

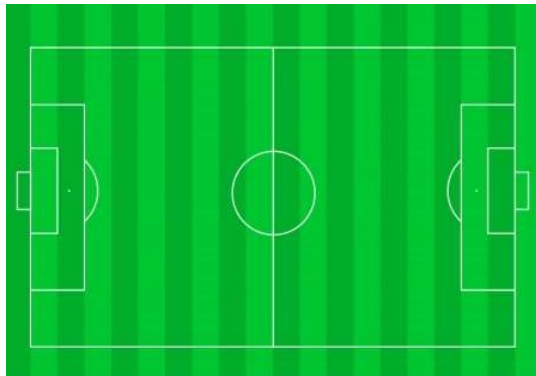
## 第4章「三平方の定理」1 三平方の定理

### 問題

運動場にサッカーのコートを作りたい

大きな長方形のコートを作るにはどうしたらいいでしょう？

(大きな三角定規を持ってくる？大きな分度器を持ってくる？)



＜三平方の定理＞

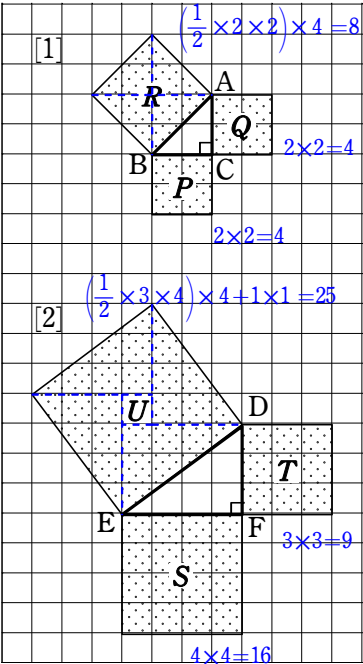
右の図[1]は、直角三角形 ABCの3辺をそれぞれ1辺とする正方形を、△ABC の外部にかいたものである。

3つの正方形の面積を図のようにP, Q, Rとすると

$P+Q=R$  …… ①

という関係が成り立っていることがわかる。

練習1 右の図[2]について、3つの正方形の面積S, T, Uの間に、①と同じような関係が成り立っていることを確かめなさい。



別名、ピタゴラスの定理

上で調べた関係は、三平方(さんへいほう)の定理といわれ、どのような直角三角形についても成り立つ。

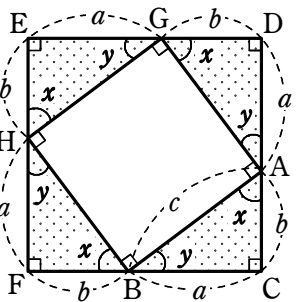
**三平方の定理**

**定理** 直角三角形の直角をはさむ2辺の長さを  $a, b$ , 斜辺の長さを  $c$  とすると、次の等式が成り立つ。

$$a^2 + b^2 = c^2$$
  
(底辺)<sup>2</sup>+(高さ)<sup>2</sup>=(斜辺)<sup>2</sup>

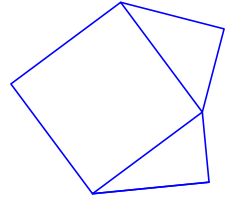
三平方の定理は、次のようにして証明できる。

証明 右の図のように、 $\angle C=90^\circ$ ,  $BC=a$ ,  $AC=b$ ,  $AB=c$ である直角三角形ABCに対して、これと合同な直角三角形を、ABを1辺とする正方形AGHBの周りにかき加える。このとき、右の図において、 $\angle x + \angle y = 90^\circ$ であるから



$\angle CAD = \angle DGE = \angle EHF = \angle FBC = 180^\circ$

よって、四角形CDEFは、1辺の長さが  $a+b$  の正方形である。正方形AGHBの面積は、正方形CDEFの面積から4つの直角三角形の面積をひいたものであるから、次の式が成り立つ。



こんな感じになっていないことを確認している

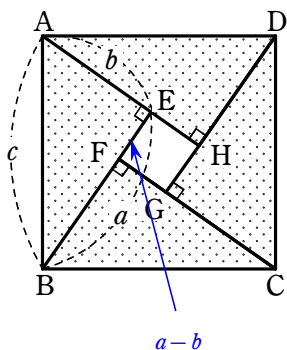
$$c^2 = (a+b)^2 - \frac{1}{2}ab \times 4$$

$$c^2 = a^2 + 2ab + b^2 - 2ab \quad (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

