

① 次の単項式で[]内の文字に着目したとき，その次数と係数をいえ。 $-5abx^2y^3$ [x と y]

2 次の整式において [] 内の文字に着目したとき、その次数と定数項をいえ。

$$ax^2 + bxy + y^2 + c \quad [x], [x \text{ と } y]$$

3 次の整式を、 x について降べきの順に整理せよ。

(1) $-3x^2 + 12x - 17 + 10x^2 - 8x + 9$ (2) $x^2 - 2y^2 + xy + 4x + 5y + 3$

4 $A=2x^2-4x-5$, $B=3x^2-2x+2$ とする。次の式を計算せよ。 $2A+B-(4A-3B)$

□5 $-x^2-2x+3$ を引くと, $-x^2+6$ になる式を求めよ。

6 次の式を展開せよ。 $(2x-3y+4z)^2$

7 次の式を展開せよ。

$$(1) \quad (2x + y - z)(2x - y - z) \qquad (2) \quad (3x + 2y - z)(3x + 5y - z)$$

8 次の式を展開せよ。 $(a-4b+3c)(a+4b-3c)$

9 次の式を展開せよ。 $(x^2+3x+4)(x^2-4x+4)$

10 次の式を展開せよ。 (1) $(3x-y)^2(3x+y)^2$ (2) $(a-2b)(a+2b)(a^2+4b^2)$

11 次の式を展開せよ。

- (1) $(x+3)^3$
- (2) $(2a-5b)^3$
- (3) $(x+4)(x^2-4x+16)$
- (4) $(3a-4b)(9a^2+12ab+16b^2)$

12 次の式を展開せよ。

$$\begin{array}{ll} (1) & (x+1)(x+3)(x-1)(x-3) \\ (2) & (x-1)(x+1)(x+2)(x+4) \\ (3) & (x-2)(x+2)(x^2+4)(x^4+16) \end{array}$$

13 次の式を展開したとき，[]内の項の係数を工夫して求めよ。

$$(x^3 - 2x^2 + 3x + 2)(x^2 + 4x + 3) \quad [x^3]$$

14 次の式を因数分解せよ。

$$(1) \quad (x+a)y - (x+a) \qquad (2) \quad a(b-c) + 2(c-b)$$

15 次の式を因数分解せよ。

(1) $8a^2b + 18bc^2 - 24abc$ (2) $a^2 - 7ab - 18b^2$ (3) $8x^2y^2 - 18$

16 次の式を因数分解せよ。 (1) $6x^2 - xy - 12y^2$

(2) $6x^2 + 7xy - 24y^2$

17 次の式を因数分解せよ。 $2abx^2 - (4a + 3b)x + 6$

18 次の式を因数分解せよ。

- (1) x^4+2x^2-24
- (2) x^4-8x^2+16
- (3) x^4+5x^2+9

19 次の式を因数分解せよ。 $(x^2-3x)^2-8(x^2-3x)-20$

20 次の式を因数分解せよ。

- (1) $\frac{1}{4}x^2+x+1$
- (2) $3a^4b-4a^2b^3-a^3b^2$
- (3) $a^2(a-b)+9b^2(b-a)$
- (4) $(x+y)^2-x-y-2$
- (5) x^2-y^2-4y-4

