

1]  $-\frac{3}{11}$  を循環小数で表せ。

2]  $-3, 0, 7, \frac{2}{3}, 0.\dot{1}2\dot{3}, -\sqrt{3}, \sqrt{1.44}, (\sqrt{5})^2, \pi$  の中から、次のものは何個あるか

- (1) 自然数      (2) 整数      (3) 有理数      (4) 無理数

3] 次の数の範囲で、四則計算(加法・減法・乗法・除法)のうち、計算が常にできるものをそれぞれ答えよ。(計算が常にできるとは、その範囲のどんな2つの数を計算しても、計算結果がその範囲の数になるということである)また、計算が常にできるとは限らないものは、できない例を1つあげよ。ただし、除法では0で割ることは考えない。

- (1) 奇数      (2) 正の有理数

4] 次の値を求めよ。

- (1)  $|4|$       (2)  $|-6|$       (3)  $|5-8|$       (4)  $|5|-|8|$       (5)  $|2-\sqrt{5}|$

5]  $a$  が次の値をとるとき、 $|a|+|a-4|$  の値を求めよ。

- (1)  $a=-2$       (2)  $a=5$       (3)  $a=4$       (4)  $a=\sqrt{10}$

8] 次の式を計算せよ。

- (1)  $(1+\sqrt{2}-\sqrt{3})^2$   
 (2)  $(1+\sqrt{2}-\sqrt{6})(1-\sqrt{2}+\sqrt{6})$   
 (3)  $\frac{1}{\sqrt{5}}-\frac{1}{\sqrt{20}}-\frac{1}{\sqrt{125}}$   
 (4)  $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}-\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}$   
 (5)  $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}+\frac{5\sqrt{5}}{\sqrt{8}+\sqrt{3}}$

6] 次の循環小数を分数で表せ。       $0.\dot{4}\dot{5}\dot{6}$

7] 次の式の分母を有理化せよ。

- (1)  $\frac{4}{3\sqrt{8}}$       (2)  $\frac{2}{\sqrt{3}+1}$       (3)  $\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}$       (4)  $\frac{\sqrt{3}}{2-\sqrt{5}}$

9] (1)  $(\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5})(\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5})$  を計算せよ。

- (2)  $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{5}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}}$  の分母を有理化せよ。

- [10]  $\frac{1}{2-\sqrt{3}}$  の整数部分を  $a$ , 小数部分を  $b$  とする。次の式の値を求めよ。
- (1)  $a$       (2)  $b$       (3)  $a+2b+b^2$

[11] 次の式を簡単にせよ。  $\sqrt{x^2+6x+9}$

- [12]  $x$  の次の値に対して,  $\sqrt{x^2-8x+16}$  の値をそれぞれ求めよ。
- (1)  $x=6$       (2)  $x=4$       (3)  $x=1$

[13] 次の式を簡単にせよ。

(1)  $\sqrt{9-2\sqrt{14}}$       (2)  $\sqrt{15-6\sqrt{6}}$       (3)  $\sqrt{3-\sqrt{5}}$

[14] 次の不等式を解け。

(1)  $2x-1 \leq \frac{x+1}{3}$       (2)  $\begin{cases} 4(x+2) > 7x+8 \\ -2(3x+5) \leq -(5x+7) \end{cases}$

[15] 次の不等式を満たす正の整数  $x$  の値を求めよ。  $\frac{3x-1}{6} \leq \frac{2x+1}{3} \leq \frac{x+2}{2}$

- [19] 次の不等式を解け。
- (1)  $|x| < 6$       (2)  $|x| > \frac{1}{2}$       (3)  $|x-2| < 4$   
(4)  $|3-x| \geq 2$       (5)  $|2x+3| < 7$       (6)  $|3x+4| > 5$

[16]  $x$  についての不等式  $\frac{2x+a}{4} \leq \frac{x-2}{3}$  の解が  $x \leq 2$  のとき, 定数  $a$  の値を求めよ。

- [20] 次の方程式, 不等式を解け。
- (1)  $|x-3|=4x$       (2)  $|x-3| \leq -2x$       (3)  $|x+2| > 3x$

[17] 次の方程式を解け。

(1)  $|x|=4$       (2)  $|x-1|=2$       (3)  $|x+3|=5$   
(4)  $|3x+1|=4$       (5)  $|4x+2|=6$       (6)  $|3-5x|=2$