よって  $c^2 = a^2 + b^2$

したがって  $a^2 + b^2 = c^2$  終

**練習 2** 右の図のように、4 個の合同な直角三角形を並べる。この図を用いて、三平方の定理を証明しなさい。



**証明**  $\angle BAE + \angle ABE = 90^\circ$  であるから

$$\angle ABC = \angle BCD = \angle CDA = \angle DAB = 90^\circ$$

よって、四角形 ABCD は、1 辺の長さが  $c$  の正方形である。

また、正方形 EFGH の 1 辺の長さは  $a-b$  である。

(正方形 ABCD の面積) = (4 つの直角三角形の面積) + (正方形 EFGH の面積) であるから

$$c^2 = 4 \times \frac{1}{2} ab + (a-b)^2 \quad \leftarrow (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$c^2 = 2ab + a^2 - 2ab + b^2$$

よって  $c^2 = a^2 + b^2$

したがって  $a^2 + b^2 = c^2$

三平方の定理は、これを研究した紀元前 6 世紀頃のギリシャの数学者ピタゴラスにちなんで、**ピタゴラスの定理** ともよばれる。

(コラム)

### 三平方の定理の証明

三平方の定理には、いろいろな証明があることが知られています。

ここでは、相似な三角形の性質から、三平方の定理を導く方法を紹介します。

右の図のような直角三角形 ABC において、点 C から辺 AB に下ろした垂線の足を D とします。

直角三角形 ABC, CBD, ACD は、2 組の角がそれぞれ等しいから、互いに相似です。 **直角ともう1つの角がそれぞれ等しい**

$$\triangle ABC \sim \triangle CBD \text{ より } c : a = a : x$$

$$\text{よって } a^2 = cx \quad \dots\dots ①$$

$$\triangle ABC \sim \triangle ACD \text{ より } c : b = b : y$$

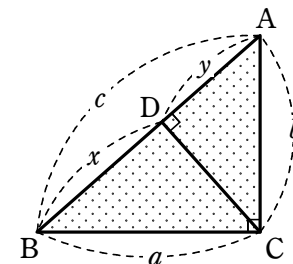
$$\text{よって } b^2 = cy \quad \dots\dots ②$$

①, ② の左辺どうし右辺どうしをたすと

$$a^2 + b^2 = cx + cy \quad \text{右辺を因数分解して } a^2 + b^2 = c(x + y)$$

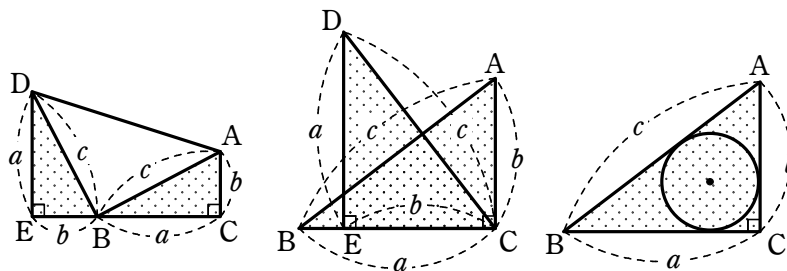
ここで、 $x + y = c$  であることから、 $c(x + y) = c \cdot c = c^2$  となり、

$$a^2 + b^2 = c^2 \text{ が成り立ちます。}$$



1938年にアメリカの16歳の女子高校生アン・コンディットが新しい証明を発見したこともありました。

三平方の定理の証明は、100 種類以上あるといわれています。ほかにどんな方法があるか調べてみましょう。



【証明】(ガーフィールドの証明) 第20代アメリカ大統領、議員時代の1876年に発見

直角三角形ABCにおいて、半直線CB上に

BE = b となる点Eをとる。次にBEに垂直な線分で長さが

a であるDEをAと同じ側に作り、DBを結ぶ。

このとき、△ABCと△BDEは二辺と間の角(直角)が等しいので合同であるからDB = c であり、∠ABC = ∠BDEが成り立つ。

よって、∠DBE + ∠ABC = ∠DBE + ∠BDE = 90° より ∠DBA = 90°

ここで台形ACEDの面積 S は

$$S = \frac{1}{2}(AC + DE) \cdot EC = \frac{1}{2}(b + a) \cdot (a + b) = \frac{1}{2}(a + b)^2 \quad \dots\dots①$$