21 次の式を因数分解せよ。

- (1) $ab^2-b^2c-c^2a+bc^2$
- (2) $x^2-2xy+4x-2y+3$

22 次の式を因数分解せよ。

- (1) $x^2-2xy+y^2+4x-4y+3$
- (2) $6x^2-7xy+2y^2-6x+5y-12$

23 次の式を因数分解せよ。 $a(b-c)^2+b(c-a)^2+c(a-b)^2+8abc$

24 次の式を因数分解せよ。

- (1) x^3+27
- (2) $24a^3-81b^3$
- (3) x^3-3x^2+3x-1

25 項を適当に組み合わせて共通因数を作り，次の式を因数分解せよ。 x^3-3x^2+6x-8

1

次の単項式で〔 〕内の文字に着目したとき、その次数と係数をいえ。 $-5abx^2y^3$ 〔 x と y 〕

解答

解説

次数は5、係数は $-5ab$

$-5abx^2y^3=(-5ab)x^2y^3$ であるから、 x と y に着目すると、次数は5、係数は $-5ab$

2

次の整式において〔 〕内の文字に着目したとき、その次数と定数項をいえ。 $ax^2+bxy+y^2+c$ 〔 x 〕,〔 x と y 〕

解答

解説

x : 次数は2、定数項は y^2+c 、 x と y : 次数は2、定数項は c

x に着目すると 与式 $=ax^2+bxy+y^2+c$

次数は2、定数項は y^2+c

x と y に着目すると、 ax^2 、 bxy 、 y^2 はいずれも2次であるから、次数は2、定数項は c

3

次の整式を、 x について降べきの順に整理せよ。
(1) $-3x^2+12x-17+10x^2-8x+9$ (2) $x^2-2y^2+xy+4x+5y+3$

解答

解説

(1) $7x^2+4x-8$ (2) $x^2+(y+4)x+(-2y^2+5y+3)$

(1) 与式 $=(-3+10)x^2+(12-8)x+(-17+9)$
 $=7x^2+4x-8$

(2) 与式 $=x^2+xy+4x-2y^2+5y+3$
 $=x^2+(y+4)x+(-2y^2+5y+3)$

4

$A=2x^2-4x-5$ 、 $B=3x^2-2x+2$ とする。次の式を計算せよ。 $2A+B-(4A-3B)$

解答

解説

$8x^2+18$

$2A+B-(4A-3B)=2A+B-4A+3B=-2A+4B$
 $=-2(2x^2-4x-5)+4(3x^2-2x+2)$
 $=-4x^2+8x+10+12x^2-8x+8$
 $=(-4+12)x^2+(8-8)x+10+8$
 $=8x^2+18$

5

$-x^2-2x+3$ を引くと、 $-x^2+6$ になる式を求めよ。

解答

解説

$-2x^2-2x+9$

求める式を B とすると
 $B-(-x^2-2x+3)=-x^2+6$
よって $B=-x^2+6+(-x^2-2x+3)$
 $=-2x^2-2x+9$

6

次の式を展開せよ。 $(2x-3y+4z)^2$

解答

解説

$4x^2+9y^2+16z^2-12xy-24yz+16zx$

与式 $=\{(2x-3y)+4z\}^2$
 $=(2x-3y)^2+2(2x-3y)\cdot 4z+(4z)^2$
 $=(4x^2-12xy+9y^2)+16xz-24yz+16z^2$
 $=4x^2+9y^2+16z^2-12xy-24yz+16zx$

別解

与式 $=(2x)^2+(-3y)^2+(4z)^2+2\cdot 2x\cdot (-3y)+2\cdot (-3y)\cdot 4z+2\cdot 4z\cdot 2x$
 $=4x^2+9y^2+16z^2-12xy-24yz+16zx$

7

次の式を展開せよ。
(1) $(2x+y-z)(2x-y-z)$ (2) $(3x+2y-z)(3x+5y-z)$

解答

解説

(1) 与式 $=\{(2x-z)+y\}\{(2x-z)-y\}$
 $=(2x-z)^2-y^2$
 $=4x^2-4xz+z^2-y^2$
 $=4x^2-y^2+z^2-4xz$

(2) 与式 $=\{(3x-z)+2y\}\{(3x-z)+5y\}$
 $=(3x-z)^2+7(3x-z)y+10y^2$
 $=(9x^2-6xz+z^2)+21xy-7yz+10y^2$
 $=9x^2+10y^2+z^2+21xy-7yz-6zx$

8

次の式を展開せよ。 $(a-4b+3c)(a+4b-3c)$

解答

解説

$a^2-16b^2+24bc-9c^2$

与式 $=\{a-(4b-3c)\}\{a+(4b-3c)\}$
 $=a^2-(4b-3c)^2$
 $=a^2-(16b^2-24bc+9c^2)$
 $=a^2-16b^2+24bc-9c^2$

