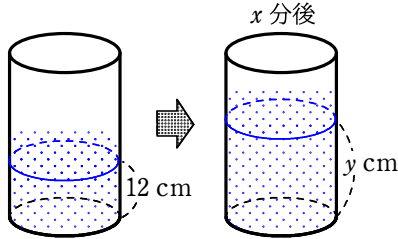


第5章「1次関数」5 1次関数とそのグラフ

<1次関数>

深さが30 cmの円柱の水そうに、12 cmの高さまで水が入っている。この水そうに、毎分3 cmの割合で水面が高くなるように水を入れていく。
水を入れ始めてから x 分後の水面の高さを y cm とする。



x 分後	0	1	2	3	4	5	6
水の高さ y cm	12						

表を完成させよう!
比例の関係には
なっていないですね

すると、 y は x の関数であり、次の式が成り立つ。

$y = 3x + 12$ ← (増えた分の水の高さ)+(最初の水の高さ)

また、水そうがいっぱいになるのは、水を入れ始めてから6分後であるから、定義域は $0 \leq x \leq 6$ である。

x の変域のこと

関数って覚えていますか? 工場や自動販売機のイメージです。

$2x + 3$ や $-4x - 5$ など、
 x^2 や x^3 が出てこない x の式のこと。

1次関数を表す式

y が x の関数で、 y が x の1次式で表されるとき、 **y は x の1次関数である** という。
一般に、1次関数は次のように表される。

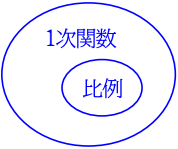
$y = ax + b$ (a, b は定数, $a \neq 0$)

$y = (\text{数字})x + (\text{数字})$ となっていれば
1次関数と言っていい

もし a が0だと式から x が消えてしまうので、それは1次関数といわない。
1次関数は x のくっついている部分が必ずあると考える。
($\neq$ は「ノットイコール」と読みます。)

1次関数 $y = ax + b$ で、 $b = 0$ のとき、 $y = ax$ となり、 y は x に比例する。すなわち、比例は1次関数の特別な場合である。

$y = 2x$ は比例の式ですが、この式を
 $y = 2x + 0$ と考えれば1次関数の式になります。



$$y = \underset{\substack{\uparrow \\ x \text{ に比例する項}}}{ax} + \underset{\substack{\uparrow \\ \text{定数項}}}{b}$$

練習 23 長さ 15 cm のろうそくに火をつけると、毎分 0.5 cm の割合で短くなっていく。
火をつけてから x 分後のろうそくの長さを y cm とするとき、 y を x の式で表しなさい。
また、定義域を求めなさい。

解答

x 分後	0	1	2	3	...
ろうそくの長さ y cm	15	$15 - 0.5 = 14.5$	$15 - 0.5 \times 2 = 14$	$15 - 0.5 \times 3 = 13.5$	...

火をつけてから x 分後のろうそくの長さは
 $15 - 0.5 \times (\text{時間}) = 15 - 0.5 \times x = 15 - 0.5x$
より $(15 - 0.5x)$ cm

よって $y = 15 - 0.5x$

火をつけてから、ろうそくがなくなるのは $y = 0$ となるときより

$y = 0$ を代入して $0 = 15 - 0.5x$ よって $0.5x = 15$

両辺2倍すると $x = 30$ より、30分後である。

したがって、定義域は $0 \leq x \leq 30$

$y = -0.5x + 15$ と書いてもよい。
($y = -\bigcirc x + \triangle$ のときは、
 $y = \triangle - \bigcirc x$ と書くことが多い)
ちなみに0.5を $\frac{1}{2}$ にしても大丈夫である。

$\frac{1}{2}x = 15$ と考える

参考(1次関数の例)

- 交通費500円支給、時給800円のバイトで働く。 x 時間働いたとき y 円もらえる。
- 家で英語と数学だけ勉強しました。英語を30分、数学を x 分しました。このとき、家で勉強した時間は y 分です。
- 仕入れ値200円の品物に仕入れ値の x %の利益を見込んで定価をつけたときの定価を y 円とする。
- 家からの道のりが1500mである学校まで行きます。家から x m離れた地点に来たとき、残りの道のりは y mです。
- 現在私は14歳です。 x 年後には私は y 歳になります。

比例の関係は1次関数になるので、まずは比例を考えればいいですね。では、比例でないとき、1次関数かどうかの見分け方は何かありますか? 考えてみましょう。

<1 次関数の値の変化>

1 次関数 $y=3x+2$ について、
 x の値が 2 から 6 まで増加するとき、
 x の増加量と y の増加量の関係を調べてみよう。

$$x=2 \text{ のとき } y=3 \times 2 + 2 = 8$$

$$x=6 \text{ のとき } y=3 \times 6 + 2 = 20$$

であるから、

$$x \text{ の増加量は } 6 - 2 = 4$$

$$y \text{ の増加量は } 20 - 8 = 12$$

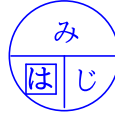
ここで、 $\frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}}$ を求めると、 $\frac{12}{4} = 3$ であるから、

y の増加量は、 x の増加量の 3 倍であることがわかる。

x の増加量に対する y の増加量の割合を
変化の割合 という。

$$(\text{変化の割合}) = \frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}}$$

注意 対応表の上下と変化の割合の分子分母は、
 x と y が逆になるので注意



例 4 1 次関数 $y=-2x+4$ について、 x の値が 1 から 4 まで増加するときの
 変化の割合を求める。

$$x=1 \text{ のとき } y=-2 \times 1 + 4 = 2$$

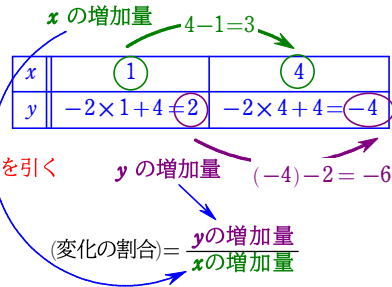
$$x=4 \text{ のとき } y=-2 \times 4 + 4 = -4$$

であるから、

$$x \text{ の増加量は } 4 - 1 = 3$$

$$y \text{ の増加量は } -4 - 2 = -6$$

よって、変化の割合は $\frac{-6}{3} = -2$



練習 24 1 次関数 $y=-3x+1$ について、 x の値が次のように増加すると
 きの変化の割合を求めなさい。

(1) 1 から 4 まで

(2) -5 から 2 まで

解答

(1) 1 次関数 $y=-3x+1$ について、

x の値が 1 から 4 まで増加するとき、

$$x=1 \text{ のとき } y=-3 \times 1 + 1 = -2$$

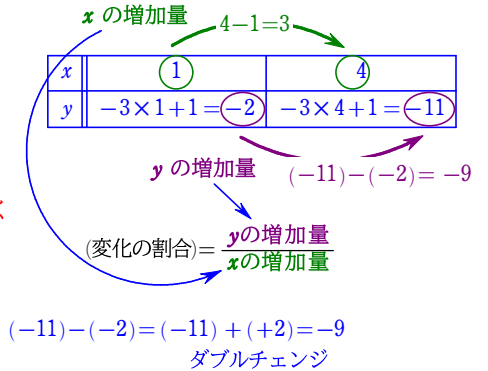
$$x=4 \text{ のとき } y=-3 \times 4 + 1 = -11$$