またこの台形の面積を3つの三角形の面積の和と考えると

$$\begin{aligned} S &= \triangle ABC + \triangle ABD + \triangle BED \\ &= \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2} \cdot c \cdot c + \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}c^2 + \frac{1}{2}ab = ab + \frac{1}{2}c^2 \quad \dots\dots② \end{aligned}$$

①と②は同じ面積なので

$$\frac{1}{2}(a + b)^2 = ab + \frac{1}{2}c^2$$

両辺2倍して

$$(a + b)^2 = 2ab + c^2 \quad \text{よって} \quad a^2 + 2ab + b^2 = 2ab + c^2$$

ゆえに  $a^2 + b^2 = c^2$  が成り立つ。

【証明】

ABとCDの交点をFとする。∠ACF = ∠FDE = ∠ABC より

∠FAC + ∠ACF = ∠FAC + ∠ABC = 90°

よって、∠FAC = 90° より、ABとCDは垂直に交わっている。

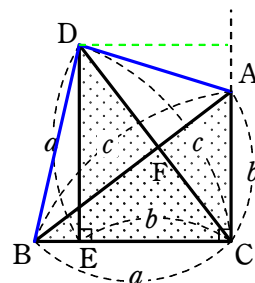
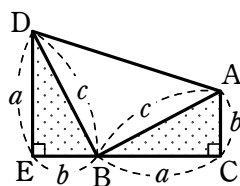
四角形ACBDの面積 S は、ABを底辺と考えると

$$S = \frac{1}{2}AB \cdot CD = \frac{1}{2} \cdot c \cdot c = \frac{1}{2}c^2 \quad \dots\dots①$$

またこの四角形の面積を2つの三角形の面積の和と考えると

$$\begin{aligned} S &= \triangle DBC + \triangle ADC \\ &= \frac{1}{2} \cdot BC \cdot DE + \frac{1}{2} \cdot AC \cdot EC = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a + \frac{1}{2} \cdot b \cdot b = \frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}b^2 \quad \dots\dots② \end{aligned}$$

①と②は同じ面積なので



$$\frac{1}{2}c^2 = \frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}b^2$$

両辺2倍して

$$c^2 = a^2 + b^2 \quad \text{つまり} \quad a^2 + b^2 = c^2 \text{ が成り立つ。}$$

【証明】

$$\triangle ABC \text{の面積 } S \text{ は } S = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot AC = \frac{1}{2}ab \quad \dots\dots①$$

また、△ABCに内接する円の中心をI、半径をrとする。

さらに、この円と辺BC、AC、ABの接点を

それぞれD、E、Fとする。

△ABCの面積について

$$\triangle ABC = \triangle IBC + \triangle ICA + \triangle IAB$$

$$= \frac{1}{2} \cdot BC \cdot ID + \frac{1}{2} \cdot CA \cdot IE + \frac{1}{2} \cdot AB \cdot IF$$

$$= \frac{1}{2} \cdot a \cdot r + \frac{1}{2} \cdot b \cdot r + \frac{1}{2} \cdot c \cdot r = \frac{1}{2}(a + b + c)r \quad \dots\dots②$$

$$\text{①と②より、} \frac{1}{2}(a + b + c)r = \frac{1}{2}ab \quad \dots\dots③$$

直角三角形の斜辺と他の1つの辺がそれぞれ等しいので

△IFA ≡ △IEA である。ゆえに AF = AE が成り立つ。

同様に△IFB ≡ △IDB であるから BF = BD が成り立ち、

△IDC ≡ △IEC であるから CD = CE が成り立つ。

IE = ID であり ∠ECD = ∠CDI = ∠CEI = ∠EID = 90° であるので

四角形IECDは正方形である。

また、IE = ID = CD = CE = r であるから

BD = a - r, AE = b - r である。ゆえに BF = BD より

BF = a - r, また、AF = AE より AF = b - r である。

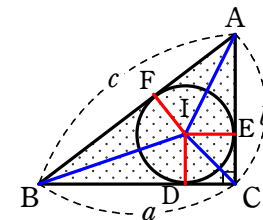
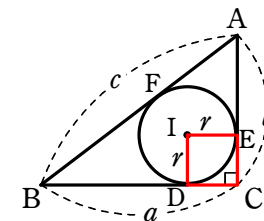
辺ABについて、BF + AF = AB より (a - r) + (b - r) = c

