

第6章「確率と標本調査」4 標本調査

<全数調査と標本調査>

日本の総人口や人口の分布について調べる国勢調査は、日本に住む人全員について行われる調査である。このように、対象とする集団に含まれるすべてのものについて行う調査を **全数調査 (ぜんすうちょうさ)** という。 みんな調べる

これに対して、対象とする集団の一部を調べ、その結果から、集団全体の状況を推定する調査を **標本調査 (ひょうほんちょうさ)** という。 サンプルを調べる

対象とするものの数が少ないなら全数調査でもいいが、多くなったら全数調査は大変である。

例9 生徒全員に対して行われる健康診断は、全数調査である。

一方、電化製品の耐用年数に関する調査は、標本調査である。

湖の水質調査は水を全部抜き取って検査を行うことはない。

少量の水を取り出して調べて、そこから湖全体の状況を推定している。

練習24 例9の電化製品の耐用年数に関する調査は、なぜ全数調査ではなく標本調査であるか、その理由を考えなさい。

解答

耐用年数の調査は製品が壊れるためまでの期間を調べるため、
全数調査を行うと出荷する製品がなくなるから。 そりゃそうだ

練習25 次のそれぞれの調査は、全数調査と標本調査のどちらが適当であるか答えなさい。

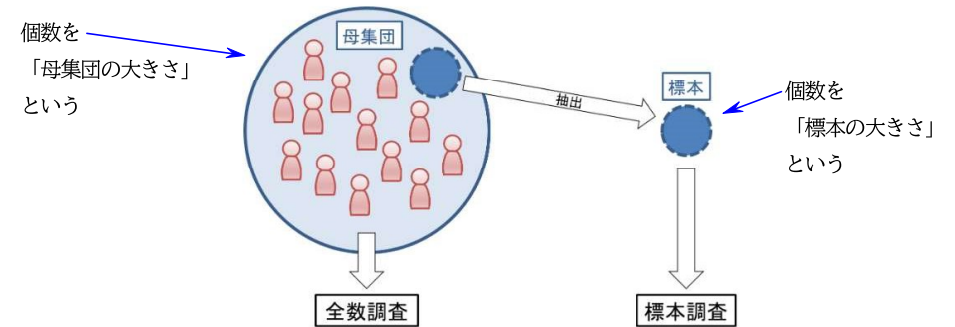
- (1) 真空パックされた食品の中身の品質調査
- (2) 学校でのスポーツテスト
- (3) 新聞社が行う世論調査

解答

- (1) 標本調査 (2) 全数調査 (3) 標本調査

標本調査において、調査対象全体を **母集団 (ぼしゅうだん)** といい、調査のために母集団から取り出されたものの集まりを **標本**、母集団から標本を取り出すことを標本の **抽出 (ちゅうしゅつ)** という。

また、母集団に含まれるものの個数を **母集団の大きさ**、標本に含まれるものの個数を **標本の大きさ** という。



(<https://bellcurve.jp/statistics/course/8005.html>)

＜標本の抽出＞

標本調査の目的は、抽出した標本から母集団の状況を推定することである。そのため、標本を抽出するときには、母集団の状況をよく表すような方法をとる必要がある。

たとえば、ある中学校の生徒 100 人から 10 人を選んでハンドボール投げの記録の平均値を推定するとき、ハンドボール部の部員の中から 10 人選ぶのでは、生徒 100 人の状況をよく表しているとはいえない。
記録が出て当たり前
自然のランダム性に頼るしかない
このようなときには、くじ引きのような方法で 10 人を選ぶ必要がある。
くじ引きなどの方法で、母集団からかたよりなく標本を抽出することを、
標本を **無作為 (むさくい) に抽出する** という。

立方体のさいころだと、0~9の10個の数字を表すことができないのでこの形である。
標本を無作為に抽出するには、次のような方法がある。

まず、母集団に含まれるデータに番号をつけておく。その上で、

- 番号を書いたくじを作り、それにくじ引きを行う。
- 正二十面体の各面に 0 から 9 までの数字が 2 回ずつ書かれたさいころ (乱数さい) を使う。
- 0 から 9 までの数字を不規則に並べた表 (乱数表) を使う。→ 191 ページ参照
- コンピュータを利用する。