であるから、

$$x \text{ の増加量は } 4 - 1 = 3$$

$$y \text{ の増加量は } -11 - (-2) = -9$$

よって、変化の割合は $\frac{-9}{3} = -3$



(2) 1 次関数 $y=-3x+1$ について、

x の値が -5 から 2 まで増加するとき、

$$x=-5 \text{ のとき } y=-3 \times (-5) + 1 = 16$$

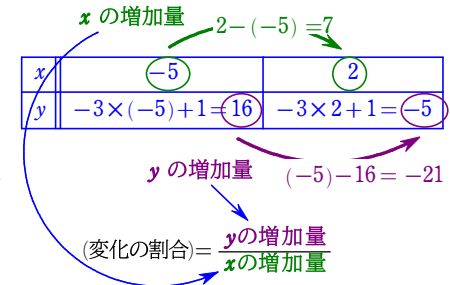
$$x=2 \text{ のとき } y=-3 \times 2 + 1 = -5$$

であるから、

$$x \text{ の増加量は } 2 - (-5) = 7$$

$$y \text{ の増加量は } -5 - 16 = -21$$

よって、変化の割合は $\frac{-21}{7} = -3$



例5 1次関数 $y = ax + b$ について、 x の値が2から5まで増加するときの変化の割合を求める。

$$x=2 \text{ のとき } y = a \times 2 + b = 2a + b$$

$$x=5 \text{ のとき } y = a \times 5 + b = 5a + b$$

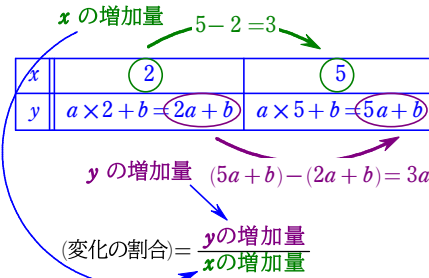
であるから、

$$x \text{ の増加量は } 5 - 2 = 3$$

$$y \text{ の増加量は } (5a + b) - (2a + b)$$

$$= 5a + b - 2a - b = 3a$$

$$\text{よって、変化の割合は } \frac{3a}{3} = a$$



参考(変化の割合)

1次関数 $y = 3x + 2$ について考えます。下の表を見て分かることはありますか？

			+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1		
x	...	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	...
y	...	-4	-1	2	5	8	11	14	17	20	...
			+3	+3	+3	+3	+3	+3	+3		

			+2	+2	+2	+2	+2	+2	+2	+2	
x	...	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	...
y	...	-4	-1	2	5	8	11	14	17	20	...
			+6	+6	+6	+6	+6	+6	+6	+6	

			+3	+3	+3	+3	+3	+3	+3		
x	...	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	...
y	...	-4	-1	2	5	8	11	14	17	20	...
			+9	+9	+9	+9	+9	+9	+9		

隣のマスに行くと、 x は1増えて、 y は3増える。

つまり、 x の増加量が1のとき y の増加量は3である。

隣の隣のマスに行くと、 x は2増えて、 y は6増える。

つまり、 x の増加量が2のとき y の増加量は6である。

隣の隣のさらに隣のマスに行くと、 x は3増えて、 y は9増える。

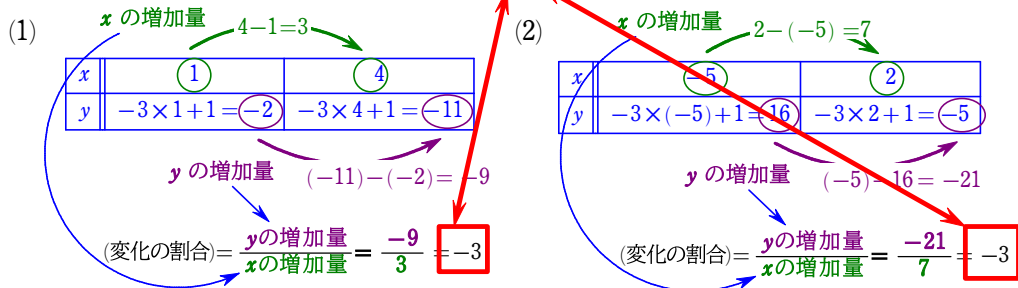
つまり、 x の増加量が3のとき y の増加量は9である。

(復習)練習24 1次関数 $y = -3x + 1$ について、 x の値が次のように増加するときの変化の割合を求めなさい。

(1) 1から4まで

(2) -5から2まで

解答



一般に、1次関数の式と変化の割合について、次のことが成り立つ。

1次関数の変化の割合

1次関数 $y = ax + b$ の変化の割合は一定であり、その値は、 x の係数 a に等しい。

$$(\text{変化の割合}) = \frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}} = a \quad (\text{一定})$$

$$y = ax + b$$

↑
変化の割合

1次関数 $y = ax + b$ の変化の割合 a は、 x が1だけ増加したときの y の増加量を表している。

(分かること)

■ x の増加量が一定であるとき、 y の増加量も一定である。表のどの部分で $\frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}}$ を計算しても計算結果は であり、常に一定である。

■ x が1だけ増えると、 y は だけ増える。

■ 1次関数 $y = 3x + 2$ で、 x が4だけ増えると、 y は だけ増える。

■ x の増加量と y の増加量は の関係である。

その が と同じである。

変化の割合が a であるとき、 $\frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}} = a$ より、次の式が成り立つ。

$$(y \text{ の増加量}) = a \times (x \text{ の増加量})$$

$$\frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}} = a$$

両辺に「 x の増加量」をかけると

$$(y \text{ の増加量}) = a \times (x \text{ の増加量})$$

(分かること)

■ x の増加量が一定であるとき、 y の増加量も一定である。表のどの部分で

$\frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}}$ を計算しても計算結果は 3 であり、常に一定である。

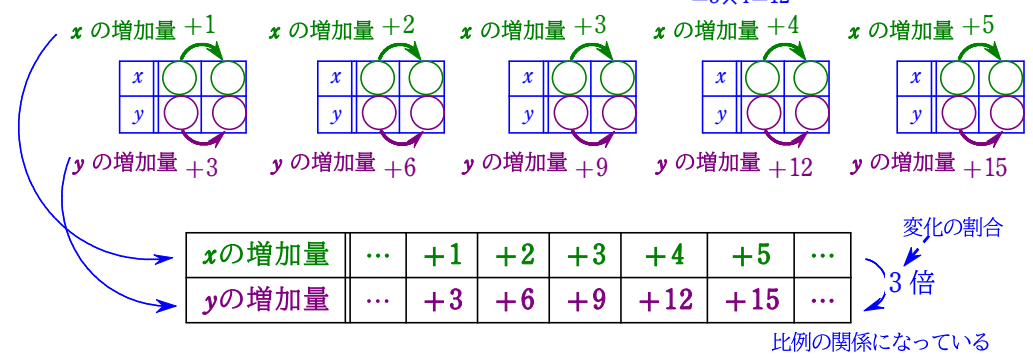
■ x が1だけ増えると、 y は 変化の割合 だけ増える。

■ 1次関数 $y = 3x + 2$ で、 x が4だけ増えると、 y は 12 だけ増える。

■ x の増加量と y の増加量は 比例 の関係である。

$y = 3x + 2$ の変化の割合は3で、
 x の増加量が4より、
(y の増加量)
= (変化の割合) $\times$ (x の増加量)
= $3 \times 4 = 12$

その 比例定数 が 変化の割合 と同じである。



練習 25 次の1次関数の変化の割合を答えなさい。

- (1) $y = 5x - 3$
- (2) $y = -x$
- (3) $y = -\frac{1}{2}x + 4$

解答

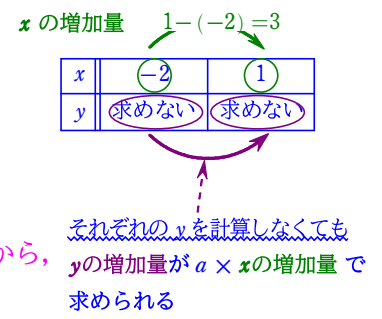
- (1) 1次関数 $y = 5x - 3$ の変化の割合は 5
- (2) 1次関数 $y = -x$ の変化の割合は -1 ← $y = -x = (-1) \times x$
- (3) 1次関数 $y = -\frac{1}{2}x + 4$ の変化の割合は $-\frac{1}{2}$