ゆえに 2r = a + b - c より  $r = \frac{a + b - c}{2}$  が成り立つ。この式を③に代入して

$$\frac{1}{2}(a + b + c) \cdot \frac{1}{2}(a + b - c) = \frac{1}{2}ab \quad \text{両辺4倍して} \quad (a + b + c)(a + b - c) = 2ab$$

$$\{(a + b) + c\} \{(a + b) - c\} = 2ab \quad \text{より} \quad (a + b)^2 - c^2 = 2ab$$

$$a^2 + 2ab + b^2 - c^2 = 2ab \quad \text{より} \quad a^2 + b^2 = c^2 \text{ が成り立つ。}$$



## <三平方の定理と線分の長さ>

三平方の定理を用いて、直角三角形の辺の長さを求めよう。

**例題 1** 斜辺の長さが 3 cm、他の 1 辺の長さが 2 cm の直角三角形において、残りの辺の長さを求めなさい。

**解答** 残りの辺の長さを  $x$  cm とする。

三平方の定理により

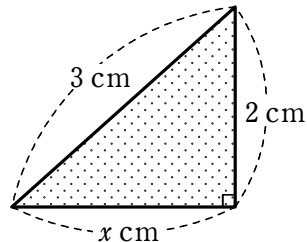
$$x^2 + 2^2 = 3^2 \quad \rightarrow \quad x^2 + 4 = 9$$

$$x^2 = 5 \quad \rightarrow \quad x^2 = 9 - 4$$

$$x = \pm\sqrt{5}$$

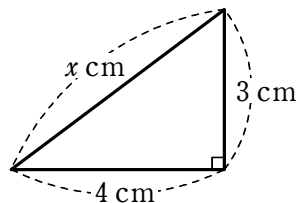
$$x > 0 \text{ であるから } x = \sqrt{5}$$

$$\text{答 } \sqrt{5} \text{ cm}$$

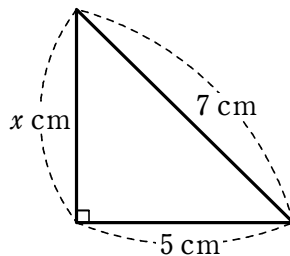


**練習 3** 次の図において、 $x$  の値を求めなさい。

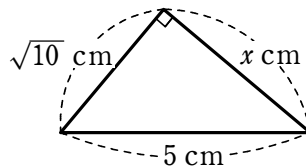
(1)



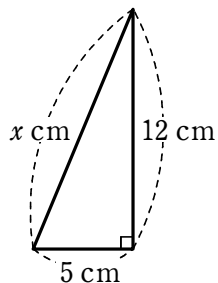
(2)



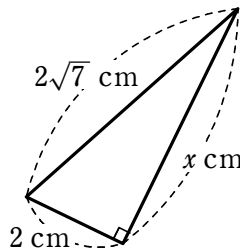
(3)



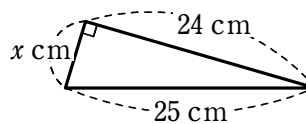
(4)



(5)



(6)