9

次の式を展開せよ。 $(x^2+3x+4)(x^2-4x+4)$

解答

解説

$x^4-x^3-4x^2-4x+16$

与式 $=\{(x^2+4)+3x\}\{(x^2+4)-4x\}$
 $=(x^2+4)^2-x(x^2+4)-12x^2$
 $=(x^4+8x^2+16)-x^3-4x-12x^2$
 $=x^4-x^3-4x^2-4x+16$

10

次の式を展開せよ。 (1) $(3x-y)^2(3x+y)^2$ (2) $(a-2b)(a+2b)(a^2+4b^2)$

解答

解説

(1) $81x^4-18x^2y^2+y^4$ (2) a^4-16b^4

(1) 与式 $=\{(3x-y)(3x+y)\}^2$
 $=\{(3x)^2-y^2\}^2=(9x^2-y^2)^2$
 $=(9x^2)^2-2\cdot 9x^2y^2+(y^2)^2$
 $=81x^4-18x^2y^2+y^4$

(2) 与式 $=(a-2b)(a+2b)\times(a^2+4b^2)$
 $=(a^2-4b^2)(a^2+4b^2)$
 $=(a^2)^2-(4b^2)^2=a^4-16b^4$

11

次の式を展開せよ。
(1) $(x+3)^3$ (2) $(2a-5b)^3$
(3) $(x+4)(x^2-4x+16)$ (4) $(3a-4b)(9a^2+12ab+16b^2)$

解答

解説

(1) $x^3+9x^2+27x+27$ (2) $8a^3-60a^2b+150ab^2-125b^3$
(3) x^3+64 (4) $27a^3-64b^3$

(1) 与式 $=x^3+3\cdot x^2\cdot 3+3\cdot x\cdot 3^2+3^3$
 $=x^3+9x^2+27x+27$

(2) 与式 $=(2a)^3-3\cdot (2a)^2\cdot 5b+3\cdot 2a\cdot (5b)^2-(5b)^3$
 $=8a^3-60a^2b+150ab^2-125b^3$

(3) 与式 $=(x+4)(x^2-x\cdot 4+4^2)=x^3+4^3$
 $=x^3+64$

(4) 与式 $=(3a-4b)\{(3a)^2+3a\cdot 4b+(4b)^2\}$
 $=(3a)^3-(4b)^3=27a^3-64b^3$

12

次の式を展開せよ。
(1) $(x+1)(x+3)(x-1)(x-3)$ (2) $(x-1)(x+1)(x+2)(x+4)$
(3) $(x-2)(x+2)(x^2+4)(x^4+16)$

解答

解説

(1) x^4-10x^2+9 (2) $x^4+6x^3+7x^2-6x-8$ (3) x^8-256

(1) 与式 $=(x+1)(x-1)\times(x+3)(x-3)$
 $=(x^2-1)(x^2-9)$
 $=x^4-10x^2+9$

(2) 与式 $=(x-1)(x+4)\times(x+1)(x+2)$
 $=\{(x^2+3x)-4\}\{(x^2+3x)+2\}$
 $=(x^2+3x)^2-2(x^2+3x)-8$
 $=(x^4+6x^3+9x^2)-2x^2-6x-8$
 $=x^4+6x^3+7x^2-6x-8$

(3) 与式 $=(x^2-4)(x^2+4)\times(x^4+16)$
 $=(x^4-16)(x^4+16)$
 $=x^8-256$

13

次の式を展開したとき、〔 〕内の項の係数を工夫して求めよ。
 $(x^3-2x^2+3x+2)(x^2+4x+3)$ 〔 x^3 〕

解答

解説

-2

x^3 の項が出てくる組み合わせだけを考えると
 $x^3\cdot 3+(-2x^2)\cdot 4x+3x\cdot x^2=(3-8+3)x^3$
 $=-2x^3$