練習 26 次の1次関数について、 x の値が -2 から 1 まで増加するときの y の増加量を求めなさい。

- (1) $y = 4x - 2$
- (2) $y = -\frac{1}{3}x + 5$

解答

- (1) 1次関数 $y = 4x - 2$ の変化の割合は4であるから、
 x の増加量が $1 - (-2) = 3$ のとき、
 y の増加量は $a \times (x \text{ の増加量}) = 4 \times 3 = 12$
- (2) 1次関数 $y = -\frac{1}{3}x + 5$ の変化の割合は $-\frac{1}{3}$ であるから、
 x の増加量が $1 - (-2) = 3$ のとき、
 y の増加量は $a \times (x \text{ の増加量}) = -\frac{1}{3} \times 3 = -1$



練習 27 気温は、地上から高さ 10 km までは、1 km 高くなるごとに 6℃ ずつ下がるという。地上の気温が 25℃ のとき、地上から高さ x km のところの気温を y ℃ とする。

- (1) y を x の式で表しなさい。
- (2) 地上からの高さが 2 km から 7 km まで増加するとき、気温は何℃ 下がるか答えなさい。

解答

(1)

高さ x km	0	1	2	3	...
気温 y ℃	25	$25 - 6 = 19$	$25 - 6 \times 2 = 13$	$25 - 6 \times 3 = 7$	...

地上から高さ x km のところの気温は $25 - 6 \times x = 25 - 6x$

よって $y = 25 - 6x$ ← $y = -6x + 25$ でもよい

- (2) 1 次関数 $y = 25 - 6x$ の変化の割合は -6 であるから、
 x の増加量が $7 - 2 = 5$ のとき、
 y の増加量は $a \times (x \text{ の増加量}) = -6 \times 5 = -30$
したがって、地上からの高さが 2 km から 7 km まで増加するとき、気温は 30℃ 下がる。

x の増加量 $7 - 2 = 5$

x	2	7
y	求めない	求めない

y の増加量 $= a \times x \text{ の増加量}$
 $= -6 \times 5$
 $= -30$

反比例についても、変化の割合を調べてみよう。

反比例 $y = \frac{8}{x}$ について、 x の値が 1 から 4 まで増加するとき、

右の表から

x の増加量は $4 - 1 = 3$

y の増加量は $2 - 8 = -6$

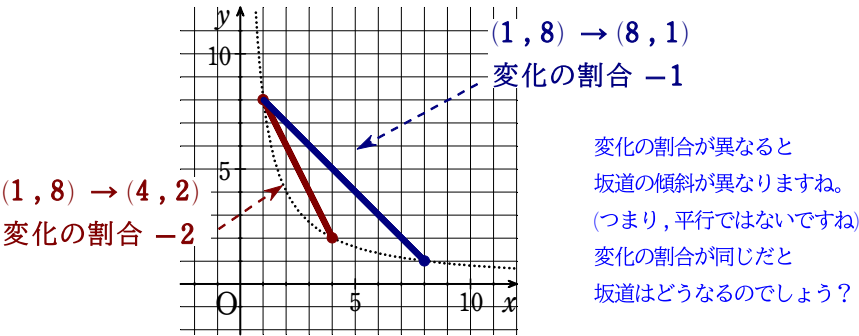
よって、変化の割合は $\frac{-6}{3} = -2$

同じようにすると、 x の値が 1 から 8 まで増加するときの

変化の割合は $\frac{1 - 8}{8 - 1} = \frac{-7}{7} = -1$

このように、反比例の変化の割合は、 x の値がどのように増加するかによって異なり、一定ではない。

参考



(1) 1 から 6 (2) -4 から -2

(1) 反比例 $y = -\frac{12}{x}$ について、 x の値が 1 から 6 まで増加するとき、

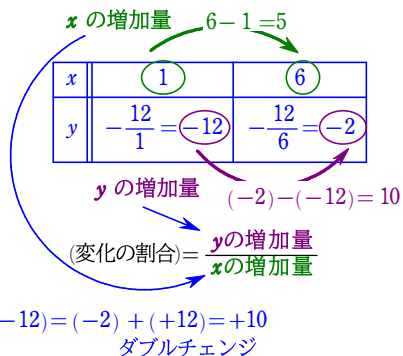
$$x=1 \text{ のとき } y = -\frac{12}{1} = -12$$

$$x=6 \text{ のとき } y = -\frac{12}{6} = -2$$

x の増加量は $6 - 1 = 5$

y の増加量は $-2 - (-12) = 10$

よって、変化の割合は $\frac{10}{5}=2$



(2) 反比例 $y = -\frac{12}{x}$ について、 x の値が -4 から -2 まで増加するとき、

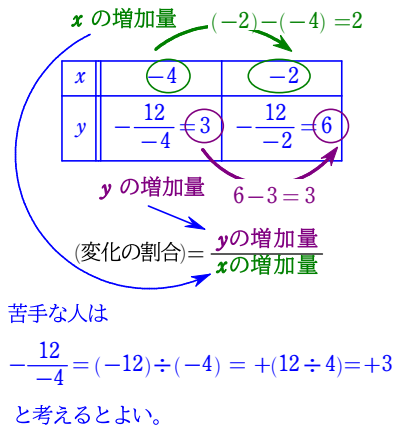
$$x = -4 \text{ のとき } y = -\frac{12}{-4} = 3$$

$$x = -2 \text{ のとき } y = -\frac{12}{-2} = 6$$

x の増加量は $-2 - (-4) = 2$

y の増加量は $6 - 3 = 3$

よって、変化の割合は $\frac{3}{2}$



苦手な人は

$$-\frac{12}{-4} = (-12) \div (-4) = +(12 \div 4) = +3$$

と考えるとよい。

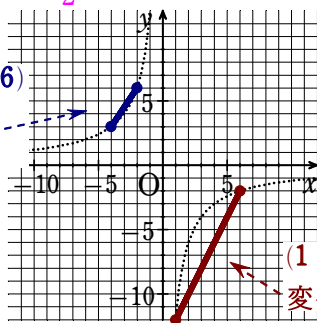
分かりにくいかもしれませんが、
この2つの坂道も傾斜が異なります。

$$(1, -12) \rightarrow (6, -2)$$

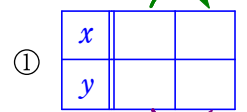
変化の割合 2

$$(-4, 3) \rightarrow (-2, 6)$$

変化の割合 $\frac{3}{2}$



x の増加量



変化の割合 = $\frac{y \text{ の増加量 }}{x \text{ の増加量}} = \boxed{}$ ②

①:好きな数を4か所に入れます。

②：変化の割合を計算します。

③：②と同じ数を入れます。

④：変化の割合が③になる表をいくつか考えてみましょう。

同じ



変化の割合 = $\frac{y \text{ の増加量 }}{x \text{ の増加量}} = \boxed{}$ ③

y の増加量

A blank Cartesian coordinate system with x and y axes ranging from -12 to 12. The grid lines are spaced at intervals of 1 unit. The x-axis is labeled with integers from -12 to 12, and the y-axis is labeled with integers from -7 to 7. The origin is labeled 'O'.