**解答**

ルートの2乗はかっこをつけること

$$(1) \quad 4^2 + 3^2 = x^2$$

$$x^2 = 25$$

$$x = \pm 5$$

$$x > 0 \text{ であるから}$$

$$x = 5$$

$$(2) \quad 5^2 + x^2 = 7^2$$

$$x^2 = 49 - 25$$

$$x^2 = 24$$

$$x = \pm\sqrt{24} = \pm 2\sqrt{6}$$

$$x > 0 \text{ であるから}$$

$$x = 2\sqrt{6}$$

$$(3) \quad (\sqrt{10})^2 + x^2 = 5^2$$

$$x^2 = 25 - 10$$

$$x^2 = 15$$

$$x = \pm\sqrt{15}$$

$$x > 0 \text{ であるから}$$

$$x = \sqrt{15}$$

$$(4) \quad 5^2 + 12^2 = x^2$$

$$25 + 144 = x^2$$

$$x^2 = 169$$

$$x = \pm 13$$

$$x > 0 \text{ であるから}$$

$$x = 13$$

$$(5) \quad 2^2 + x^2 = (2\sqrt{7})^2$$

$$x^2 = 28 - 4$$

$$x^2 = 24$$

$$x = \pm\sqrt{24} = \pm 2\sqrt{6}$$

$$x > 0 \text{ であるから}$$

$$x = 2\sqrt{6}$$

$$(6) \quad x^2 + 24^2 = 25^2$$

$$x^2 = 25^2 - 24^2$$

$$x^2 = 625 - 576$$

$$x^2 = 49$$

$$x = \pm 7$$

$$x > 0 \text{ であるから}$$

$$x = 7$$

**参考** (6) で、 $x^2$  の値を求める計算は、次のように考えることができる。

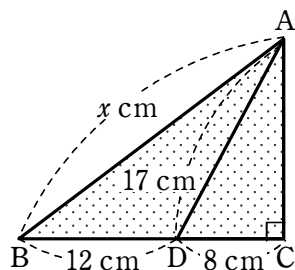
$$(6) \quad x^2 = 25^2 - 24^2 = (25 + 24) \times (25 - 24) = 49 \times 1 = 49$$

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

**例題 2** 右の図において、 $x$  の値を求めなさい。

【考え方】図に含まれる 2 つの直角三角形に、三平方の定理を適用する。  
まず、辺  $AC$  の長さを求める。

2つの辺が分かっていたら、  
もう1つの辺も求められる



**解答**  $AC = a$  cm とおく。

直角三角形 ADC において、三平方の定理により  $8^2 + a^2 = 17^2$

$$64 + a^2 = 289$$

$$a^2 = 225$$

$$a = \pm 15$$

$a > 0$  であるから  $a = 15$  陽

直角三角形 ABC において、三平方の定理により  $(12 + 8)^2 + 15^2 = x^2$

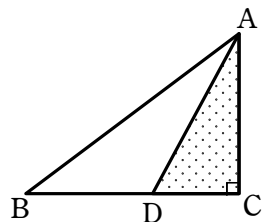
$$400 + 225 = x^2$$

$$x^2 = 625$$

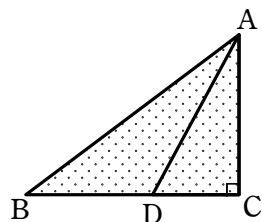
$$x = \pm 25$$

$x > 0$  であるから

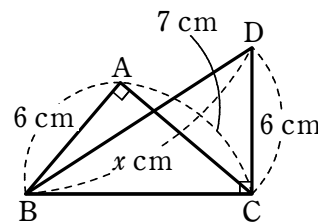
$$x = 25 \quad \text{答}$$



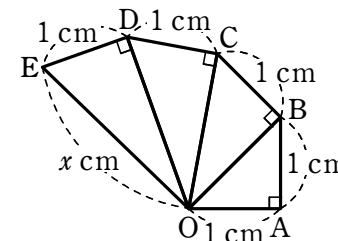
3 : 4 : 5 の直角三角ができるので、比から求めてもいい。



(3)



(4)



(1)  $AC = a$  cm とおく。

直角三角形 ABC において  $(4\sqrt{2})^2 + 3^2 = a^2$  よって  $32 + 9 = a^2$

$$a^2 = 41 \quad \text{よって} \quad a = \pm\sqrt{41} \quad a > 0 \text{ であるから} \quad a = \sqrt{41}$$

直角三角形 ACD において  $4^2 + x^2 = (\sqrt{41})^2$  よって  $16 + x^2 = 41$

$$x^2 = 41 - 16 = 25 \quad \text{よって} \quad x = \pm 5 \quad x > 0 \text{ であるから} \quad x = 5$$

(2)  $CD = a$  cm とおく。

直角三角形 ADC において  $(2\sqrt{2})^2 + a^2 = (2\sqrt{6})^2$  よって  $8 + a^2 = 24$

$$a^2 = 24 - 8 = 16 \quad \text{よって} \quad a = \pm 4 \quad a > 0 \text{ であるから} \quad a = 4$$

直角三角形 CDB において  $2^2 + 4^2 = x^2$  よって  $4 + 16 = x^2$

$$x^2 = 20 \quad \text{よって} \quad x = \pm\sqrt{20} = \pm 2\sqrt{5} \quad x > 0 \text{ であるから} \quad x = 2\sqrt{5}$$