よって、 x^3 の係数は -2

14

次の式を因数分解せよ。
(1) $(x+a)y-(x+a)$ (2) $a(b-c)+2(c-b)$

解答

解説

(1) $(x+a)(y-1)$ (2) $(a-2)(b-c)$

(1) $(x+a)y-(x+a)=(x+a)(y-1)$
(2) $a(b-c)+2(c-b)=a(b-c)-2(b-c)$
 $=(a-2)(b-c)$

15

次の式を因数分解せよ。
(1) $8a^2b+18bc^2-24abc$ (2) $a^2-7ab-18b^2$ (3) $8x^2y^2-18$

解答 (1) $2b(2a-3c)^2$ (2) $(a+2b)(a-9b)$ (3) $2(2xy+3)(2xy-3)$

角評説

$$\begin{aligned} (1) \quad 8a^2b + 18bc^2 - 24abc &= 2b(4a^2 + 9c^2 - 12ac) \\ &= 2b\{(2a)^2 - 2 \cdot 2a \cdot 3c + (3c)^2\} \\ &= 2b(2a-3c)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad a^2 - 7ab - 18b^2 &= a^2 + (2b-9b)a + 2b \cdot (-9b) \\ &= (a+2b)(a-9b) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \quad 8x^2y^2 - 18 &= 2(4x^2y^2 - 9) \\ &= 2\{(2xy)^2 - 3^2\} \\ &= 2(2xy+3)(2xy-3) \end{aligned}$$

16 次の式を因数分解せよ。 (1) $6x^2 - xy - 12y^2$ (2) $6x^2 + 7xy - 24y^2$

解答 (1) $(2x-3y)(3x+4y)$ (2) $(2x-3y)(3x+8y)$

角評説

$$(1) \quad 6x^2 - xy - 12y^2 = (2x-3y)(3x+4y)$$

$$(2) \quad 6x^2 + 7xy - 24y^2 = (2x-3y)(3x+8y)$$

$$\begin{array}{r} (1) \quad \begin{array}{r} 2 \quad \times \quad -3y \longrightarrow -9y \\ 3 \quad \quad 4y \longrightarrow 8y \\ \hline 6 \quad -12y^2 \quad -y \end{array} \quad (2) \quad \begin{array}{r} 2 \quad \times \quad -3y \longrightarrow -9y \\ 3 \quad \quad 8y \longrightarrow 16y \\ \hline 6 \quad -24y^2 \quad 7y \end{array} \end{array}$$

17 次の式を因数分解せよ。 $2abx^2 - (4a+3b)x + 6$

解答 $(2ax-3)(bx-2)$

角評説

$$2abx^2 - (4a+3b)x + 6 = (2ax-3)(bx-2)$$

$$\begin{array}{r} 2a \quad \times \quad -3 \longrightarrow -3b \\ b \quad \quad -2 \longrightarrow -4a \\ \hline 2ab \quad 6 \quad -4a-3b \end{array}$$

18 次の式を因数分解せよ。

$$(1) \quad x^4 + 2x^2 - 24 \quad (2) \quad x^4 - 8x^2 + 16 \quad (3) \quad x^4 + 5x^2 + 9$$

解答 (1) $(x+2)(x-2)(x^2+6)$ (2) $(x+2)^2(x-2)^2$ (3) $(x^2+x+3)(x^2-x+3)$

角評説

$$\begin{aligned} (1) \quad \text{与式} &= (x^2)^2 + 2x^2 - 24 = (x^2-4)(x^2+6) \\ &= (x+2)(x-2)(x^2+6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad \text{与式} &= (x^2)^2 - 2 \cdot 4x^2 + 4^2 = (x^2-4)^2 \\ &= \{(x+2)(x-2)\}^2 = (x+2)^2(x-2)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \quad \text{与式} &= (x^4 + 6x^2 + 9) - x^2 \\ &= \{(x^2)^2 + 2 \cdot x^2 \cdot 3 + 3^2\} - x^2 \\ &= (x^2+3)^2 - x^2 = \{(x^2+3)+x\}\{(x^2+3)-x\} = (x^2+x+3)(x^2-x+3) \end{aligned}$$