問題 変化の割合が同じである2つの表を図で表したとき、何かわかりますか？

(上の表に収まるように④の表を調節してください。)

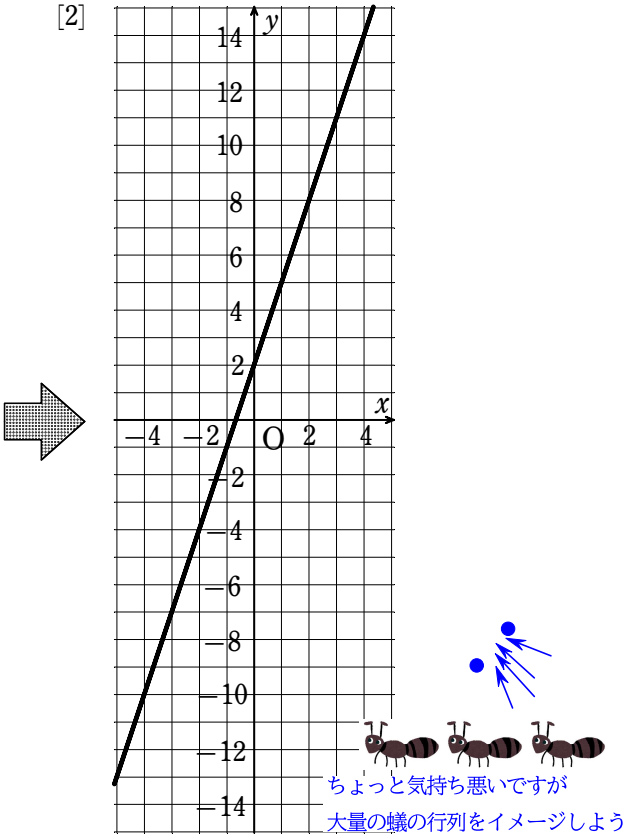
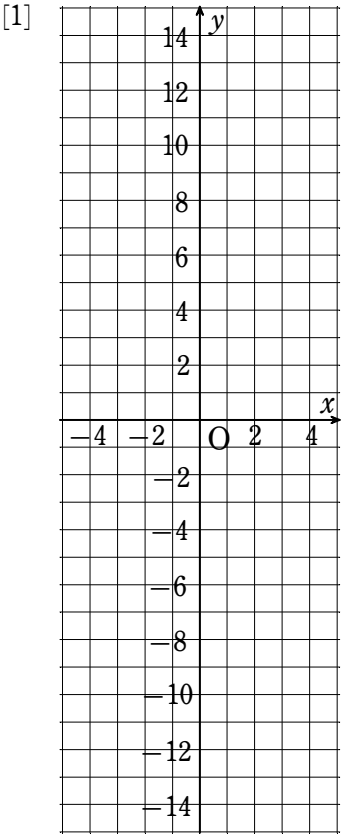
＜1 次関数のグラフ＞

1 次関数 $y=3x+2$ をグラフに表してみよう。
 $y=3x+2$ について、対応する x, y の値は、下の表のようになる。

x	...	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	...
y	...	-10	-7	-4	-1	2	5	8	11	14	...

これらの対応表の
結果を座標平面に
書き込んでいく

上の表の x, y の値の組を座標とする点を、座標平面にとると、下の図[1] のようになる。
さらに、 x の値の間隔を細かくし、 $y=3x+2$ が成り立つような x, y の値の組を座標とする点を多くとっていくと、これらの点の集まりは、下の図[2] のような直線になる。
この直線が、**1 次関数 $y=3x+2$ のグラフ** である。



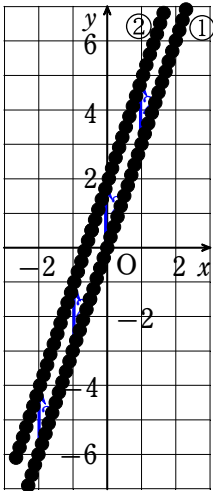
次に、下の 2 つの 1 次関数のグラフを比べてみよう。
 $y=3x$ ①, $y=3x+2$ ②
①, ② について、対応する x, y の値は、下の表のようになる。

x	...	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	...
① $3x$	...	-12	-9	-6	-3	0	3	6	9	12	...
② $3x+2$	...	-10	-7	-4	-1	2	5	8	11	14	...

+2

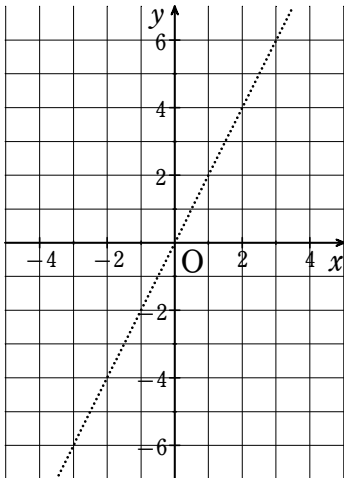
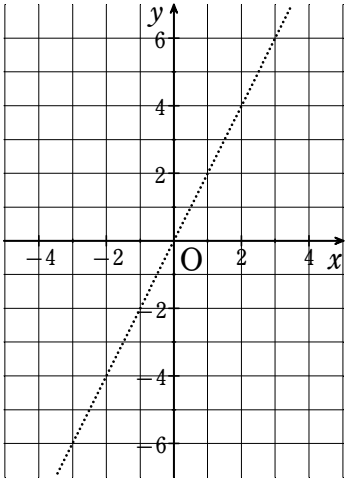
この表から、① と ② の同じ x の値に対応する y の値は、
いつでも ② の方が ① より 2 だけ大きいことがわかる。
このことを、グラフを用いて考えると、② のグラフは、
① のグラフを 2 だけ上に移動したものになっている。

①のグラフを作っている点がすべて2目盛り上に引っ越しをして
②のグラフができあがったと考える。



練習 29 次の 1 次関数のグラフを、 $y=2x$ のグラフを利用してかきなさい。

- (1) $y=2x+4$
- (2) $y=2x-5$



【解答】

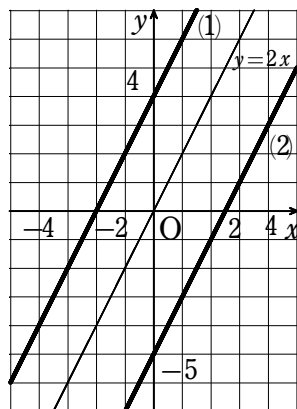
(1) $y=2x+4$ のグラフは、 $y=2x$ のグラフを 4 だけ上に移動したものである。

(2) $y=2x-5$ のグラフは、 $y=2x$ のグラフを 5 だけ下に移動したものである。

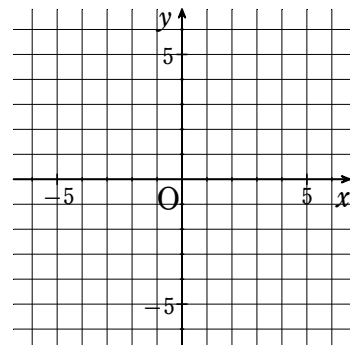
よって、グラフは右の図のようになる。

y 軸との交点の目盛りは書くこと。

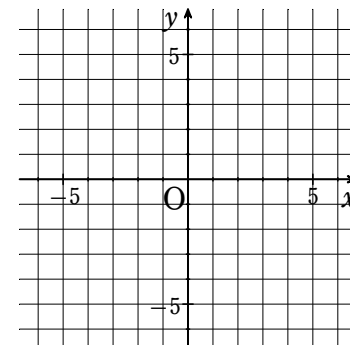
x 軸との交点は分かるなら書くこと。



(3) $y=\frac{2}{3}x-2$

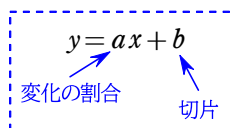


(4) $y=-\frac{5}{4}x+3$



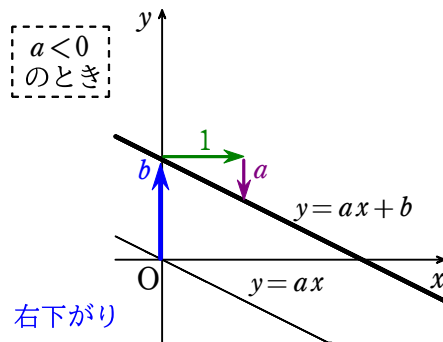
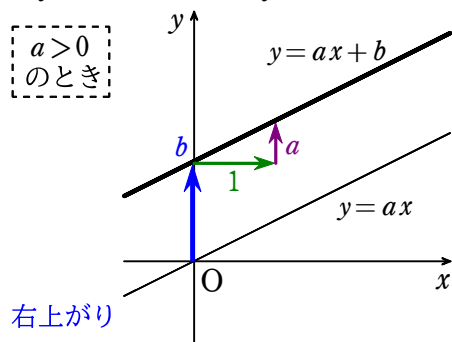
1 次関数 $y=ax+b$ において、 $x=0$ のとき、 $y=b$ となるから、 $y=ax+b$ のグラフは、点 $(0, b)$ を通る。