最近アプリもあります



3個で2万2千円

(https://www.smartschool.jp/products/detail.php?product_id=239285)

● 乱数さいを利用する方法 ●

乱数さいを使って、1 から 100 までの番号から、10 個の異なる番号を抽出する。

[1] A, B 2 個の乱数さいを投げ、A の目を十の位の数、B の目を一の位の数として番号を得る。

ただし、06 のように十の位の数 が 0 の場合は 1 桁の番号とし、00 の場合は 100 番とする。

[2] [1] をくり返して、10 個の番号を得る。

● 乱数表を利用する方法 ●

乱数表では、0 から 9 までの数字が不規則に並べられており、どの部分をとっても、0 から 9 までの数字が同じ確率で現れるように作られている。

乱数表を使って、1 から 100 までの番号から、10 個の異なる番号を抽出する。

[1] 乱数表を見ず、適当に乱数表に鉛筆を立てる。好きな方向に進む

[2] 鉛筆の先があたった数字をはじめの位置とし、そこから 2 つずつ数を取り、2 けたの数が 10 個得られるまで進んでいく。ただし、06 のように十の位の数 が 0 の場合は 1 桁の番号とし、00 の場合は 100 番とする。

33	81	41	4	94	19	37	69	85	90
20	14	0	98	88	72	42	66	43	93
46	48	68	1	36	51	83	27	70	79
84	95	59	38	87	39	76	63	49	57
26	78	31	97	8	2	77	54	96	67
58	13	25	89	16	44	23	86	10	50
21	75	82	18	99	7	53	52	47	45
80	74	6	22	29	28	32	40	11	71
73	35	12	92	61	9	3	5	34	15

50以下の番号を10個無作為に抽出

乱数表より
31, ~~97~~, 8, 2, ~~77~~, ~~54~~, ...

乱数さいや乱数表を利用する方法では、同じ番号が重なる場合や、データにつけた番号よりも大きい数である場合は、それらを除いて考える。

練習 26 191 ページの乱数表を利用して、1 から 100 までの番号から、10 個の異なる番号を無作為に抽出しなさい。

＜標本調査の利用＞

母集団の大きさが非常に大きいと、平均値を簡単に調べられない場合がある。
たとえば、日本にいる中学3年生全員の50 m 走の記録の平均値を調べるのは、必ずしも簡単ではない。

そこで、標本調査を利用して、母集団の平均値を推定してみよう。

例10 あるりんご農園で収穫した50個のりんごの重さをはかったところ、次の表のようになった。(単位は g)

番号	重さ	番号	重さ	番号	重さ	番号	重さ	番号	重さ
1	305	11	311	21	293	31	305	41	308
2	295	12	302	22	304	32	300	42	313
3	284	13	311	23	287	33	313	43	312
4	320	14	283	24	299	34	297	44	284
5	281	15	306	25	305	35	296	45	299
6	323	16	294	26	296	36	284	46	279
7	316	17	292	27	298	37	322	47	305
8	286	18	315	28	320	38	294	48	314
9	300	19	292	29	288	39	303	49	312
10	302	20	316	30	306	40	307	50	298

50個のりんごを母集団とし、10個の番号を無作為に抽出した結果は次の通りであった。

21, 14, 43, 6, 27, 34, 2, 17, 15, 49

↑ ↑ ↑ ↑ ↑ ↑ ↑ ↑ ↑ ↑

重さ 293 283 312 323 298 297 295 292 306 312

この標本における、りんごの重さの平均値は

$$\frac{293 + 283 + 312 + 323 + 298 + 297 + 295 + 292 + 306 + 312}{10}$$
$$= 301.1 \text{ (g)}$$

