

1. 次の式を因数分解せよ。

- (1)  $ax-y+x-ay$
- (2)  $2a(a-3b)-b(3b-a)$
- (3)  $12x^2+x-6$
- (4)  $6x^2-13xy-5y^2$
- (5)  $x^4-8xy^3$
- (6)  $4-x^2+2xy-y^2$

2. 次の式を因数分解せよ。

- (1)  $(x+y)^2-x-y-2$
- (2)  $2a^2b-3ab+a-2b-2$
- (3)  $x^2+5xy+6y^2-2x-7y-3$
- (4)  $2x^2-3xy+y^2-5x+3y+2$

3. 次の式を因数分解せよ。

- (1)  $ab(a-b)+bc(b-c)+ca(c-a)$
- (2)  $x^3+4x^2+8x+8$
- (3)  $27a^3-54a^2b+36ab^2-8b^3$
- (4)  $3x^2+2(3a+b)x+4ab$

4. 次の計算をせよ。

- (1)  $(1+\sqrt{2}-\sqrt{3})^2$
- (2)  $(\sqrt{2}-\sqrt{3}+1)(\sqrt{2}+\sqrt{3}-1)$
- (3)  $\frac{1}{\sqrt{5}}-\frac{1}{\sqrt{20}}-\frac{1}{\sqrt{125}}$
- (4)  $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}-\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}$

5.  $-3$ ,  $0$ ,  $7$ ,  $\frac{2}{3}$ ,  $0.\dot{1}2\dot{3}$ ,  $-\sqrt{3}$ ,  $\sqrt{1.44}$ ,  $(\sqrt{5})^2$ ,  $\pi$ の中から, 次のものを選び出せ。

- (1) 自然数
- (2) 整数
- (3) 有理数
- (4) 無理数

6.  $x=\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}$ ,  $y=\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}$  のとき, 次の式の値を求めよ。

- (1)  $x+y$
- (2)  $xy$
- (3)  $x^2+y^2$
- (4)  $x^3+y^3$

7.  $1+\sqrt{5}$  の整数部分を  $a$ , 小数部分を  $b$  とするとき, 次の値を求めよ。

- (1)  $a, b$  の値
- (2)  $b+\frac{1}{b}, b^3+\frac{1}{b^3}$  の値

8. 次の1次不等式を解け。

- (1)  $\frac{x}{2}-3<\frac{x}{6}+2$
- (2)  $\frac{2x-1}{3}\geq\frac{1}{4}x-2$
- (3)  $\frac{1}{2}x+3>\frac{5}{3}x+\frac{1}{5}$
- (4)  $1.2x-0.8\leq2.7-0.55x$

9. 次の連立不等式を解け。

- (1)  $\begin{cases} 2x-7<5x+8 \\ 8x+3\leq3x-7 \end{cases}$
- (2)  $\begin{cases} 3(x-5)>5-2x \\ 4x-5<3(2x-3) \end{cases}$
- (3)  $\begin{cases} 4-7x\geq-3x+8 \\ \frac{4x-7}{3}\geq\frac{x+2}{2} \end{cases}$

10. 次の不等式を満たす正の整数  $x$  の値を求めよ。

- (1)  $2(2x+1)>7(x-1)$
- (2)  $\frac{3x-1}{6}\leq\frac{2x+1}{3}\leq\frac{x+2}{2}$

11. 不等式  $5(x-1)<2(2x+a)$  を満たす  $x$  のうちで, 最大の整数が6であるとき, 定数  $a$  の値の範囲を求めよ。

1. 次の式を因数分解せよ。

- (1)  $ax-y+x-ay$

(2)  $2a(a-3b)-b(3b-a)$
- (3)  $12x^2+x-6$

(4)  $6x^2-13xy-5y^2$
- (5)  $x^4-8xy^3$

(6)  $4-x^2+2xy-y^2$

- 【解答】

(1)  $(a+1)(x-y)$

(2)  $(a-3b)(2a+b)$

(3)  $(3x-2)(4x+3)$

(4)  $(2x-5y)(3x+y)$

(5)  $x(x-2y)(x^2+2xy+4y^2)$

(6)  $(2+x-y)(2-x+y)$
- 【解説】
- (1)  $ax-y+x-ay=ax-ay+x-y=a(x-y)+(x-y)=(a+1)(x-y)$