1 次関数 $y=ax+b$ のグラフと y 軸との交点 $(0, b)$ の y 座標 b の値を、このグラフの **切片(せつぺん)** という。



1 次関数 $y=ax+b$ のグラフ

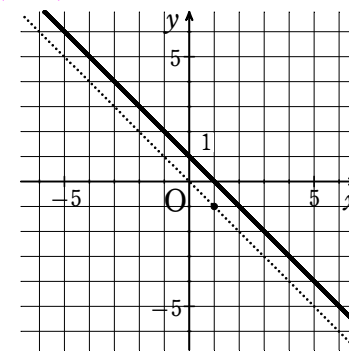
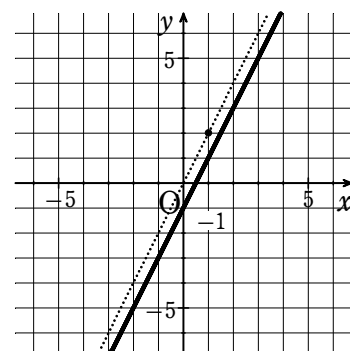
$y=ax$ のグラフを y 軸の正の方向に b だけ平行移動した直線



【解答】

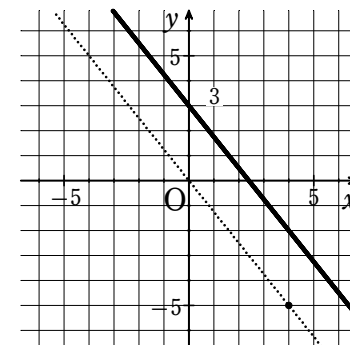
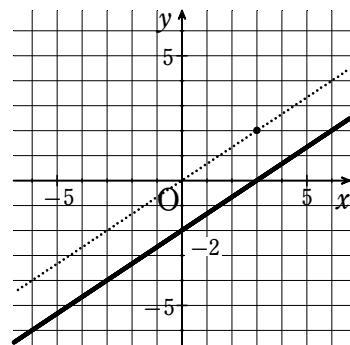
(1) $y=2x-1$ のグラフは切片が -1 であるから、点 $(0, -1)$ を通る。

(2) $y=-x+1$ のグラフは切片が 1 であるから、点 $(0, 1)$ を通る。



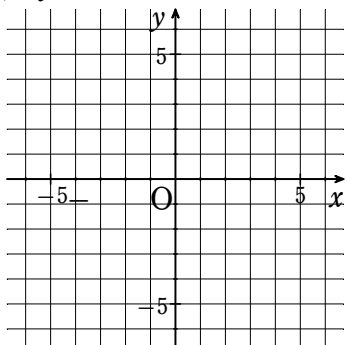
(3) $y=\frac{2}{3}x-2$ のグラフは切片が -2 であるから、点 $(0, -2)$ を通る。

(4) $y=-\frac{5}{4}x+3$ のグラフは切片が 3 であるから、点 $(0, 3)$ を通る。

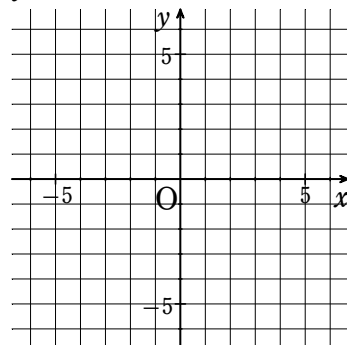


練習 31 次の 1 次関数のグラフをかきなさい。

(1) $y=2x-1$



(2) $y=-x+1$



これまで、1次関数 $y=ax+b$ の定数 a は、変化の割合であることを学んだが、グラフ上ではどのようなことを表しているか考えてみよう。

1次関数 $y=3x+2$ のグラフ上に2点A(1, 5), B(3, 11)をとると、右の図で、

x 軸の正の方向に $AC=2$ だけ進むとき、

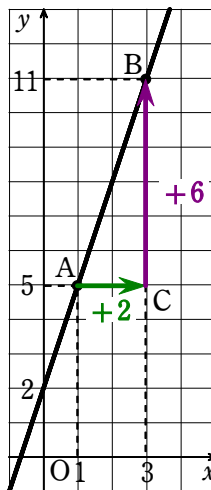
y 軸の正の方向に $CB=6$ だけ進む。

よって、 $\frac{CB}{AC}=3$ となる。

これは、 $y=3x+2$ について、 x の値が1から3まで増加するときの変化の割合である。

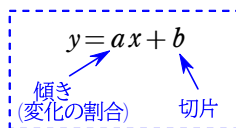
さらに、1次関数の変化の割合は一定であるから、

$\frac{CB}{AC}$ の値3は、グラフ上の2点A, Bをどこにとっても同じである。



このような、1次関数 $y=ax+b$ の変化の割合 a の値を、このグラフの **傾(かたむ)き** という。

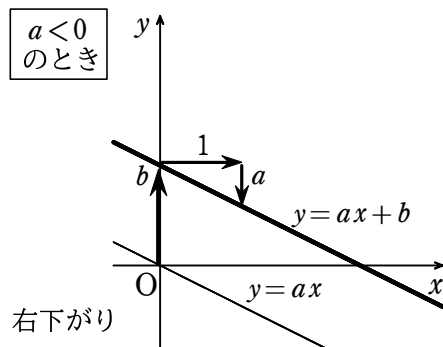
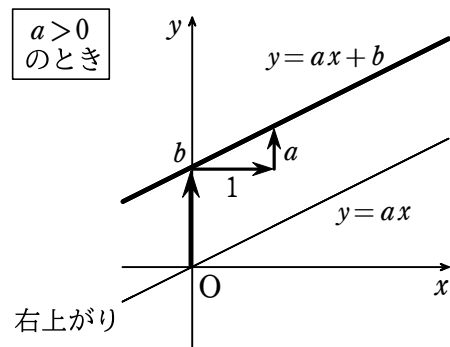
一般に、1次関数 $y=ax+b$ のグラフの傾きぐあいは、傾き a の値によって決まる。



