

1. 次の式を因数分解せよ。

(1) $ax - y + x - ay$	(2) $2a(a - 3b) - b(3b - a)$
(3) $12x^2 + x - 6$	(4) $6x^2 - 13xy - 5y^2$
(5) $x^4 - 8xy^3$	(6) $4 - x^2 + 2xy - y^2$

2. 次の式を因数分解せよ。

(1) $(x + y)^2 - x - y - 2$	(2) $2a^2b - 3ab + a - 2b - 2$
(3) $x^2 + 5xy + 6y^2 - 2x - 7y - 3$	(4) $2x^2 - 3xy + y^2 - 5x + 3y + 2$

3. 次の式を因数分解せよ。

(1) $ab(a - b) + bc(b - c) + ca(c - a)$	(2) $x^3 + 4x^2 + 8x + 8$
(3) $27a^3 - 54a^2b + 36ab^2 - 8b^3$	(4) $3x^2 + 2(3a + b)x + 4ab$

4. 次の計算をせよ。

(1) $(1 + \sqrt{2} - \sqrt{3})^2$	(2) $(\sqrt{2} - \sqrt{3} + 1)(\sqrt{2} + \sqrt{3} - 1)$
(3) $\frac{1}{\sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{20}} - \frac{1}{\sqrt{125}}$	(4) $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7} - \sqrt{5}} - \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7} + \sqrt{5}}$

5. $-3, 0, 7, \frac{2}{3}, 0.\dot{1}2\dot{3}, -\sqrt{3}, \sqrt{1.44}, (\sqrt{5})^2, \pi$ の中から、次のものを選び出せ。

(1) 自然数	(2) 整数	(3) 有理数	(4) 無理数
---------	--------	---------	---------

6. $x = \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}$, $y = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}$ のとき, 次の式の値を求めよ。

(1) $x+y$ (2) xy (3) x^2+y^2 (4) x^3+y^3

7. $1+\sqrt{5}$ の整数部分を a , 小数部分を b とするとき, 次の値を求めよ。

(1) a, b の値 (2) $b + \frac{1}{b}, b^3 + \frac{1}{b^3}$ の値

8. 次の1次不等式を解け。

(1) $\frac{x}{2} - 3 < \frac{x}{6} + 2$ (2) $\frac{2x-1}{3} \geq \frac{1}{4}x - 2$
(3) $\frac{1}{2}x + 3 > \frac{5}{3}x + \frac{1}{5}$ (4) $1.2x - 0.8 \leq 2.7 - 0.55x$

10. 次の不等式を満たす正の整数 x の値を求めよ。

(1) $2(2x+1) > 7(x-1)$ (2) $\frac{3x-1}{6} \leq \frac{2x+1}{3} \leq \frac{x+2}{2}$

9. 次の連立不等式を解け。

(1) $\begin{cases} 2x-7 < 5x+8 \\ 8x+3 \leq 3x-7 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 3(x-5) > 5-2x \\ 4x-5 < 3(2x-3) \end{cases}$ (3) $\begin{cases} 4-7x \geq -3x+8 \\ \frac{4x-7}{3} \geq \frac{x+2}{2} \end{cases}$

11. 不等式 $5(x-1) < 2(2x+a)$ を満たす x のうちで, 最大の整数が 6 であるとき, 定数 a の値の範囲を求めよ。

6. $x = \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}$, $y = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}$ のとき, 次の式の値を求めよ。

(1) $x+y$ (2) xy (3) x^2+y^2 (4) x^3+y^3

〔解答〕 (1) 6 (2) 1 (3) 34 (4) 198

〔解説〕

$$(1) x+y = \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1} + \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1} = \frac{(\sqrt{2}+1)^2 + (\sqrt{2}-1)^2}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} = \frac{(3+2\sqrt{2})+(3-2\sqrt{2})}{2-1} = 6$$

$$(2) xy = \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1} \times \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1} = 1$$

$$(3) x^2+y^2 = (x+y)^2 - 2xy = 6^2 - 2 \cdot 1 = 34$$

$$(4) x^3+y^3 = (x+y)^3 - 3xy(x+y) = 6^3 - 3 \cdot 1 \cdot 6 = 216 - 18 = 198$$

$$\text{〔別解〕 } x^3+y^3 = (x+y)(x^2-xy+y^2) = 6(34-1) = 198$$

7. $1+\sqrt{5}$ の整数部分を a , 小数部分を b とするとき, 次の値を求めよ。

(1) a, b の値 (2) $b + \frac{1}{b}, b^3 + \frac{1}{b^3}$ の値

$$\text{〔解答〕 (1) } a=3, b=\sqrt{5}-2 \quad (2) b + \frac{1}{b} = 2\sqrt{5}, b^3 + \frac{1}{b^3} = 34\sqrt{5}$$