前のページの例10では、母集団から抽出した標本の平均値を求めた。
このように、母集団から抽出した標本の平均値を **標本平均** という。

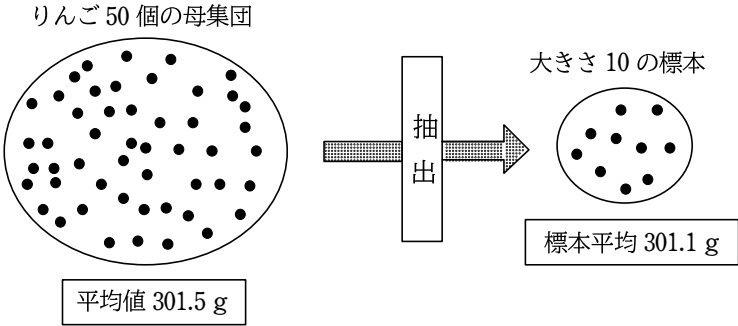
母集団に含まれる個々の値が分からなくても、標本平均から母集団の平均値を推測することができる
母集団の平均値と標本平均の関係について考えてみよう。

前のページの例10の母集団における、りんご1個あたりの重さの平均値は301.5 g となる。一方、例10で求めた標本平均は301.1 g である。

このとき、母集団の平均値から標本平均をひいた値は

$$301.5 - 301.1 = 0.4 \text{ (g)}$$

であり、標本平均は、母集団の平均値に近いことがわかる。したがって、
標本平均から母集団の平均値を推定することができる。



練習 27 前のページの例 10 の 50 個のりんごを母集団とし、無作為に 8 個のりんごを抽出したところ、標本のりんごの重さはそれぞれ次のようになった。(単位は g)

299 300 316 279 311 284 316 311

- (1) 抽出した 8 個のりんごの標本について、標本平均を求めなさい。
- (2) 母集団の平均値から標本平均をひいた値を求めなさい。

解答

(1) 300を基準として、基準との違いを符号をつけて表すと
 $-1, 0, +16, -21, +11, -16, +16, +11$ そのまま計算してもいい
 となる。よって求める標本平均は
 (基準)+(違いの平均)
 $= 300 + \frac{(-1) + 0 + (+16) + (-21) + (+11) + (-16) + (+16) + (+11)}{8}$
 $= 300 + \frac{16}{8} = 302$ よって 302 g

(2) (母集団の平均)-(標本平均) = $301.5 - 302 = -0.5$ g

- 研究 (標本平均を自分で求めてみよう)
- 乱数表から 50 以下の番号を 10 個無作為に抽出する。
 - その番号のりんごの重さを標本とする。
 - 抽出した 10 個のりんごの標本について、標本平均を求める。
 - 母集団の平均値(301.5g)から標本平均をひいた値を求める。

どうでしたか？ だいたい同じ値になりましたか？

標本調査を利用して、母集団の比率を推定する方法を考えよう。
海の濃度と、海の水をコップに入れた海水の濃度は同じ

例 11 袋の中に大きさが等しい白玉と黒玉が合計 200 個入っている。
 この袋の中の玉をよく混ぜてから 15 個の玉を取り出したところ、白玉が 6 個、黒玉が 9 個であった。

このとき、抽出した標本における白玉の割合は

合計 15 個
白玉 6 個
黒玉 9 個

白玉の割合は $\frac{\text{白玉}}{\text{合計}} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$

このことから、母集団における白玉の割合も $\frac{2}{5}$ であると推定することができる。

よって、最初に袋の中に入っていた白玉の個数は、およそ

(合計) × (割合) = $200 \times \frac{2}{5} = 80$ (個)

と考えられる。

別解

$\frac{(\text{白玉})}{(\text{全体})}$ が母集団も標本も同じなので

標本 $\frac{6}{15} = \frac{x}{200}$ 母集団

よって $\frac{2}{5} = \frac{x}{200}$

両辺に 200 をかけて

$\frac{2}{5} \times 200 = \frac{x}{200} \times 200$

$80 = x$

別解

(白玉) : (全体) が母集団も標本も同じなので

標本 $6 : 15 = x : 200$ 母集団

よって $2 : 5 = x : 200$

ゆえに $2 \times 200 = 5 \times x$

$5x = 400$ より両辺 5 で割って $x = 80$

標本調査では、標本の大きさが大きいほど、標本の比率と母集団の比率に近い値をとると考えられる。

よって、標本調査では、標本の大きさをできるだけ大きくすると、よりよい精度で母集団の状況を推定することができる。

練習 28 袋の中に大きさが等しい白玉と黒玉が合計 300 個入っている。この袋の中の玉をよく混ぜてから 20 個の玉を取り出したところ、白玉が 13 個、黒玉が 7 個であった。このとき、最初に袋の中に入っていた白玉の個数を推定しなさい。