1次関数 $y=ax+b$ のグラフ

[1] $y=ax$ のグラフを y 軸の正の方向に b だけ平行移動した直線

[2] 傾きが a , 切片が b の直線



注意 図形を、ある方向に一定の長さだけ動かす移動を、**平行移動** という。

練習 30 次の1次関数について、グラフの傾きと切片を答えなさい。

(1) $y=4x+1$

(2) $y=-x-3$

(3) $y=\frac{2}{5}x+2$

解答

(1) $y=4x+1$ のグラフの傾きは4, 切片は1

(2) $y=-x-3$ のグラフの傾きは-1, 切片は-3

(3) $y=\frac{2}{5}x+2$ のグラフの傾きは $\frac{2}{5}$, 切片は2

1次関数のグラフを、傾きと切片をもとにしてかいてみよう。

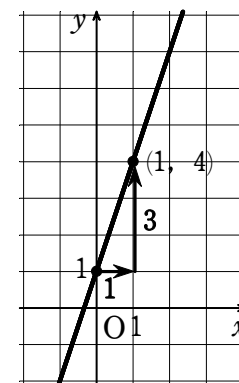
例 6 1次関数 $y=3x+1$ のグラフは、切片が1であるから、

y 軸上の点(0, 1)を通る。傾きが3であるから、

点(0, 1)から右へ1, 上へ3

だけ進んだ点(1, 4)を通る。

よって、グラフは、右の図のようになる。



たとえば、傾きが整数でない $y=\frac{1}{2}x-2$ のグラフの

場合は、傾きが $\frac{1}{2}$ であるから、

「右へ2, 上へ1だけ進む」

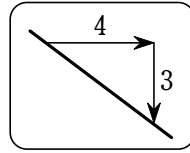
と考えればよい。

傾きが $\frac{\bigcirc}{\triangle}$ ← 上へ $\bigcirc$
← 右へ $\triangle$

また、傾きが負の数の場合、たとえば $y = -\frac{3}{4}x + 2$ のグラフは、

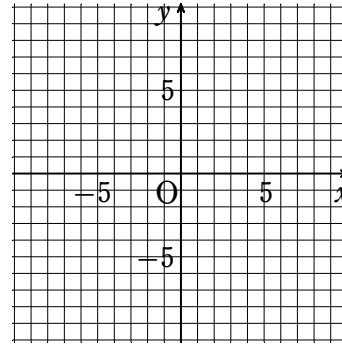
傾きが $-\frac{3}{4} = \frac{-3}{4}$ であるから、

「右へ4、下へ3だけ進む」
と考えればよい。

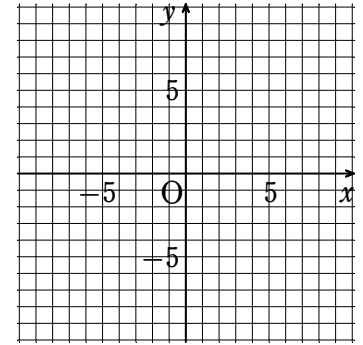


練習 31 次の1次関数のグラフをかきなさい。

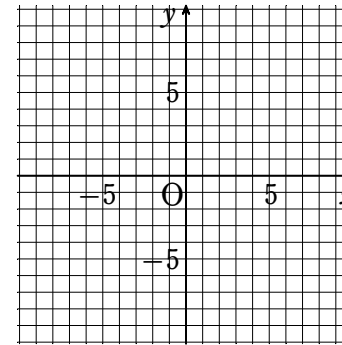
(1) $y = 2x - 1$



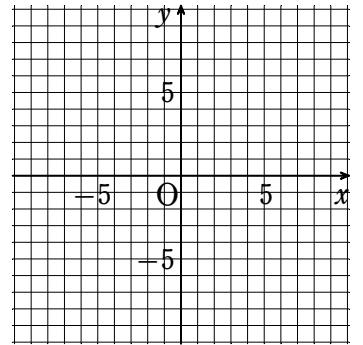
(2) $y = -x + 1$



(3) $y = \frac{2}{3}x - 2$



(4) $y = -\frac{5}{4}x + 3$



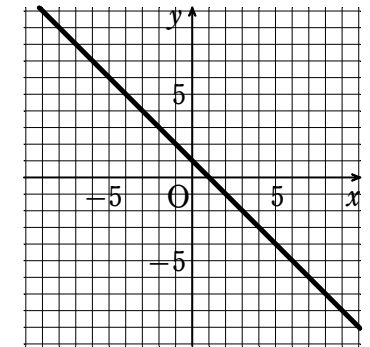
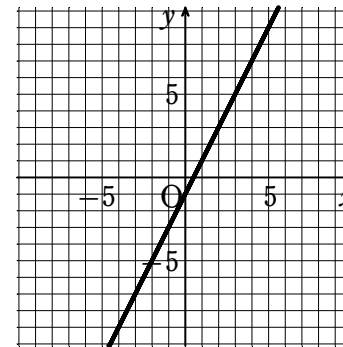
解答

(1) $y = 2x - 1$ のグラフは切片が -1 であるから、点 $(0, -1)$ を通る。

また、傾きは 2 であるから、点 $(1, 1)$ を通り、グラフは図のようになる。

(2) $y = -x + 1$ のグラフは切片が 1 であるから、点 $(0, 1)$ を通る。

また、傾きは -1 であるから、点 $(1, 0)$ を通り、グラフは図のようになる。

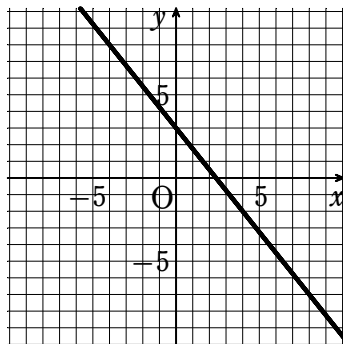
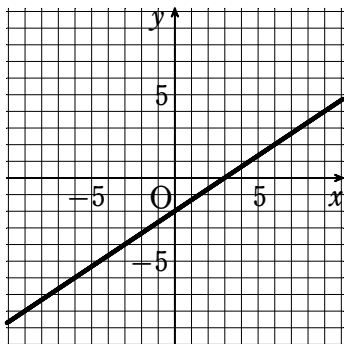


(3) $y = \frac{2}{3}x - 2$ のグラフは切片が -2 であるから、点 $(0, -2)$ を通る。

また、傾きは $\frac{2}{3}$ であるから、点 $(3, 0)$ を通り、グラフは図のようになる。

(4) $y = -\frac{5}{4}x + 3$ のグラフは切片が 3 であるから、点 $(0, 3)$ を通る。

また、傾きは $-\frac{5}{4}$ であるから、点 $(4, -2)$ を通り、グラフは図のようになる。



1 次関数のグラフを、グラフが通る 2 点を見つけてかく方法もある。

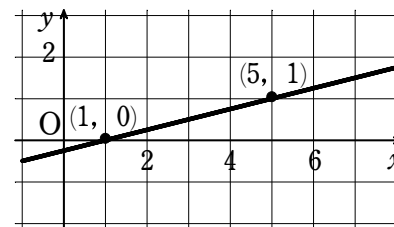
例 7 1 次関数 $y = \frac{1}{4}x - \frac{1}{4}$ は

$x=1$ のとき

$$y = \frac{1}{4} \times 1 - \frac{1}{4} = 0$$

$x=5$ のとき

$$y = \frac{1}{4} \times 5 - \frac{1}{4} = 1$$

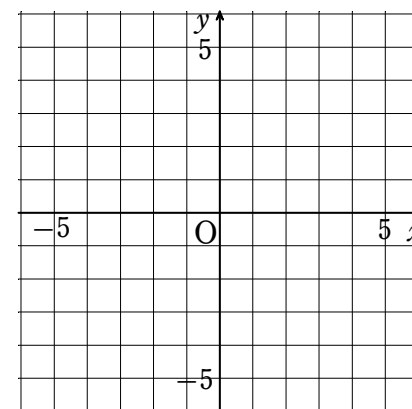
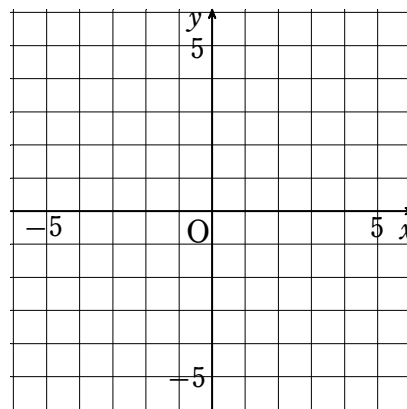