[18] 次の式の絶対値記号をはずせ。  $|2x-4|$

1  $-\frac{3}{11}$  を循環小数で表せ。 **解答**  $-0.\dot{2}\dot{7}$

**解説**

$$-\frac{3}{11} = -3 \div 11 = -0.2727\cdots$$

よって  $-0.\dot{2}\dot{7}$

2  $-3, 0, 7, \frac{2}{3}, 0.\dot{1}\dot{2}\dot{3}, -\sqrt{3}, \sqrt{1.44}, (\sqrt{5})^2, \pi$  の中から、次のものは何個あるか

- (1) 自然数 (2) 整数 (3) 有理数 (4) 無理数

**解答** (1) 7,  $(\sqrt{5})^2$  の2個 (2)  $-3, 0, 7, (\sqrt{5})^2$  の4個

(3)  $-3, 0, 7, \frac{2}{3}, 0.\dot{1}\dot{2}\dot{3}, \sqrt{1.44}, (\sqrt{5})^2$  の7個 (4)  $-\sqrt{3}, \pi$  の2個

**解説**

$$\sqrt{1.44} = \sqrt{(1.2)^2} = 1.2, (\sqrt{5})^2 = 5$$

(1) 自然数は正の整数より 7,  $(\sqrt{5})^2$

(2)  $-3, 0, 7, (\sqrt{5})^2$

(3) 有理数は分数で書ける数のことなので,  $-3, 0, 7, \frac{2}{3}, 0.\dot{1}\dot{2}\dot{3}, \sqrt{1.44}, (\sqrt{5})^2$

(4)  $-\sqrt{3}, \pi$

3 次の数の範囲で、四則計算(加法・減法・乗法・除法)のうち、計算が常にできるものをそれぞれ答えよ。(計算が常にできるとは、その範囲のどんな2つの数を計算しても、計算結果がその範囲の数になるということである)また、計算が常にできるとは限らないものは、できない例を1つあげよ。ただし、除法では0で割ることは考えない。

- (1) 奇数 (2) 正の有理数

**解答** 計算が常にできるもの; 計算ができない例の順に

(1) 乗法;  $1+3=4, 3-1=2, 5\div 3=\frac{5}{3}$

(2) 加法、乗法、除法;  $1-2=-1$

**解説**

(1) 計算が常にできるのは 乗法

計算ができない例 加法  $1+3=4$ , 減法  $3-1=2$ , 除法  $5\div 3=\frac{5}{3}$

(2) 計算が常にできるのは 加法、乗法、除法

計算ができない例 減法  $1-2=-1$

4 次の値を求めよ。

- (1)  $|4|$  (2)  $|-6|$  (3)  $|5-8|$  (4)  $|5|-|8|$  (5)  $|2-\sqrt{5}|$

**解答** (1) 4 (2) 6 (3) 3 (4) -3 (5)  $\sqrt{5}-2$

**解説**

(1)  $|4|=4$  (2)  $|-6|=6$  (3)  $|5-8|=|-3|=3$

(4)  $|5|-|8|=5-8=-3$  (5)  $|2-\sqrt{5}|=(-2-\sqrt{5})=\sqrt{5}-2$

5  $a$  が次の値をとるとき、 $|a|+|a-4|$  の値を求めよ。

- (1)  $a=-2$  (2)  $a=5$  (3)  $a=4$  (4)  $a=\sqrt{10}$

**解答** (1) 8 (2) 6 (3) 4 (4) 4

**解説**

(1)  $|-2|+|-2-4|=2+|-6|=2+6=8$

(2)  $|5|+|5-4|=5+|1|=5+1=6$

(3)  $|4|+|4-4|=4+|0|=4+0=4$

(4)  $|\sqrt{10}|+|\sqrt{10}-4|=\sqrt{10}-(\sqrt{10}-4)=4$

6 次の循環小数を分数で表せ。 **解答**  $0.\dot{4}\dot{5}\dot{6}$  **解説**  $\frac{152}{333}$

**解説**

$x=0.\dot{4}\dot{5}\dot{6}$  とおく。

$$x = 0.456456\cdots$$

$$1000x = 456.456456\cdots$$

1000x と x の差を考えると、右の計算から

$$999x = 456 \quad \text{よって } x = \frac{456}{999} = \frac{152}{333} \quad \begin{array}{r} 1000x = 456.456456\cdots \\ - 999x = 456 \\ \hline x = 0.456456\cdots \end{array}$$