〔解説〕

(1) $2 < \sqrt{5} < 3$ であるから, $\sqrt{5}$ の整数部分は 2

ゆえに, $1+\sqrt{5}$ の整数部分は $a=1+2=3$

$$\begin{aligned} \text{小数部分は } b &= (1+\sqrt{5})-a \\ &= (1+\sqrt{5})-3 \\ &= \sqrt{5}-2 \end{aligned}$$

(2) (1) から

$$\begin{aligned} b + \frac{1}{b} &= \sqrt{5}-2 + \frac{1}{\sqrt{5}-2} \\ &= \sqrt{5}-2 + \frac{\sqrt{5}+2}{5-4} \\ &= 2\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{また } \left(b + \frac{1}{b}\right)^3 &= b^3 + 3b^2 \cdot \frac{1}{b} + 3b\left(\frac{1}{b}\right)^2 + \left(\frac{1}{b}\right)^3 \\ &= b^3 + \frac{1}{b^3} + 3b \cdot \frac{1}{b} \left(b + \frac{1}{b}\right) \end{aligned}$$

であるから

$$\begin{aligned} b^3 + \frac{1}{b^3} &= \left(b + \frac{1}{b}\right)^3 - 3b \cdot \frac{1}{b} \left(b + \frac{1}{b}\right) \\ &= (2\sqrt{5})^3 - 3 \cdot 2\sqrt{5} \\ &= 34\sqrt{5} \end{aligned}$$

8. 次の1次不等式を解け。

(1) $\frac{x}{2} - 3 < \frac{x}{6} + 2$ (2) $\frac{2x-1}{3} \geq \frac{1}{4}x - 2$
 (3) $\frac{1}{2}x + 3 > \frac{5}{3}x + \frac{1}{5}$ (4) $1.2x - 0.8 \leq 2.7 - 0.55x$

$$\text{〔解答〕 (1) } x < 15 \quad (2) x \geq -4 \quad (3) x < \frac{12}{5} \quad (4) x \leq 2$$

〔解説〕

$$(1) \text{ 両辺に } 6 \text{ をかけて } 6\left(\frac{x}{2} - 3\right) < 6\left(\frac{x}{6} + 2\right)$$

$$\text{すなわち } 3x - 18 < x + 12$$

$$\text{整理すると } 2x < 30$$

$$\text{両辺を } 2 \text{ で割って } x < 15$$

$$(2) \text{ 両辺に } 12 \text{ をかけて } 12\left(\frac{2x-1}{3}\right) \geq 12\left(\frac{1}{4}x - 2\right)$$

$$\text{すなわち } 4(2x-1) \geq 3x - 24$$

$$\text{展開して } 8x - 4 \geq 3x - 24$$

$$\text{整理すると } 5x \geq -20$$

$$\text{両辺を } 5 \text{ で割って } x \geq -4$$

$$(3) \text{ 両辺に } 30 \text{ をかけて } 30\left(\frac{1}{2}x + 3\right) > 30\left(\frac{5}{3}x + \frac{1}{5}\right)$$

$$\text{すなわち } 15x + 90 > 50x + 6$$

$$\text{整理すると } -35x > -84$$

$$\text{両辺を } -35 \text{ で割って } x < \frac{12}{5}$$

$$(4) \text{ 両辺に } 100 \text{ をかけて } 120x - 80 \leq 270 - 55x$$

$$\text{整理すると } 175x \leq 350$$

$$\text{両辺を } 175 \text{ で割って } x \leq 2$$

9. 次の連立不等式を解け。

(1) $\begin{cases} 2x-7 < 5x+8 \\ 8x+3 \leq 3x-7 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 3(x-5) > 5-2x \\ 4x-5 < 3(2x-3) \end{cases}$ (3) $\begin{cases} 4-7x \geq -3x+8 \\ \frac{4x-7}{3} \geq \frac{x+2}{2} \end{cases}$