19 次の式を因数分解せよ。 $(x^2-3x)^2 - 8(x^2-3x) - 20$

解答 $(x-1)(x-2)(x+2)(x-5)$

角評説

$$\begin{aligned} \text{与式} &= \{(x^2-3x)+2\}\{(x^2-3x)-10\} \\ &= (x^2-3x+2)(x^2-3x-10) \\ &= (x-1)(x-2)(x+2)(x-5) \end{aligned}$$

20 次の式を因数分解せよ。

$$(1) \quad \frac{1}{4}x^2 + x + 1 \quad (2) \quad 3a^4b - 4a^2b^3 - a^3b^2 \quad (3) \quad a^2(a-b) + 9b^2(b-a)$$

$$(4) \quad (x+y)^2 - x - y - 2 \quad (5) \quad x^2 - y^2 - 4y - 4$$

解答 (1) $\left(\frac{1}{2}x+1\right)^2$ (2) $a^2b(a+b)(3a-4b)$ (3) $(a-b)(a+3b)(a-3b)$

$$(4) \quad (x+y+1)(x+y-2) \quad (5) \quad (x+y+2)(x-y-2)$$

角評説

$$(1) \quad \frac{1}{4}x^2 + x + 1 = \left(\frac{1}{2}x\right)^2 + 2 \cdot \frac{1}{2}x \cdot 1 + 1^2 = \left(\frac{1}{2}x+1\right)^2 \quad \frac{1}{4}(x+2)^2 \quad \text{でもよい}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad 3a^4b - 4a^2b^3 - a^3b^2 &= a^2b(3a^2 - 4b^2 - ab) \\ &= a^2b(3a^2 - ab - 4b^2) \\ &= a^2b(a+b)(3a-4b) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \quad a^2(a-b) + 9b^2(b-a) &= a^2(a-b) - 9b^2(a-b) \\ &= (a-b)(a^2 - 9b^2) \\ &= (a-b)(a+3b)(a-3b) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (4) \quad (x+y)^2 - x - y - 2 &= (x+y)^2 - (x+y) - 2 \\ &= \{(x+y)+1\}\{(x+y)-2\} \\ &= (x+y+1)(x+y-2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (5) \quad x^2 - y^2 - 4y - 4 &= x^2 - (y^2 + 4y + 4) \\ &= x^2 - (y+2)^2 \\ &= \{x+(y+2)\}\{x-(y+2)\} \\ &= (x+y+2)(x-y-2) \end{aligned}$$

21 次の式を因数分解せよ。

$$(1) \quad ab^2 - b^2c - c^2a + bc^2 \quad (2) \quad x^2 - 2xy + 4x - 2y + 3$$

解答 (1) $(b-c)(ab-bc+ca)$ (2) $(x+1)(x-2y+3)$

角評説

$$\begin{aligned} (1) \quad ab^2 - b^2c - c^2a + bc^2 &= (b^2 - c^2)a - b^2c + bc^2 \\ &= (b+c)(b-c)a - bc(b-c) \\ &= (b-c)\{(b+c)a - bc\} \\ &= (b-c)(ab-bc+ca) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad x^2 - 2xy + 4x - 2y + 3 &= -2(x+1)y + (x+1)(x+3) \\ &= (x+1)(-2y+x+3) \\ &= (x+1)(x-2y+3) \end{aligned}$$

22 次の式を因数分解せよ。

$$(1) \quad x^2 - 2xy + y^2 + 4x - 4y + 3 \quad (2) \quad 6x^2 - 7xy + 2y^2 - 6x + 5y - 12$$