7 次の式の分母を有理化せよ。

$$(1) \frac{4}{3\sqrt{8}} \quad (2) \frac{2}{\sqrt{3}+1} \quad (3) \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1} \quad (4) \frac{\sqrt{3}}{2-\sqrt{5}}$$

**解答** (1)  $\frac{\sqrt{2}}{3}$  (2)  $\sqrt{3}-1$  (3)  $3+2\sqrt{2}$  (4)  $-2\sqrt{3}-\sqrt{15}$

**解説**

$$(1) \frac{4}{3\sqrt{8}} = \frac{4\sqrt{2}}{3 \cdot 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{6 \cdot 2} = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

$$(2) \frac{2}{\sqrt{3}+1} = \frac{2(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)} = \frac{2(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3})^2 - 1^2} = \frac{2(\sqrt{3}-1)}{3-1} = \sqrt{3}-1$$

$$(3) \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1} = \frac{(\sqrt{2}+1)^2}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} = \frac{2+2\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2})^2 - 1^2} = \frac{3+2\sqrt{2}}{2-1} = 3+2\sqrt{2}$$

$$(4) \frac{\sqrt{3}}{2-\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{3}(2+\sqrt{5})}{(2-\sqrt{5})(2+\sqrt{5})} = \frac{2\sqrt{3}+\sqrt{15}}{2^2 - (\sqrt{5})^2} = \frac{2\sqrt{3}+\sqrt{15}}{4-5} = -2\sqrt{3}-\sqrt{15}$$

8 次の式を計算せよ。

$$(1) (1+\sqrt{2}-\sqrt{3})^2 \quad (2) (1+\sqrt{2}-\sqrt{6})(1-\sqrt{2}+\sqrt{6})$$

$$(3) \frac{1}{\sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{20}} - \frac{1}{\sqrt{125}}$$

$$(5) \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{5}}{\sqrt{8}+\sqrt{3}}$$

$$\text{〔解答〕 (1) } 6+2\sqrt{2}-2\sqrt{3}-2\sqrt{6} \quad (2) 4\sqrt{3}-7 \quad (3) \frac{3\sqrt{5}}{50} \quad (4) 6 \quad (5) \sqrt{10}$$

**解説**

$$(1) (1+\sqrt{2}-\sqrt{3})^2 = [1+(\sqrt{2}-\sqrt{3})]^2 = 1^2 + 2 \cdot 1 \cdot (\sqrt{2}-\sqrt{3}) + (\sqrt{2}-\sqrt{3})^2 = 1 + 2\sqrt{2} - 2\sqrt{3} + (5-2\sqrt{6}) = 6+2\sqrt{2}-2\sqrt{3}-2\sqrt{6}$$

$$\text{〔別解〕 (1) } (1+\sqrt{2}-\sqrt{3})^2 = 1^2 + (\sqrt{2})^2 + (-\sqrt{3})^2 + 2 \cdot 1 \cdot \sqrt{2} + 2 \cdot \sqrt{2} \cdot (-\sqrt{3}) + 2 \cdot (-\sqrt{3}) \cdot 1 = 1 + 2 + 3 + 2\sqrt{2} - 2\sqrt{6} - 2\sqrt{3} = 6+2\sqrt{2}-2\sqrt{3}-2\sqrt{6}$$

$$(2) (1+\sqrt{2}-\sqrt{6})(1-\sqrt{2}+\sqrt{6}) = [1+(\sqrt{2}-\sqrt{6})][1-(\sqrt{2}-\sqrt{6})] = 1^2 - (\sqrt{2}-\sqrt{6})^2 = 1 - (8-2\sqrt{12})$$

$$(3) \frac{1}{\sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{20}} - \frac{1}{\sqrt{125}} = \frac{1}{\sqrt{5}} - \frac{1}{2\sqrt{5}} - \frac{1}{5\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5} - \frac{\sqrt{5}}{10} - \frac{\sqrt{5}}{25} = \frac{10\sqrt{5} - 5\sqrt{5} - 2\sqrt{5}}{50} = \frac{3\sqrt{5}}{50}$$