(3)  $BC = a$  cm とおく。

直角三角形 ABC において  $6^2 + 7^2 = a^2$  よって  $36 + 49 = a^2$

$$a^2 = 85 \quad \text{よって} \quad a = \pm\sqrt{85} \quad a > 0 \text{ であるから} \quad a = \sqrt{85}$$

直角三角形 DBC において  $(\sqrt{85})^2 + 6^2 = x^2$  よって  $85 + 36 = x^2$

$$x^2 = 121 \quad \text{よって} \quad x = \pm\sqrt{121} = \pm 11 \quad x > 0 \text{ であるから} \quad x = 11$$

(4) 直角三角形 OAB において  $OB^2 = 1^2 + 1^2 = 2$

直角三角形 OBC において  $OC^2 = OB^2 + 1^2 = 2 + 1 = 3$

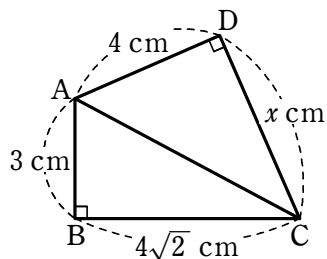
直角三角形 OCD において  $OD^2 = OC^2 + 1^2 = 3 + 1 = 4$

直角三角形 ODE において  $OE^2 = OD^2 + 1^2 = 4 + 1 = 5$

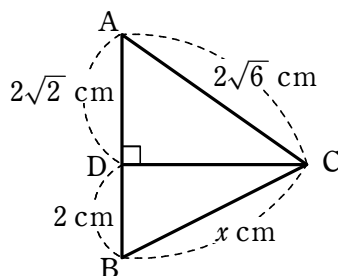
$$x > 0 \text{ であるから} \quad x = \sqrt{5}$$

**練習 4** 次の図において、 $x$  の値を求めなさい。

(1)



(2)



**練習 4** 次の図において、 $x$  の値を求めなさい。

- 例題 3**  $AB=7\text{ cm}$ ,  $BC=9\text{ cm}$ ,  $CA=8\text{ cm}$  である  $\triangle ABC$  において、  
 点 A から辺 BC に引いた垂線の足を H とする。 3つの辺の長さが分かっていたら、  
高さも面積も求められる  
 (1) 線分 AH の長さを求めなさい。  
 (2)  $\triangle ABC$  の面積を求めなさい。

**解答** (1)  $BH=x\text{ cm}$  とする。

直角三角形 ABH において、  
三平方の定理により

$$x^2 + AH^2 = 7^2$$

$$\text{よって } AH^2 = 7^2 - x^2 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

直角三角形 ACH において、  
三平方の定理により

$$(9-x)^2 + AH^2 = 8^2$$

$$\text{よって } AH^2 = 8^2 - (9-x)^2 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ から } 7^2 - x^2 = 8^2 - (9-x)^2 \quad \textcolor{red}{x \text{ の方程式を作ることが大切}}$$

$$49 - x^2 = 64 - (81 - 18x + x^2)$$

$$49 - x^2 = 64 - 81 + 18x - x^2$$

$$49 = 64 - 81 + 18x$$

$$\text{ゆえに } 49 = -17 + 18x \quad \text{より } -18x = -66$$

$$\text{これを解くと } x = \frac{66}{18} = \frac{11}{3}$$

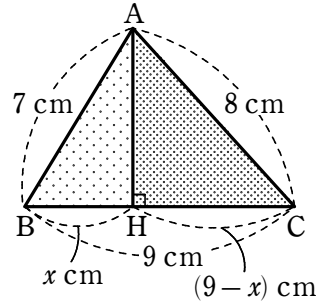
よって、 $\textcircled{1}$  から

$$AH^2 = 7^2 - \left(\frac{11}{3}\right)^2 = 49 - \frac{121}{9} = \frac{441 - 121}{9} = \frac{320}{9}$$

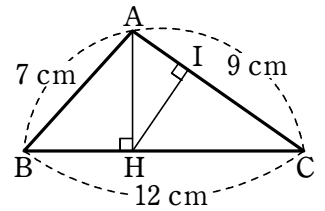
$$AH = \pm \sqrt{\frac{320}{9}} = \pm \frac{8\sqrt{5}}{3}$$

$$AH > 0 \text{ であるから } AH = \frac{8\sqrt{5}}{3} \text{ cm} \quad \text{答}$$

$$(2) \triangle ABC = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot AH = \frac{1}{2} \times 9 \times \frac{8\sqrt{5}}{3} = 12\sqrt{5} \text{ (cm}^2\text{)} \quad \text{答}$$