解答

抽出した標本における白玉の割合は $\frac{\text{白玉}}{\text{合計}} = \frac{13}{20}$

よって、最初に袋の中に入っていた白玉の個数は、およそ

$(\text{合計}) \times (\text{割合}) = 300 \times \frac{13}{20} = 195$ (個)

母集団の大きさが非常に大きい場合や、全数調査を行うことが現実的でない場合は、標本調査を行って、母集団の状況を推定する。

標本調査を利用して、母集団の大きさを推定してみよう。

鯉を捕まえないで鯉の総数を求めるためにはどうしたらいいのでしょうか？

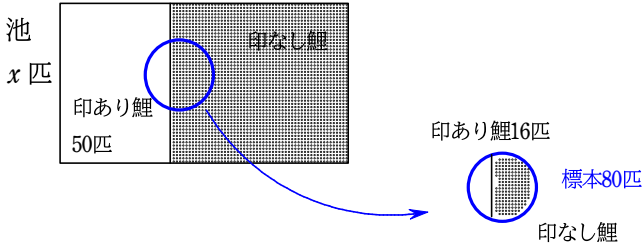
例題 12 ある池にいる鯉(こい)の総数を推定するために、次のような調査を行った。

- [1] 池のあちこちから全部で 50 匹の鯉を捕獲し、それらに印をつけて、池に放した。

[2] 2 週間後に、同じようにして池から全部で 80 匹の鯉を捕獲したところ、そのうちの 16 匹に印がついていた。

鯉に区別をつければ標本調査ができる！

この結果から、池にいる鯉の総数を推定しなさい。



解答 池にいる鯉の総数をおよそ x 匹とする。

抽出した標本における印がついた鯉の割合は $\frac{16}{80} = \frac{1}{5}$

印をつけた鯉は全部で 50 匹であるから

$$\frac{50}{x} = \frac{1}{5}$$

両辺に $5x$ をかけて $\frac{50}{x} \times 5x = \frac{1}{5} \times 5x$ よって $x = 250$

よって、池にいる鯉の総数は およそ 250 匹 〇

別解

(鯉)：(全体) が池も標本も同じなので

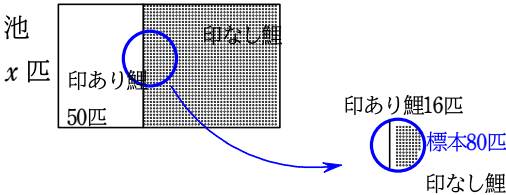
標本 母集団

$16 : 80 = 50 : x$

よって $1 : 5 = 50 : x$

ゆえに $5 \times 50 = 1 \times x$

より $x = 250$



練習 29 ある湖にいる魚の総数を推定するために、次のような調査を行った。

- [1] 湖のあちこちから全部で 100 匹の魚を捕獲し、それらに印をつけて、湖に放した。

[2] 10 日後に、同じようにして湖から全部で 200 匹の魚を捕獲したところ、そのうちの 8 匹に印がついていた。

この結果から、湖にいる魚の総数を推定しなさい。

解答 湖にいる魚の総数をおよそ x 匹とする。

抽出した標本における印がついた魚の割合は $\frac{8}{200} = \frac{1}{25}$

印をつけた鯉は全部で 100 匹であるから

$$\frac{100}{x} = \frac{1}{25}$$

両辺に $25x$ をかけて $\frac{100}{x} \times 25x = \frac{1}{25} \times 25x$ よって $x = 2500$

よって、湖にいる魚の総数は およそ 2500 匹 〇