$$(4) \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}-\sqrt{5}} - \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{7}(\sqrt{7}+\sqrt{5}) - \sqrt{5}(\sqrt{7}-\sqrt{5})}{(\sqrt{7}-\sqrt{5})(\sqrt{7}+\sqrt{5})} = \frac{7+3\sqrt{35}-5\sqrt{35}+5}{7-5} = \frac{12}{2} = 6$$

$$(5) \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{5\sqrt{5}}{\sqrt{8}+\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{5}(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})} + \frac{5\sqrt{5}(\sqrt{8}-\sqrt{3})}{(\sqrt{8}+\sqrt{3})(\sqrt{8}-\sqrt{3})} = \frac{\sqrt{5}(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{3-2} + \frac{5\sqrt{5}(\sqrt{8}-\sqrt{3})}{8-3} = \sqrt{5}(\sqrt{3}-\sqrt{2}) + \sqrt{5}(\sqrt{8}-\sqrt{3}) = \sqrt{15} - \sqrt{10} + 2\sqrt{10} - \sqrt{15} = \sqrt{10}$$

9 (1)  $(\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5})(\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5})$  を計算せよ。

(2)  $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{5}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}}$  の分母を有理化せよ。

**解答** (1)  $2\sqrt{6}$  (2)  $\frac{\sqrt{10}-\sqrt{6}}{2}$

**解説**

$$(1) (\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5})(\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5}) = [(\sqrt{2}+\sqrt{3})+\sqrt{5}][(\sqrt{2}+\sqrt{3})-\sqrt{5}]$$

$$= (\sqrt{2}+\sqrt{3})^2 - (\sqrt{5})^2 = (5+2\sqrt{6}) - 25 = 2\sqrt{6}$$

(2) (1)の結果を利用して

$$\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{5}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}} = \frac{(\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{5})(\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5})}{(\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5})(\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5})} = \frac{(\sqrt{2})^2 - (\sqrt{3}-\sqrt{5})^2}{2\sqrt{6}} = \frac{2-(8-2\sqrt{15})}{2\sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{15}-6}{2\sqrt{6}} = \frac{(2\sqrt{15}-6)\sqrt{6}}{2\sqrt{6} \cdot \sqrt{6}} = \frac{6\sqrt{10}-6\sqrt{6}}{2 \cdot 6} = \frac{\sqrt{10}-\sqrt{6}}{2}$$

10  $\frac{1}{2-\sqrt{3}}$  の整数部分を  $a$ 、小数部分を  $b$  とする。次の式の値を求めよ。

$$(1) a \quad (2) b \quad (3) a+2b+b^2$$

**解答** (1) 3 (2)  $\sqrt{3}-1$  (3) 5

**解説**

$$(1) \frac{1}{2-\sqrt{3}} = \frac{2+\sqrt{3}}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})} = 2+\sqrt{3}$$

$1 < \sqrt{3} < 2$  であるから  $3 < 2+\sqrt{3} < 4$  よって  $a=3$

$$(2) b = (2+\sqrt{3})-3 = \sqrt{3}-1$$

$$(3) a+2b+b^2 = a+b(b+2) = 3+(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}-1)+2 = 3+(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1) = 3+(3-1)=5$$

11 次の式を簡単にせよ。  $\sqrt{x^2+6x+9}$  [解答]  $|x+3|$

[解説]  $\sqrt{A^2} = |A|$  より  $\sqrt{x^2+6x+9} = \sqrt{(x+3)^2} = |x+3|$

12  $x$  の次の値に対して、 $\sqrt{x^2-8x+16}$  の値をそれぞれ求めよ。

(1)  $x=6$  (2)  $x=4$  (3)  $x=1$

[解答] (1) 2 (2) 0 (3) 3

[解説]

$$\sqrt{x^2-8x+16} = \sqrt{(x-4)^2} = |x-4|$$

(1)  $|6-4|=2=2$  (2)  $|4-4|=0=0$  (3)  $|1-4|=|-3|=3$

13 次の式を簡単にせよ。

(1)  $\sqrt{9-2\sqrt{14}}$  (2)  $\sqrt{15-6\sqrt{6}}$  (3)  $\sqrt{3-\sqrt{5}}$

[解答] (1)  $\sqrt{7}-\sqrt{2}$  (2)  $3-\sqrt{6}$  (3)  $\frac{\sqrt{10}-\sqrt{2}}{2}$

