boxed{1}$ 次の式を展開せよ。 $(x^2-x-1)(x^2-x-3)$ 　解答 $x^4-2x^3-3x^2+4x+3$ 　③

(与式)$=\{(x^2-x)-1\}\{(x^2-x)-3\}$

$=(x^2-x)^2+\{(-1)+(-3)\}(x^2-x)+(-1)\cdot(-3)$

$=(x^2)^2-2\cdot x^2\cdot x+x^2-4(x^2-x)+3$

$=x^4-2x^3+x^2-4x^2+4x+3$

$=x^4-2x^3-3x^2+4x+3$

$\boxed{2}$ 次の式を展開せよ。 $(x-y)^2(x+y)^2(x^2+y^2)^2$ 　解答 $x^8-2x^4y^4+y^8$ 　③

(与式)$=\{(x-y)(x+y)\}^2\times(x^2+y^2)^2$

$=(x^2-y^2)^2(x^2+y^2)^2$

$=\{(x^2-y^2)(x^2+y^2)\}^2$

$=\{(x^2)^2-(y^2)^2\}^2$

$=(x^4-y^4)^2$

$=(x^4)^2-2\cdot x^4\cdot y^4+(y^4)^2$

$=x^8-2x^4y^4+y^8$

$\boxed{3}$ 次の式を因数分解せよ。 $(x^2-x)^2+10(x^2-x)-24$ 　解答 $(x+1)(x-2)(x^2-x+12)$ 　③

$x^2-x=A$ とおく。

(与式)$=A^2+10A-24=(A-2)(A+12)$

$=\{(x^2-x)-2\}\{(x^2-x)+12\}$

$=(x^2-x-2)(x^2-x+12)$ 　②

$=(x+1)(x-2)(x^2-x+12)$

$\boxed{4}$ 次の式を因数分解せよ。 $x^2+2xy-5x-6y+6$ 　解答 $(x-3)(x+2y-2)$ 　③

yについて整理すると

(与式)$=(2x-6)y+x^2-5x+6$

$=2(x-3)y+(x-2)(x-3)$

$=(x-3)\{2y+(x-2)\}$

$=(x-3)(x+2y-2)$

/12

$\boxed{5}$ 次の循環小数を分数で表せ。 $0.\dot{7}\dot{9}$ 　解答 $\frac{79}{99}$ 　③

$0.\dot{7}\dot{9}=0.797979\cdots\cdots$

$x=0.797979\cdots\cdots$ とすると　$100x=79.7979\cdots\cdots$

よって　$100x-x=79$

$99x=79$

したがって　$x=\frac{79}{99}$

$\boxed{6}$ $x=\frac{\sqrt7+\sqrt5}{2}$，$y=\frac{\sqrt7-\sqrt5}{2}$ のとき，次の式の値を求めよ。

(1) $x+y$　　(2) xy　　(3) x^2+y^2　　(4) x^3+y^3

解答 (1) $\sqrt7$　(2) $\frac12$　(3) 6　(4) $\frac{11\sqrt7}{2}$ 　(3②)

(1) $x+y=\frac{\sqrt7+\sqrt5}{2}+\frac{\sqrt7-\sqrt5}{2}=\frac{2\sqrt7}{2}=\sqrt7$

(2) $xy=\frac{\sqrt7+\sqrt5}{2}\cdot\frac{\sqrt7-\sqrt5}{2}=\frac{(\sqrt7)^2-(\sqrt5)^2}{2^2}=\frac24=\frac12$

(3) $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=(\sqrt7)^2-2\cdot\frac12=7-1=6$

(4) $x^3+y^3=(x+y)\{(x^2+y^2)-xy\}=\sqrt7\cdot\left(6-\frac12\right)=\frac{11\sqrt7}{2}$

$\boxed{7}$ $\frac{1}{2-\sqrt3}$ の整数の部分を a，小数の部分を b とする。a と b を求めよ。

解答 $a=3$，$b=\sqrt3-1$ 　④（各2）

$\frac{1}{2-\sqrt3}=\frac{2+\sqrt3}{(2-\sqrt3)(2+\sqrt3)}=\frac{2+\sqrt3}{2^2-(\sqrt3)^2}=2+\sqrt3$

$\sqrt3=1.73\cdots\cdots$ であるから　$2+\sqrt3=3.73\cdots\cdots$

よって　$a=3$，

$b=(2+\sqrt3)-a=(2+\sqrt3)-3=\sqrt3-1$

$\boxed{8}$ 次の式を簡単にせよ。$\sqrt{6-4\sqrt2}$ 　解答 $2-\sqrt2$ 　③　　$\sqrt4-\sqrt2$ → △2

(与式)$=\sqrt{6-2\sqrt8}=\sqrt{(4+2)-2\sqrt{4\cdot2}}=\sqrt4-\sqrt2=2-\sqrt2$

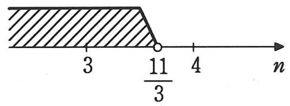
$\boxed{9}$ 次の不等式を満たす最大の自然数 n を求めよ。 $2(5-n)>4(n-3)$

解答 $n=3$ 　③　　/21

展開すると　$10-2n>4n-12$

整理すると　$-6n>-22$

よって　$n<\frac{11}{3}=3.66\cdots\cdots$



これを満たす最大の自然数 n は　$n=3$

$\boxed{10}$ xについての不等式 $x+a\geqq4x+9$ について，解が $x\leqq2$ となるように，定数 a の値を定めよ。 　解答 $a=15$ 　③