(2)  $2a(a-3b)-b(3b-a)=2a(a-3b)+b(a-3b)=(a-3b)(2a+b)$

(3)  $12x^2+x-6=(3x-2)(4x+3)$

(4)  $6x^2-13xy-5y^2=(2x-5y)(3x+y)$
- 3

4

12

$\times$

$\rightarrow$

-2

3

-6

$\rightarrow$

$\rightarrow$

-8

9

1

$\rightarrow$

$\rightarrow$

-8

9

1
- 2

3

6

$\times$

$\rightarrow$

-5y

y

-5y<sup>2</sup>

$\rightarrow$

$\rightarrow$

-15y

2y

-13y

$\rightarrow$

$\rightarrow$

-15y

2y

-13y

- (5)  $x^4-8xy^3=x(x^3-8y^3)=x\{x^3-(2y)^3\}$   
 $=x(x-2y)\{x^2+x\cdot 2y+(2y)^2\}$   
 $=x(x-2y)(x^2+2xy+4y^2)$

(6)  $4-x^2+2xy-y^2=4-(x^2-2xy+y^2)$   
 $=2^2-(x-y)^2$   
 $=\{2+(x-y)\}\{2-(x-y)\}$   
 $=(2+x-y)(2-x+y)$

2. 次の式を因数分解せよ。

- (1)  $(x+y)^2-x-y-2$

(2)  $2a^2b-3ab+a-2b-2$
- (3)  $x^2+5xy+6y^2-2x-7y-3$

(4)  $2x^2-3xy+y^2-5x+3y+2$

- 【解答】

(1)  $(x+y+1)(x+y-2)$

(2)  $(a-2)(2ab+b+1)$

(3)  $(x+2y-3)(x+3y+1)$

(4)  $(x-y-2)(2x-y-1)$
- 【解説】
- (1)  $(x+y)^2-x-y-2=(x+y)^2-(x+y)-2$   
 $=\{(x+y)+1\}\{(x+y)-2\}$   
 $=(x+y+1)(x+y-2)$

(2) 次数は $a\rightarrow 2$ 次式、 $b\rightarrow 1$ 次式  
 $2a^2b-3ab+a-2b-2=(2a^2-3a-2)b+a-2$   
 $=(a-2)(2a+1)b+(a-2)$   
 $=(a-2)\{(2a+1)b+1\}$   
 $=(a-2)(2ab+b+1)$

(3)次数は $x\rightarrow 2$ 次式、 $y\rightarrow 2$ 次式  
 $x^2+5xy+6y^2-2x-7y-3$   
 $=x^2+(5y-2)x+(6y^2-7y-3)$   
 $=x^2+(5y-2)x+(2y-3)(3y+1)$   
 $=\{x+(2y-3)\}\{x+(3y+1)\}$   
 $=(x+2y-3)(x+3y+1)$

(4)次数は $x\rightarrow 2$ 次式、 $y\rightarrow 2$ 次式  
 $2x^2-3xy+y^2-5x+3y+2$
- 1

1

1

$\times$

$\rightarrow$

2y-3

3y+1

(2y-3)(3y+1)

$\rightarrow$

$\rightarrow$

2y-3

3y+1

5y-2

$\rightarrow$

$\rightarrow$

2y-3

3y+1

5y-2

1

3

1

$\times$

$\rightarrow$

2y-3

2b

4ab

$\rightarrow$

$\rightarrow$

2y-3

2b

6a+2b

$\rightarrow$

$\rightarrow$

2y-3

2b

6a+2b

(4)次数は $x\rightarrow 2$ 次式、 $y\rightarrow 2$ 次式

1

3

1

$\times$

$\rightarrow$

2y-3

2b

4ab

$\rightarrow$

$\rightarrow$

2y-3

2b

6a+2b

$\rightarrow$

$\rightarrow$

2y-3

2b

6a+2b

1

2

2

$\times$

$\rightarrow$

-(y+2)