[解説]

(1)  $\sqrt{9-2\sqrt{14}} = \sqrt{(7+2)-2\sqrt{7\cdot 2}} = \sqrt{7}-\sqrt{2}$

(2)  $\sqrt{15-6\sqrt{6}} = \sqrt{15-2\sqrt{54}} = \sqrt{(9+6)-2\sqrt{9\cdot 6}} = \sqrt{9}-\sqrt{6} = 3-\sqrt{6}$

(3)  $\sqrt{3-\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{6-2\sqrt{5}}{2}} = \frac{\sqrt{6-2\sqrt{5}}}{\sqrt{2}}$   
 $= \frac{\sqrt{(5+1)-2\sqrt{5\cdot 1}}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{1}}{\sqrt{2}}$   
 $= \frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10}-\sqrt{2}}{2}$

14 次の不等式を解け。

(1)  $2x-1 \leq \frac{x+1}{3}$  (2)  $\begin{cases} 4(x+2) > 7x+8 \\ -2(3x+5) \leq -(5x+7) \end{cases}$

[解答] (1)  $x \leq \frac{4}{5}$  (2)  $-3 \leq x < 0$

[解説]

(1) 両辺に 3 を掛けて  $3(2x-1) \leq x+1$

ゆえに  $6x-3 \leq x+1$

整理すると  $5x \leq 4$

よって  $x \leq \frac{4}{5}$

(2)  $4(x+2) > 7x+8$  から  $4x+8 > 7x+8$

整理すると  $-3x > 0$

よって  $x < 0$  ..... ①

$-2(3x+5) \leq -(5x+7)$  から  $-6x-10 \leq -5x-7$

整理すると  $-x \leq 3$

よって  $x \geq -3$  ..... ②

① と ② の共通範囲を求めて

$$-3 \leq x < 0$$

15 次の不等式を満たす正の整数  $x$  の値を求めよ。  $\frac{3x-1}{6} \leq \frac{2x+1}{3} \leq \frac{x+2}{2}$

[解答]  $x=1, 2, 3, 4$

[解説]

各辺に 6 を掛けて  $3x-1 \leq 2(2x+1) \leq 3(x+2)$

$3x-1 \leq 2(2x+1)$  から  $3x-1 \leq 4x+2$

整理すると  $-x \leq 3$

よって  $x \geq -3$  ..... ①

2(2x+1)  $\leq 3(x+2)$  から  $4x+2 \leq 3x+6$

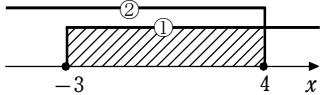
整理すると  $x \leq 4$  ..... ②

① と ② の共通範囲を求めて

$$-3 \leq x \leq 4$$

求める正の整数  $x$  の値は

$$x=1, 2, 3, 4$$



16  $x$  についての不等式  $\frac{2x+a}{4} \leq \frac{x-2}{3}$  の解が  $x \leq 2$  のとき、定数  $a$  の値を求めよ。

[解答]  $a=-4$

[解説]

不等式の両辺に 12 を掛けて

$$3(2x+a) \leq 4(x-2)$$

ゆえに  $6x+3a \leq 4x-8$

整理して  $2x \leq -3a-8$

したがって  $x \leq -\frac{3a+8}{2}$  この式が  $x \leq 2$  になればいいので

条件を満たすのは  $-\frac{3a+8}{2} = 2$

両辺に 2 を掛けて  $-(3a+8)=4$

整理すると  $-3a=12$

よって  $a=-4$

17 次の方程式を解け。

(1)  $|x|=4$  (2)  $|x-1|=2$  (3)  $|x+3|=5$

(4)  $|3x+1|=4$  (5)  $|4x+2|=6$  (6)  $|3-5x|=2$

[解答] (1)  $x=\pm 4$  (2)  $x=3, -1$  (3)  $x=2, -8$  (4)  $x=1, -\frac{5}{3}$

(5)  $x=1, -2$  (6)  $x=\frac{1}{5}, 1$

[解説]