- 練習 5** 右の図の  $\triangle ABC$  において、点 A から  
 辺 BC に引いた垂線の足を H、点 H から  
 辺 AC に引いた垂線の足を I とする。  
 次の線分の長さを求めなさい。 面積を2通りで表す  
 (1) 線分 AH (2) 線分 HI



**解答** (1)  $BH=x\text{ cm}$  とする。

直角三角形 ABH において、三平方の定理により

$$x^2 + AH^2 = 7^2$$

$$AH^2 = 7^2 - x^2 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

直角三角形 ACH において、三平方の定理により

$$(12-x)^2 + AH^2 = 9^2$$

$$AH^2 = 9^2 - (12-x)^2 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ から } 7^2 - x^2 = 9^2 - (12-x)^2$$

$$49 - x^2 = 81 - (144 - 24x + x^2)$$

$$49 - x^2 = 81 - 144 + 24x - x^2$$

$$49 = 81 - 144 + 24x \quad \text{ゆえに } 49 = -63 + 24x$$

$$\text{より } -24x = -112 \quad \text{したがって } 24x = 112 \quad x = \frac{14}{3}$$

$$\text{よって } \textcircled{1} \text{ から } AH^2 = 7^2 - \left(\frac{14}{3}\right)^2 = 49 - \frac{196}{9} = \frac{441 - 196}{9} = \frac{245}{9}$$

$$AH = \pm \sqrt{\frac{245}{9}} = \pm \frac{7\sqrt{5}}{3} \quad AH > 0 \text{ であるから } AH = \frac{7\sqrt{5}}{3} \text{ cm}$$

(2)  $\triangle AHC$  の底辺を HC とみると

$$\triangle AHC = \frac{1}{2} \times HC \times AH = \frac{1}{2} \times (BC - BH) \times AH$$

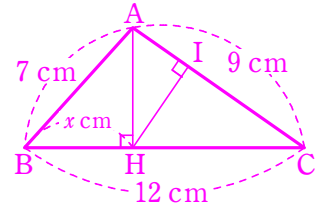
$$= \frac{1}{2} \times \left(12 - \frac{14}{3}\right) \times \frac{7\sqrt{5}}{3} = \frac{1}{2} \times \frac{22}{3} \times \frac{7\sqrt{5}}{3} = \frac{77\sqrt{5}}{9} \quad \dots\dots \textcircled{3}$$

$\triangle AHC$  の底辺を AC とみると

$$\triangle AHC = \frac{1}{2} \times AC \times HI = \frac{1}{2} \times 9 \times HI = \frac{9}{2} HI \quad \dots\dots \textcircled{4}$$

$$\textcircled{3} \text{ と } \textcircled{4} \text{ より } \frac{9}{2} HI = \frac{77\sqrt{5}}{9} \quad \text{両辺18倍して } 81HI = 154\sqrt{5}$$

$$\text{両辺81で割って } HI = \frac{154\sqrt{5}}{81} \text{ cm}$$



## <三平方の定理の逆>

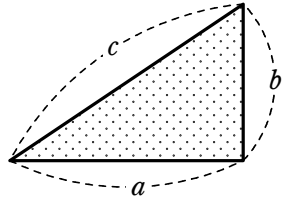
$a^2 + b^2 = c^2$  となる3つの数を見つけたら、  
 3辺の長さが  $a, b, c$  の三角形は直角三角形になる。  
 3, 4, 5 や 5, 12, 13 や  $1, \sqrt{3}, 2$  など。  
 この公式のお陰で、グラウンドにサッカーコートが作成できます。