不等式を整理すると　$-3x\geqq-a+9$

両辺を -3 で割ると　$x\leqq\frac{a-9}{3}$

解が $x\leqq2$ であるから　$\frac{a-9}{3}=2$

両辺に3を掛けると　$a-9=6$

よって　$a=15$

$\boxed{11}$ 次の方程式を解け。 $|x-3|=4x$ 　解答 $x=\frac35$ 　③

[1] $x-3\geqq0$ すなわち $x\geqq3$ のとき

$|x-3|=x-3$ であるから　$x-3=4x$

これを解いて　$x=-1$

これは $x\geqq3$ を満たさない。

[2] $x-3<0$ すなわち $x<3$ のとき

$|x-3|=-(x-3)$ であるから　$-(x-3)=4x$

これを解いて　$x=\frac35$

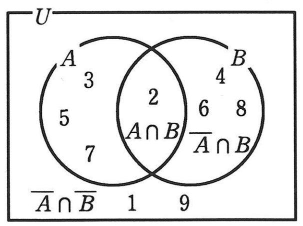
これは $x<3$ を満たす。

以上から，解は　$x=\frac35$

場合分けのイコールなし　②

$\boxed{12}$ 全体集合 $U=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ の部分集合 A，B について，$\overline{A}\cap\overline{B}=\{1, 9\}$，$A\cap B=\{2\}$，$\overline{A}\cap B=\{4, 6, 8\}$ であるとき，集合Bを求めよ。 　解答 $\{2, 4, 6, 8\}$

$\overline{A}\cap\overline{B}$，$A\cap B$，$\overline{A}\cap B$，$U$ の要素を，順に図に書き込んでいくと，右のようになる。



$B=\{2, 4, 6, 8\}$ 　③

中かっこなし　△2

$\boxed{13}$ a，b，x，y は実数とする。次の $\boxed{}$ の中に適するものを，下の(a)～(d)のうちから1つずつ選べ。

(1) 「$|x-1|<3$ である」は「$|x|<2$ である」ための $\boxed{}$。

(2) 「$a=\sqrt{b^2}$ である」は「$a=b$ である」ための $\boxed{}$。

(3) 「$ab+1=a+b$ である」は「$a=1$ または $b=1$ である」ための $\boxed{}$。

(4) 「$x^2+y^2=0$ である」は「$x=0$ または $y=0$ である」ための $\boxed{}$。

(a) 必要十分条件である
(b) 必要条件であるが十分条件ではない
(c) 十分条件であるが必要条件ではない
(d) 必要条件でも十分条件でもない

解答 (1) (b)　(2) (d)　(3) (a)　(4) (c) 　（各②）　　/17

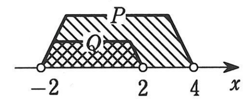
(1) $|x-1|<3 \iff -3<x-1<3$

$\iff -2<x<4$

また　$|x|<2 \iff -2<x<2$

$-2<x<4$ を満たす実数 x の全体の集合を P，

$-2<x<2$ を満たす実数 x の全体の集合を Q とすると，P，Q は図のようになり　$Q\subset P$



よって，「$-2<x<4 \Longrightarrow -2<x<2$」すなわち「$|x-1|<3\Longrightarrow|x|<2$」は偽。

「$-2<x<2 \Longrightarrow -2<x<4$」すなわち「$|x|<2\Longrightarrow|x-1|<3$」は真。

したがって，必要条件であるが十分条件でないから　(b)

(2) $a=3$，$b=-3$ のとき，$\sqrt{b^2}=\sqrt{(-3)^2}=3$ であるから $a=\sqrt{b^2}$ であるが，$a=b$ でない。

よって，「$a=\sqrt{b^2}\Longrightarrow a=b$」は偽。

$a=-3$，$b=-3$ のとき，$a=b$ であるが，$\sqrt{b^2}=\sqrt{(-3)^2}=3$ であるから $a=\sqrt{b^2}$ でない。

よって，「$a=b\Longrightarrow a=\sqrt{b^2}$」は偽。

したがって，必要条件でも十分条件でもないから　(d)

(3) $ab+1=a+b \iff ab-a-b+1=0$

$\iff (a-1)(b-1)=0$

$\iff a=1$ または $b=1$

したがって，必要十分条件であるから　(a)

(4) 「$x^2+y^2=0\Longrightarrow x=0$ または $y=0$」……(A) の対偶は

「$x\neq0$ かつ $y\neq0 \Longrightarrow x^2+y^2\neq0$」

$x\neq0$ かつ $y\neq0$ のとき，$x^2>0$ かつ $y^2>0$ であるから　$x^2+y^2>0$

よって，$x^2+y^2\neq0$ を満たす。

対偶が真であるから，もとの命題(A)も真。

$x=1$ かつ $y=0$ のとき，$x=0$ または $y=0$ であるが，$x^2+y^2=1^2+0^2=1$ であるから $x^2+y^2=0$ でない。

よって，「$x=0$ または $y=0\Longrightarrow x^2+y^2=0$」は偽。

したがって，十分条件であるが必要条件でないから　(c)

/50