解答 (1) $(x-y+1)(x-y+3)$ (2) $(2x-y-4)(3x-2y+3)$

角評説

$$\begin{aligned} (1) \quad x^2 - 2xy + y^2 + 4x - 4y + 3 &= x^2 + (-2y+4)x + (y^2-4y+3) \\ &= x^2 + (-2y+4)x + (y-1)(y-3) \\ &= \{x-(y-1)\}\{x-(y-3)\} \\ &= (x-y+1)(x-y+3) \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 1 \quad \times \quad -(y-1) \longrightarrow -y+1 \\ 1 \quad \quad -(y-3) \longrightarrow -y+3 \\ \hline 1 \quad (y-1)(y-3) \quad -2y+4 \end{array}$$

別解 $x^2 - 2xy + y^2 + 4x - 4y + 3 = (x-y)^2 + 4(x-y) + 3$
 $= \{(x-y)+1\}\{(x-y)+3\}$

$$= (x-y+1)(x-y+3)$$

$$\begin{aligned} (2) \quad 6x^2 - 7xy + 2y^2 - 6x + 5y - 12 &= 6x^2 + (-7y-6)x + (2y^2+5y-12) \\ &= 6x^2 + (-7y-6)x + (y+4)(2y-3) \\ &= \{2x-(y+4)\}\{3x-(2y-3)\} \\ &= (2x-y-4)(3x-2y+3) \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 2 \quad \times \quad -(y+4) \longrightarrow -3y-12 \\ 3 \quad \quad -(2y-3) \longrightarrow -4y+6 \\ \hline 6 \quad (y+4)(2y-3) \quad -7y-6 \end{array}$$

23 次の式を因数分解せよ。 $a(b-c)^2 + b(c-a)^2 + c(a-b)^2 + 8abc$

解答 $(a+b)(b+c)(c+a)$

解説

$$\begin{aligned} \text{与式} &= (b-c)^2a + b(c^2-2ca+a^2) + c(a^2-2ab+b^2) + 8abc \\ &= (b+c)a^2 + \{(b-c)^2-2bc-2bc+8bc\}a + bc^2 + b^2c \\ &= (b+c)a^2 + (b^2+2bc+c^2)a + bc(b+c) \\ &= (b+c)a^2 + (b+c)^2a + bc(b+c) \\ &= (b+c)\{a^2 + (b+c)a + bc\} \\ &= (b+c)(a+b)(a+c) \\ &= (a+b)(b+c)(c+a) \end{aligned}$$

24 次の式を因数分解せよ。

$$(1) \quad x^3 + 27 \quad (2) \quad 24a^3 - 81b^3 \quad (3) \quad x^3 - 3x^2 + 3x - 1$$

解答 (1) $(x+3)(x^2-3x+9)$ (2) $3(2a-3b)(4a^2+6ab+9b^2)$ (3) $(x-1)^3$

解説

$$\begin{aligned} (1) \quad x^3 + 27 &= x^3 + 3^3 \\ &= (x+3)(x^2-x \cdot 3+3^2) \\ &= (x+3)(x^2-3x+9) \\ (2) \quad 24a^3 - 81b^3 &= 3(8a^3-27b^3) = 3\{(2a)^3-(3b)^3\} \\ &= 3(2a-3b)\{(2a)^2+2a \cdot 3b+(3b)^2\} \\ &= 3(2a-3b)(4a^2+6ab+9b^2) \end{aligned}$$

$$(3) \quad x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = x^3 - 3 \cdot x^2 \cdot 1 + 3 \cdot x \cdot 1^2 - 1^3 = (x-1)^3$$

25 項を適当に組み合わせて共通因数を作り、次の式を因数分解せよ。 $x^3 - 3x^2 + 6x - 8$

解答 $(x-2)(x^2-x+4)$

解説

$$\begin{aligned} \text{与式} &= (x^3-8) - (3x^2-6x) \\ &= (x-2)(x^2+2x+4) - 3x(x-2) \\ &= (x-2)(x^2+2x+4-3x) \\ &= (x-2)(x^2-x+4) \end{aligned}$$