$$\text{〔解答〕 (1) } -5 < x \leq -2 \quad (2) x > 4 \quad (3) \text{ 解はない}$$

$$\text{〔解説〕 (1) } 2x-7 < 5x+8 \text{ から } -3x < 15$$

$$\text{よって } x > -5 \quad \dots \dots \text{ ①}$$

$$8x+3 \leq 3x-7 \text{ から } 5x \leq -10$$

$$\text{よって } x \leq -2 \quad \dots \dots \text{ ②}$$

$$\text{①と②の共通範囲を求めて}$$

$$-5 < x \leq -2$$

$$(2) 3(x-5) > 5-2x \text{ から } 3x-15 > 5-2x$$

$$\text{整理すると } 5x > 20$$

$$\text{よって } x > 4 \quad \dots \dots \text{ ①}$$

$$4x-5 < 3(2x-3) \text{ から } 4x-5 < 6x-9$$

$$\text{整理すると } -2x < -4$$

$$\text{よって } x > 2 \quad \dots \dots \text{ ②}$$

$$\text{①と②の共通範囲を求めて}$$

$$x > 4$$

$$(3) 4-7x \geq -3x+8 \text{ から } -4x \geq 4$$

$$\text{よって } x \leq -1 \quad \dots \dots \text{ ①}$$

$$\frac{4x-7}{3} \geq \frac{x+2}{2} \text{ の両辺に } 6 \text{ をかけて}$$

$$2(4x-7) \geq 3(x+2)$$

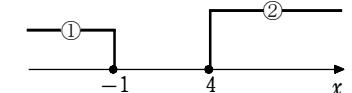
$$\text{すなわち } 8x-14 \geq 3x+6$$

$$\text{整理して } 5x \geq 20$$

$$\text{よって } x \geq 4 \quad \dots \dots \text{ ②}$$

$$\text{①と②の共通範囲はない。}$$

$$\text{したがって, 連立不等式の解はない。}$$



10. 次の不等式を満たす正の整数 x の値を求めよ。

$$(1) 2(2x+1) > 7(x-1)$$

$$(2) \frac{3x-1}{6} \leq \frac{2x+1}{3} \leq \frac{x+2}{2}$$

$$\text{〔解答〕 (1) } x=1, 2 \quad (2) x=1, 2, 3, 4$$

〔解説〕

$$(1) \text{ 両辺を展開して } 4x+2 > 7x-7$$

$$\text{整理すると } -3x > -9$$

$$\text{したがって } x < 3$$

$$\text{求める正の整数 } x \text{ の値は } x=1, 2$$

$$(2) \text{ 各辺に } 6 \text{ をかけて } 3x-1 \leq 2(2x+1) \leq 3(x+2)$$

$$3x-1 \leq 2(2x+1) \text{ から } 3x-1 \leq 4x+2$$

$$\text{整理すると } -x \leq 3$$

$$\text{よって } x \geq -3 \quad \dots \dots \text{ ①}$$

$$2(2x+1) \leq 3(x+2) \text{ から } 4x+2 \leq 3x+6$$

$$\text{整理すると } x \leq 4 \quad \dots \dots \text{ ②}$$

$$\text{①と②の共通範囲を求めて}$$

$$-3 \leq x \leq 4$$

$$\text{求める正の整数 } x \text{ の値は } x=1, 2, 3, 4$$

11. 不等式 $5(x-1) < 2(2x+a)$ を満たす x のうちで, 最大の整数が 6 であるとき, 定数 a の値の範囲を求めよ。

$$\text{〔解答〕 } \frac{1}{2} < a \leq 1$$

〔解説〕

$$\text{不等式から } 5x-5 < 4x+2a \text{ 移項して } x < 2a+5$$

$$\text{最大の整数が 6 である条件は } 6 < 2a+5 \leq 7$$

$$\text{したがって } 1 < 2a \leq 2 \text{ よって } \frac{1}{2} < a \leq 1$$