よって、グラフは、2 点 $(1, 0)$, $(5, 1)$ を通る直線で、上の図のようになる。

練習 32 次の 1 次関数のグラフをかきなさい。

(1) $y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$

(2) $y = -\frac{5}{2}x - \frac{1}{2}$



解答

(1) 1 次関数 $y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$ は $x=1$ のとき $y = \frac{2}{3} \times 1 + \frac{1}{3} = 1$

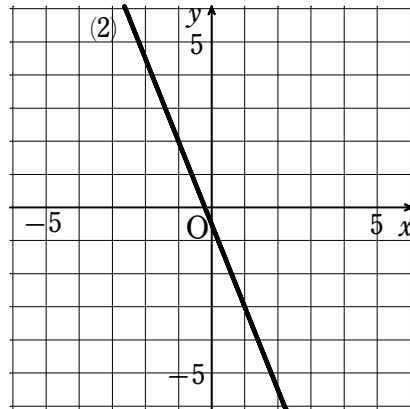
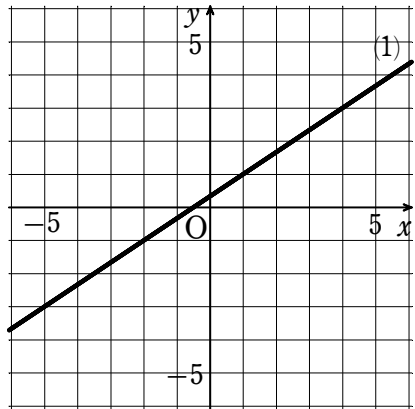
$x=4$ のとき $y = \frac{2}{3} \times 4 + \frac{1}{3} = 3$

よって、グラフは 2 点 $(1, 1)$, $(4, 3)$ を通る直線で、図のようになる。

(2) 1 次関数 $y = -\frac{5}{2}x - \frac{1}{2}$ は $x=1$ のとき $y = -\frac{5}{2} \times 1 - \frac{1}{2} = -3$

$x=-1$ のとき $y = -\frac{5}{2} \times (-1) - \frac{1}{2} = 2$

よって、グラフは2点 $(1, -3)$, $(-1, 2)$ を通る直線で、図のようになる。



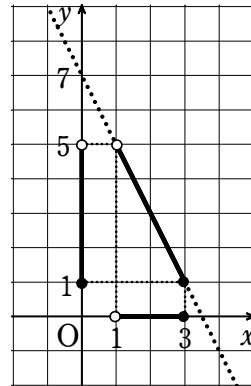
変域が限られた1次関数について考えてみよう。

例 8 1次関数 $y = -2x + 7$ において、
定義域が $1 < x \leq 3$ であるとする。

$$x=1 \text{ のとき } y = -2 \times 1 + 7 = 5$$

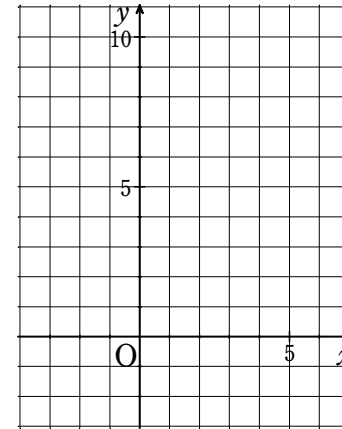
$$x=3 \text{ のとき } y = -2 \times 3 + 7 = 1$$

よって、グラフは右の図の実線部分で、
値域は $1 \leq y < 5$ である。

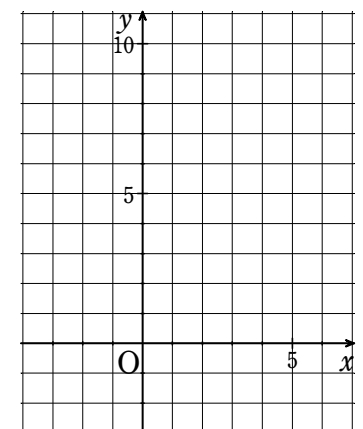


練習 33 次の関数のグラフをかき、値域を求めなさい。

(1) $y = 3x - 1 \quad (0 \leq x < 3)$



(2) $y = -\frac{1}{2}x + 3 \quad (x \geq -2)$



解答

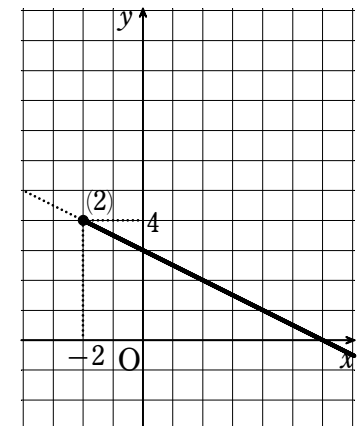
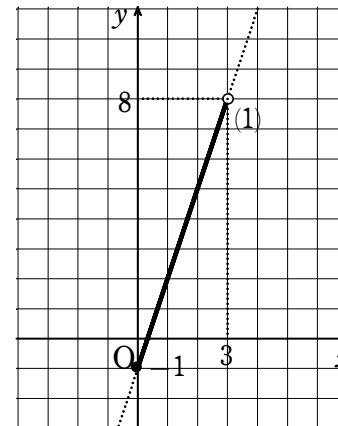
(1) 1次関数 $y = 3x - 1$ は、 $x = 0$ のとき $y = 3 \times 0 - 1 = -1$

$$x = 3 \text{ のとき } y = 3 \times 3 - 1 = 8$$

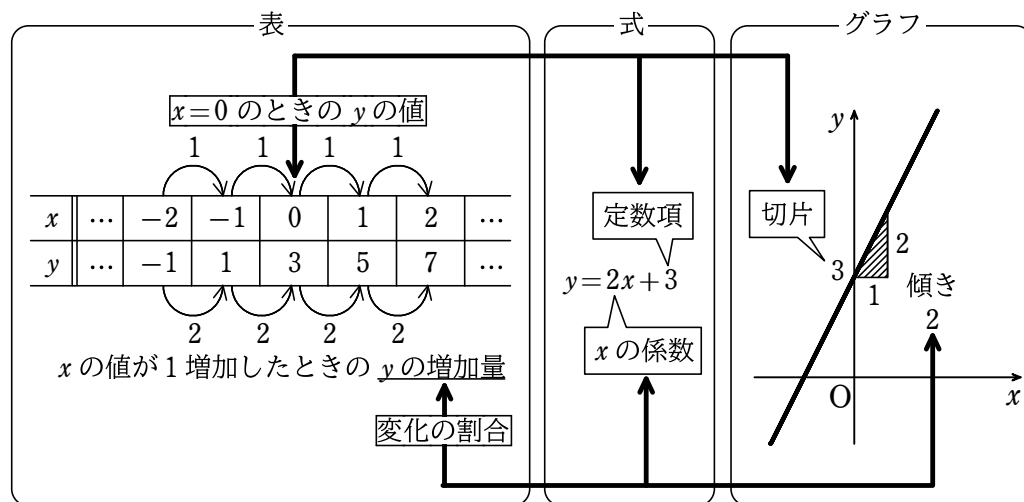
よって、グラフは右の図の実線部分で、値域は $-1 \leq y < 8$

(2) 1次関数 $y = -\frac{1}{2}x + 3$ は、 $x = -2$ のとき $y = -\frac{1}{2} \times (-2) + 3 = 4$