-(y+1)

(y+1)(y+2)

$\rightarrow$

$\rightarrow$

-2y-4

-y-1

-3y-5

$\rightarrow$

$\rightarrow$

-2y-4

-y-1

-3y-5

1

1

1

$\times$

$\rightarrow$

-(x-2)

-(2x-1)

(x-2)(2x-1)

$\rightarrow$

$\rightarrow$

-x+2

-2x+1

-3x+3

$\rightarrow$

$\rightarrow$

-x+2

-2x+1

-3x+3

3. 次の式を因数分解せよ。

- (1)  $ab(a-b)+bc(b-c)+ca(c-a)$

(2)  $x^3+4x^2+8x+8$
- (3)  $27a^3-54a^2b+36ab^2-8b^3$

(4)  $3x^2+2(3a+b)x+4ab$

- 【解答】

(1)  $-(a-b)(b-c)(c-a)$

(2)  $(x+2)(x^2+2x+4)$

(3)  $(3a-2b)^3$

(4)  $(x+2a)(3x+2b)$
- 【解説】
- (1) 次数は $a\rightarrow 2$ 次式、 $b\rightarrow 2$ 次式、 $c\rightarrow 2$ 次式  
(与式) $=(b-c)a^2-(b^2-c^2)a+bc(b-c)$   
 $=(b-c)a^2-(b+c)(b-c)a+bc(b-c)$   
 $=(b-c)\{a^2-(b+c)a+bc\}$   
 $=(b-c)(a-b)(a-c)$   
 $=(a-b)(b-c)(c-a)$

(2) 適当に組み合わせる  
(与式) $=(x^3+8)+(4x^2+8x)$   
 $=(x+2)(x^2-2x+4)+4x(x+2)$   
 $=(x+2)(x^2-2x+4+4x)$   
 $=(x+2)(x^2+2x+4)$

(3) 適当に組み合わせる  
(与式) $=(27a^3-8b^3)-(54a^2b-36ab^2)$   
 $=(3a-2b)(9a^2+6ab+4b^2)-18ab(3a-2b)$   
 $=(3a-2b)(9a^2+6ab+4b^2-18ab)$   
 $=(3a-2b)(9a^2-12ab+4b^2)$   
 $=(3a-2b)(3a-2b)^2$   
 $=(3a-2b)^3$

【別解】 公式に気がついてよい。  
(与式) $=(3a)^3-3\cdot(3a)^2\cdot 2b+3\cdot 3a\cdot(2b)^2-(2b)^3=(3a-2b)^3$

(4)  $x$ の式とみて、たすきがけより  $3x^2+2(3a+b)x+4ab=(x+2a)(3x+2b)$
- 1

3

3

$\times$

$\rightarrow$

2a

2b

4ab

$\rightarrow$

$\rightarrow$

6a

2b

6a+2b

$\rightarrow$

$\rightarrow$

6a

2b

6a+2b

4. 次の計算をせよ。

- (1)  $(1+\sqrt{2}-\sqrt{3})^2$

(2)  $(\sqrt{2}-\sqrt{3}+1)(\sqrt{2}+\sqrt{3}-1)$
- (3)  $\frac{1}{\sqrt{5}}-\frac{1}{\sqrt{20}}-\frac{1}{\sqrt{125}}$

(4)  $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}-\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}$

【解答】

(1)  $6+2\sqrt{2}-2\sqrt{3}-2\sqrt{6}$

(2)  $2\sqrt{3}-2$

(3)  $\frac{3\sqrt{5}}{50}$

(4)  $6$

【解説】

- (1)  $(1+\sqrt{2}-\sqrt{3})^2=\{1+(\sqrt{2}-\sqrt{3})\}^2=1^2+2\cdot 1\cdot(\sqrt{2}-\sqrt{3})+(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2$   
 $=1+2\sqrt{2}-2\sqrt{3}+(5-2\sqrt{6})$   
 $=6+2\sqrt{2}-2\sqrt{3}-2\sqrt{6}$