(1)  $|x|=4$  から  $x=\pm 4$

(2)  $|x-1|=2$  から  $x-1=\pm 2$  よって  $x=3, -1$

(3)  $|x+3|=5$  から  $x+3=\pm 5$  よって  $x=2, -8$

(4)  $|3x+1|=4$  から  $3x+1=\pm 4$  よって  $x=1, -\frac{5}{3}$

(5)  $|4x+2|=6$  から  $4x+2=\pm 6$  よって  $x=1, -2$

(6)  $|3-5x|=2$  から  $3-5x=\pm 2$  よって  $x=\frac{1}{5}, 1$

18 次の式の絶対値記号をはずせ。  $|2x-4|$

[解答]  $x \geq 2$  のとき  $2x-4$ ,  $x < 2$  のとき  $-2x+4$

[解説]

$2x-4 \geq 0$  すなわち  $x \geq 2$  のとき  $\text{与式} = 2x-4$

$2x-4 < 0$  すなわち  $x < 2$  のとき  $\text{与式} = -(2x-4) = -2x+4$

19 次の不等式を解け。

(1)  $|x| < 6$  (2)  $|x| > \frac{1}{2}$  (3)  $|x-2| < 4$

(4)  $|3-x| \geq 2$

(5)  $|2x+3| < 7$

(6)  $|3x+4| > 5$

[解答] (1)  $-6 < x < 6$  (2)  $x < -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} < x$  (3)  $-2 < x < 6$

(4)  $x \leq 1, 5 \leq x$  (5)  $-5 < x < 2$  (6)  $x < -3, \frac{1}{3} < x$

[解説]

(1)  $|x| < 6$  から  $-6 < x < 6$

(2)  $|x| > \frac{1}{2}$  から  $x < -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} < x$

(3)  $|x-2| < 4$  から  $-4 < x-2 < 4$  よって  $-2 < x < 6$

(4)  $|3-x| \geq 2$  から  $3-x \leq -2, 2 \leq 3-x$  よって  $x \leq 1, 5 \leq x$

(5)  $|2x+3| < 7$  から  $-7 < 2x+3 < 7$  よって  $-10 < 2x < 4$  ゆえに  $-5 < x < 2$

(6)  $|3x+4| > 5$  から  $3x+4 < -5, 5 < 3x+4$  よって  $3x < -9, 1 < 3x$   
ゆえに  $x < -3, \frac{1}{3} < x$

20 次の方程式、不等式を解け。

(1)  $|x-3|=4x$

[解答] (1)  $x=\frac{3}{5}$  (2)  $x \leq -3$  (3)  $x < 1$

[解説] (1) [1]  $x-3 \geq 0$  すなわち  $x \geq 3$  のとき、方程式は

$$x-3=4x \quad \text{よって} \quad x=-1$$

これは、 $x \geq 3$  を満たさない。

[2]  $x-3 < 0$  すなわち  $x < 3$  のとき、方程式は

$$-(x-3)=4x \quad \text{よって} \quad x=\frac{3}{5}$$

これは、 $x < 3$  を満たす。

[1], [2] から、求める解は  $x=\frac{3}{5}$

(2) [1]  $x-3 \geq 0$  すなわち  $x \geq 3$  のとき、不等式は

$$x-3 \leq -2x \quad \text{よって} \quad x \leq 1$$

これと  $x \geq 3$  との共通範囲はない。

[2]  $x-3 < 0$  すなわち  $x < 3$  のとき、不等式は

$$-(x-3) \leq -2x \quad \text{よって} \quad x \leq -3$$

これと  $x < 3$  との共通範囲は  $x \leq -3$

[1], [2] から、求める解は  $x \leq -3$

(3) [1]  $x+2 \geq 0$  すなわち  $x \geq -2$  のとき、不等式は

$$x+2 > 3x \quad \text{よって} \quad x < 1$$

これと  $x \geq -2$  との共通範囲は  $-2 \leq x < 1$  ..... ①

[2]  $x+2 < 0$  すなわち  $x < -2$  のとき、不等式は

$$-(x+2) > 3x \quad \text{よって} \quad x < -\frac{1}{2}$$

これと  $x < -2$  との共通範囲は  $x < -2$  ..... ②

[1], [2] から、求める解は、①と②を合わせた範囲で  $x < 1$