### 三平方の定理の逆

**定理** 3 辺の長さが  $a, b, c$  である三角形で

$$a^2 + b^2 = c^2$$

が成り立つならば、その三角形は長さ  $c$  の辺を斜辺とする直角三角形である。



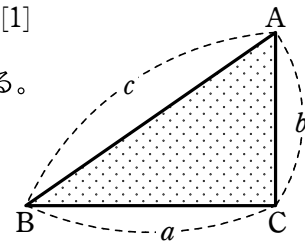
### 証明 独特な証明方法です

3 辺の長さが  $a, b, c$  である図 [1] のような

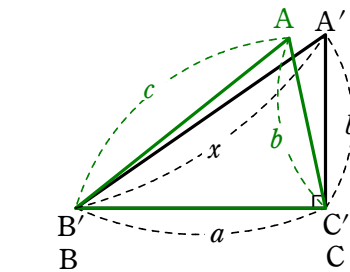
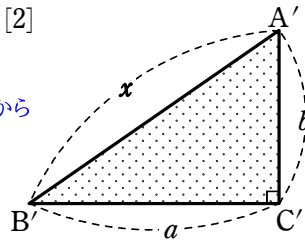
[1]

$\triangle ABC$  において、 $a^2 + b^2 = c^2$  が成り立っているとする。  
 とりあえず、 $a^2 + b^2 = c^2$  となる三角形を持って来ました。

でも、この三角形が直角三角形かまだどうかわかりません。  
 直角をはさむ 2 辺の長さが  $a, b$  である図 [2] の  
 ような直角三角形  $A'B'C'$  について、



[2]



下の図参照。底辺が  $a$  で高さが  $b$  の直角三角形をもってきたとき、  
 この直角三角形が  $ABC$  と重なるかはわかりません

斜辺の長さを  $x$  とすると、三平方の定理により

$$a^2 + b^2 = x^2 \quad \dots\dots ①$$

$\triangle A'B'C'$  は直角三角形だから

三平方が使える

$\triangle ABC$  の仮定から  $a^2 + b^2 = c^2 \quad \dots\dots ②$

①, ② から左辺が等しければ右辺も等しいので

$$x^2 = c^2 \quad \text{よって} \quad x = \pm c \text{ となる。}$$

$x > 0, c > 0$  であるから  $x = -c$  は不適。

ゆえに  $x = c$

3 組の辺がそれぞれ等しいから

$$\triangle ABC \equiv \triangle A'B'C'$$

よって  $\angle C = \angle C' = 90^\circ$

したがって、 $\triangle ABC$  は直角三角形である。 終

$\triangle ABC$  は直角三角形か分からなかったが、 $a^2 + b^2 = c^2$  が成り立つなら、  
 $c$  と  $x$  は同じにならないといけない。(緑の三角形と黒の三角形が重ならないといけない)  
 つまり、直角三角形にならないといけない。

**練習 6** 3 辺の長さが次のような三角形がある。この中から、直角三角形を

すべて選びなさい。

**注意** 直角三角形ならば斜辺が一番長いので、 $c$  は一番長い辺になる。

① 5 cm, 7 cm, 9 cm

② 21 cm, 29 cm, 20 cm

③ 3 cm, 6 cm,  $3\sqrt{3}$  cm

④  $2\sqrt{5}$  cm,  $\sqrt{11}$  cm,  $\sqrt{10}$  cm

### 解答

① 斜辺になるとしたら 9 cm である。 $5^2 + 7^2 = 25 + 49 = 74, 9^2 = 81$

$5^2 + 7^2$  と  $9^2$  が等しくないから、直角三角形ではない。

② 斜辺になるとしたら 29 cm である。 $21^2 + 20^2 = 441 + 400 = 841, 29^2 = 841$

$21^2 + 20^2 = 29^2$  であるから、29 cm の辺を斜辺とする直角三角形である。

③  $6 = \sqrt{36}, 3\sqrt{3} = \sqrt{27}$  より斜辺になるとしたら 6 cm である。

$$3^2 + (3\sqrt{3})^2 = 9 + 27 = 36, 6^2 = 36$$

$3^2 + (3\sqrt{3})^2 = 6^2$  であるから、6 cm の辺を斜辺とする直角三角形である。

④  $2\sqrt{5} = \sqrt{20}$  より斜辺になるとしたら  $2\sqrt{5}$  cm である。

$$(\sqrt{11})^2 + (\sqrt{10})^2 = 11 + 10 = 21, (2\sqrt{5})^2 = 20$$

$(\sqrt{11})^2 + (\sqrt{10})^2$  と  $(2\sqrt{5})^2$  が等しくないから、直角三角形ではない。

以上から、直角三角形であるのは ② と ③