【別解】  $(1+\sqrt{2}-\sqrt{3})^2=1^2+(\sqrt{2})^2+(-\sqrt{3})^2+2\cdot 1\cdot\sqrt{2}+2\cdot\sqrt{2}\cdot(-\sqrt{3})+2\cdot(-\sqrt{3})\cdot 1$   
 $=1+2+3+2\sqrt{2}-2\sqrt{6}-2\sqrt{3}$   
 $=6+2\sqrt{2}-2\sqrt{3}-2\sqrt{6}$

(2)  $(\sqrt{2}-\sqrt{3}+1)(\sqrt{2}+\sqrt{3}-1)=\{\sqrt{2}-(\sqrt{3}-1)\}\{\sqrt{2}+(\sqrt{3}-1)\}$   
 $=(\sqrt{2})^2-(\sqrt{3}-1)^2$   
 $=2-(3-2\sqrt{3}+1)$   
 $=2\sqrt{3}-2$

(3)  $\frac{1}{\sqrt{5}}-\frac{1}{\sqrt{20}}-\frac{1}{\sqrt{125}}=\frac{1}{\sqrt{5}}-\frac{1}{2\sqrt{5}}-\frac{1}{5\sqrt{5}}$   
 $=\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}}-\frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}}-\frac{\sqrt{5}}{5\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}}$   
 $=\frac{\sqrt{5}}{5}-\frac{\sqrt{5}}{10}-\frac{\sqrt{5}}{25}$   
 $=\frac{10\sqrt{5}-5\sqrt{5}-2\sqrt{5}}{50}$   
 $=\frac{3\sqrt{5}}{50}$

(4)  $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}-\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{7}(\sqrt{7}+\sqrt{5})}{(\sqrt{7}-\sqrt{5})(\sqrt{7}+\sqrt{5})}-\frac{\sqrt{5}(\sqrt{7}-\sqrt{5})}{(\sqrt{7}+\sqrt{5})(\sqrt{7}-\sqrt{5})}$   
 $=\frac{7+\sqrt{35}}{7-5}-\frac{\sqrt{35}-5}{7-5}=\frac{7+5}{2}=6$

5.  $-3$ ,  $0$ ,  $7$ ,  $\frac{2}{3}$ ,  $0.\dot{1}2\dot{3}$ ,  $-\sqrt{3}$ ,  $\sqrt{1.44}$ ,  $(\sqrt{5})^2$ ,  $\pi$ の中から、次のものを選び出せ。

- (1) 自然数

(2) 整数

(3) 有理数

(4) 無理数

- 【解答】

(1)  $7$ ,  $(\sqrt{5})^2$

(2)  $-3$ ,  $0$ ,  $7$ ,  $(\sqrt{5})^2$

(3)  $-3$ ,  $0$ ,  $7$ ,  $\frac{2}{3}$ ,  $0.\dot{1}2\dot{3}$ ,  $\sqrt{1.44}$ ,  $(\sqrt{5})^2$

(4)  $-\sqrt{3}$ ,  $\pi$
- 【解説】
- 簡単な値になるものは簡単にしておく。よって、 $\sqrt{1.44}=\sqrt{(1.2)^2}=1.2$ ,  $(\sqrt{5})^2=5$

(1) 自然数は1,2,3,...という数なので、与えられた数の中だと  $7$ ,  $(\sqrt{5})^2$  は自然数

(2) 自然数は... $-3$ ,  $-2$ ,  $-1$ ,  $0$ ,  $1$ ,  $2$ ,  $3$ , ...という数なので、与えられた数の中だと  $-3$ ,  $0$ ,  $7$ ,  $(\sqrt{5})^2$  は整数

(3) 分数で表すことができる数が有理数なので、与えられた数の中だと  $-3$ ,  $0$ ,  $7$ ,  $\frac{2}{3}$ ,  $0.\dot{1}2\dot{3}$ ,  $\sqrt{1.44}$ ,  $(\sqrt{5})^2$  が有理数

(4) 有理数でない数が無理数なので、与えられた数の中だと  $-\sqrt{3}$ ,  $\pi$ が無理数

6.  $x=\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}$ ,  $y=\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}$  のとき、次の式の値を求めよ。

(1)  $x+y$  (2)  $xy$  (3)  $x^2+y^2$  (4)  $x^3+y^3$

【解答】 (1) 6 (2) 1 (3) 34 (4) 198

【解説】

(1)  $x+y=\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}+\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}=\frac{(\sqrt{2}+1)^2+(\sqrt{2}-1)^2}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)}$   
 $=\frac{(3+2\sqrt{2})+(3-2\sqrt{2})}{2-1}=6$

(2)  $xy=\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}\times\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}=1$

(3)  $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=6^2-2\cdot1=34$

(4)  $x^3+y^3=(x+y)^3-3xy(x+y)=6^3-3\cdot1\cdot6=216-18=198$

【別解】  $x^3+y^3=(x+y)(x^2-xy+y^2)=6(34-1)=198$

7.  $1+\sqrt{5}$  の整数部分を  $a$ 、小数部分を  $b$  とするとき、次の値を求めよ。

(1)  $a, b$  の値 (2)  $b+\frac{1}{b}, b^3+\frac{1}{b^3}$  の値

【解答】 (1)  $a=3, b=\sqrt{5}-2$  (2)  $b+\frac{1}{b}=2\sqrt{5}, b^3+\frac{1}{b^3}=34\sqrt{5}$

【解説】

(1)  $2<\sqrt{5}<3$  であるから、 $\sqrt{5}$  の整数部分は 2

ゆえに、 $1+\sqrt{5}$  の整数部分は  $a=1+2=3$

小数部分は  $b=(1+\sqrt{5})-a$

$= (1+\sqrt{5})-3$

$=\sqrt{5}-2$

(2) (1) から

$b+\frac{1}{b}=\sqrt{5}-2+\frac{1}{\sqrt{5}-2}$

$=\sqrt{5}-2+\frac{\sqrt{5}+2}{5-4}$

$=2\sqrt{5}$

また  $\left(b+\frac{1}{b}\right)^3=b^3+3b^2\cdot\frac{1}{b}+3b\left(\frac{1}{b}\right)^2+\left(\frac{1}{b}\right)^3$

$=b^3+\frac{1}{b^3}+3b\cdot\frac{1}{b}\left(b+\frac{1}{b}\right)$

であるから

$b^3+\frac{1}{b^3}=\left(b+\frac{1}{b}\right)^3-3b\cdot\frac{1}{b}\left(b+\frac{1}{b}\right)$

$=(2\sqrt{5})^3-3\cdot2\sqrt{5}$

$=34\sqrt{5}$

8. 次の1次不等式を解け。

(1)  $\frac{x}{2}-3<\frac{x}{6}+2$

(2)  $\frac{2x-1}{3}\geq\frac{1}{4}x-2$

(3)  $\frac{1}{2}x+3>\frac{5}{3}x+\frac{1}{5}$

(4)  $1.2x-0.8\leq2.7-0.55x$

【解答】 (1)  $x<15$  (2)  $x\geq-4$  (3)  $x<\frac{12}{5}$  (4)  $x\leq2$

【解説】

(1) 両辺に6をかけて  $6\left(\frac{x}{2}-3\right)<6\left(\frac{x}{6}+2\right)$

すなわち  $3x-18<x+12$

整理すると  $2x<30$

両辺を2で割って  $x<15$

(2) 両辺に12をかけて  $12\left(\frac{2x-1}{3}\right)\geq12\left(\frac{1}{4}x-2\right)$

すなわち  $4(2x-1)\geq3x-24$

展開して  $8x-4\geq3x-24$

整理すると  $5x\geq-20$

両辺を5で割って  $x\geq-4$

(3) 両辺に30をかけて  $30\left(\frac{1}{2}x+3\right)>30\left(\frac{5}{3}x+\frac{1}{5}\right)$

すなわち  $15x+90>50x+6$

整理すると  $-35x>-84$

両辺を-35で割って  $x<\frac{12}{5}$

(4) 両辺に100をかけて  $120x-80\leq270-55x$

整理すると  $175x\leq350$

両辺を175で割って  $x\leq2$

9. 次の連立不等式を解け。

(1)  $\begin{cases} 2x-7<5x+8 \\ 8x+3\leq3x-7 \end{cases}$  (2)  $\begin{cases} 3(x-5)>5-2x \\ 4x-5<3(2x-3) \end{cases}$  (3)  $\begin{cases} 4-7x\geq-3x+8 \\ \frac{4x-7}{3}\geq\frac{x+2}{2} \end{cases}$

【解答】 (1)  $-5<x\leq-2$  (2)  $x>4$  (3) 解はない

【解説】

(1)  $2x-7<5x+8$  から  $-3x<15$

よって  $x>-5$  …… ①

$8x+3\leq3x-7$  から  $5x\leq-10$

よって  $x\leq-2$  …… ②

①と②の共通範囲を求めて

$-5<x\leq-2$

(2)  $3(x-5)>5-2x$  から  $3x-15>5-2x$

整理すると  $5x>20$

よって  $x>4$  …… ①

$4x-5<3(2x-3)$  から  $4x-5<6x-9$

整理すると  $-2x<-4$

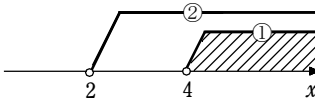
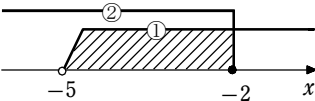
よって  $x>2$  …… ②

①と②の共通範囲を求めて

$x>4$

(3)  $4-7x\geq-3x+8$  から  $-4x\geq4$

よって  $x\leq-1$  …… ①



$\frac{4x-7}{3}\geq\frac{x+2}{2}$  の両辺に6をかけて

$2(4x-7)\geq3(x+2)$

すなわち  $8x-14\geq3x+6$

整理して  $5x\geq20$

よって  $x\geq4$  …… ②

①と②の共通範囲はない。

したがって、連立不等式の解はない。

10. 次の不等式を満たす正の整数  $x$  の値を求めよ。

(1)  $2(2x+1)>7(x-1)$

(2)  $\frac{3x-1}{6}\leq\frac{2x+1}{3}\leq\frac{x+2}{2}$

【解答】 (1)  $x=1, 2$  (2)  $x=1, 2, 3, 4$

【解説】

(1) 両辺を展開して  $4x+2>7x-7$

整理すると  $-3x>-9$

したがって  $x<3$

求める正の整数  $x$  の値は  $x=1, 2$

(2) 各辺に6をかけて  $3x-1\leq2(2x+1)\leq3(x+2)$

$3x-1\leq2(2x+1)$  から  $3x-1\leq4x+2$

整理すると  $-x\leq3$

よって  $x\geq-3$  …… ①

$2(2x+1)\leq3(x+2)$  から  $4x+2\leq3x+6$

整理すると  $x\leq4$  …… ②

①と②の共通範囲を求めて

$-3\leq x\leq 4$

求める正の整数  $x$  の値は  $x=1, 2, 3, 4$

11. 不等式  $5(x-1)<2(2x+a)$  を満たす  $x$  のうちで、最大の整数が6であるとき、定数  $a$  の値の範囲を求めよ。

【解答】  $\frac{1}{2}<a\leq1$

【解説】

不等式から  $5x-5<4x+2a$  移項して  $x<2a+5$

最大の整数が6である条件は  $6<2a+5\leq7$

したがって  $1<2a\leq2$  よって  $\frac{1}{2}<a\leq1$