よって、グラフは右の図の実線部分で、値域は $y \leq 4$



これまで学んだ1次関数の表と式とグラフの関係をまとめてみよう。

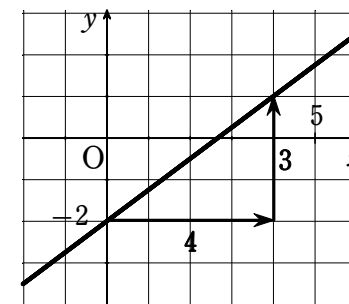


1 次関数の式を求める

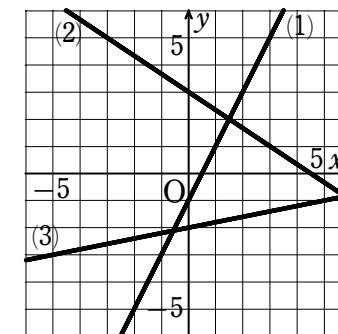
1 次関数の式のいろいろな求め方を考えてみよう。

● グラフから式を求める ●

例 9 右の図の1次関数のグラフは、
 点 $(0, -2)$ を通るから、切片は -2
 である。また、グラフは、右へ4進む
 とき、上へ3だけ進むから、傾きは $\frac{3}{4}$
 である。
 よって、この1次関数の式は $y = \frac{3}{4}x - 2$ である。



練習 34 右の図の(1)～(3)は、それぞれ1次関数の
 グラフである。これらの1次関数の式を求め
 なさい。



● 変化の割合と 1 組の x , y の値から式を求める ●

例題 6 変化の割合が -5 で, $x=2$ のとき $y=-6$ となる 1 次関数の式を求めなさい。

【考え方】変化の割合が ● であるとき, 1 次関数の式は $y=●x+b$ とおける。

解答 変化の割合が -5 であるから, 求める 1 次関数の式は, 次のように表すことができる。

$$y = -5x + b$$

$x=2$ のとき $y=-6$ であるから, $x=2$, $y=-6$ をこの式

に代入すると $-6 = -5 \times 2 + b$

$$b = 4$$

よって $y = -5x + 4$ 　　答

練習 36 次の条件を満たす直線の式を求めなさい。

- (1) 点 $(1, -3)$ を通り, 傾きが 2
- (2) 点 $(-3, 6)$ を通り, 直線 $y = -3x + 4$ に平行

注意 練習 36 (2) において, 2 つの直線が平行となるときの傾きは等しい。

練習 35 次の条件を満たす 1 次関数の式を求めなさい。

- (1) 変化の割合が 4 で, $x=-1$ のとき $y=-12$
- (2) 変化の割合が $-\frac{1}{2}$ で, $x=-4$ のとき $y=7$

1 次関数 $y = ax + b$ のグラフを「**直線 $y = ax + b$** 」といい,
 $y = ax + b$ を, この「直線の式」という。

例題 6 は, 傾きが -5 で, 点 $(2, -6)$ を通る直線の式を求めることと同じである。

● 2組の x , y の値から式を求める ●

例題 7 2点 $(-1, 6)$, $(3, -2)$ を通る直線の式を求めなさい。

解答 1 直線の傾きは

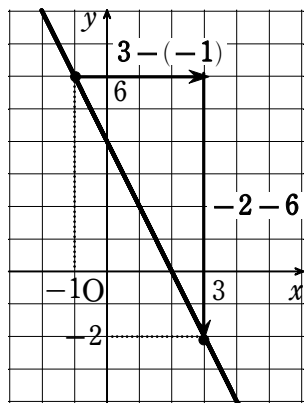
$$\frac{-2-6}{3-(-1)} = -2$$

したがって、求める直線の式は
 $y = -2x + b$ と表すことができる。

$x = -1$, $y = 6$ をこの式に代入
すると $6 = -2 \times (-1) + b$

$$b = 4$$

よって $y = -2x + 4$ 答



注意 解答 1 において、 $x = 3$, $x = -2$ を $y = -2x + b$ に代入してもよい。

解答 2 求める直線の式を $y = ax + b$ とする。

$x = -1$ のとき $y = 6$ であるから

$$6 = -a + b \quad \cdots \cdots \text{①}$$

$x = 3$ のとき $y = -2$ であるから

$$-2 = 3a + b \quad \cdots \cdots \text{②}$$

①, ② を解くと

$$a = -2, \quad b = 4$$

よって $y = -2x + 4$ 答

練習 37 次の 2 点を通る直線の式を求めなさい。

(1) $(-2, 1)$, $(1, 10)$

(2) $(8, -11)$, $(-4, 19)$

長さ 15 cm のろうそくに火をつけると、毎分 0.5 cm の割合で短くなっていく。火をつけてから x 分後のろうそくの長さを y cm とするとき、 y を x の式で表しなさい。また、定義域を求めなさい。

解答 $y = 15 - 0.5x$, $0 \leq x \leq 30$

1 次関数 $y = -3x + 1$ について、 x の値が次のように増加するときの変化の割合を求めなさい。

(1) 1 から 4 まで

(2) -5 から 2 まで

解答 (1) -3 (2) -3

次の 1 次関数の変化の割合を答えなさい。

(1) $y = 5x - 3$

(2) $y = -x$

(3) $y = -\frac{1}{2}x + 4$

解答 (1) 5 (2) -1 (3) $-\frac{1}{2}$

次の 1 次関数について、 x の値が -2 から 1 まで増加するときの y の増加量を求めなさい。

(1) $y = 4x - 2$

(2) $y = -\frac{1}{3}x + 5$

解答 (1) 12 (2) -1

気温は、地上から高さ 10 km までは、1 km 高くなるごとに 6°C ずつ下がるという。

地上の気温が 25°C のとき、地上から高さ x km のところの気温を $y^\circ\text{C}$ とする。

(1) y を x の式で表しなさい。

(2) 地上からの高さが 2 km から 7 km まで増加するとき、気温は何 $^\circ\text{C}$ 下がるか答えな

さい。

解答 (1) $y=25-6x$ (2) 30°C

反比例 $y=-\frac{12}{x}$ について、 x の値が次のように増加するときの変化の割合を求めなさい。

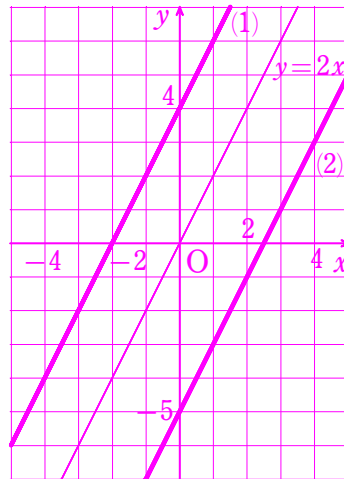
- (1) 1 から 6 (2) -4 から -2

解答 (1) 2 (2) $\frac{3}{2}$

次の1次関数のグラフを、 $y=2x$ のグラフを利用してかきなさい。

- (1) $y=2x+4$
(2) $y=2x-5$

解答 (1) ☐ (2) ☐



次の1次関数について、グラフの傾きと切片を答えなさい。

- (1) $y=4x+1$ (2) $y=-x-3$ (3) $y=\frac{2}{5}x+2$

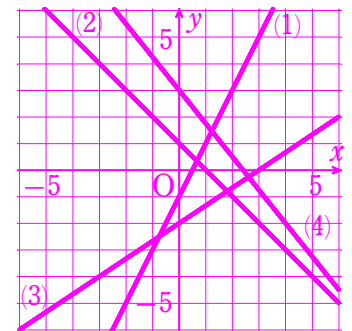
解答 (1) 傾きは4, 切片は1 (2) 傾きは -1 , 切片は -3

(3) 傾きは $\frac{2}{5}$, 切片は2

次の1次関数のグラフをかきなさい。

- (1) $y=2x-1$ (2) $y=-x+1$
(3) $y=\frac{2}{3}x-2$ (4) $y=-\frac{5}{4}x+3$

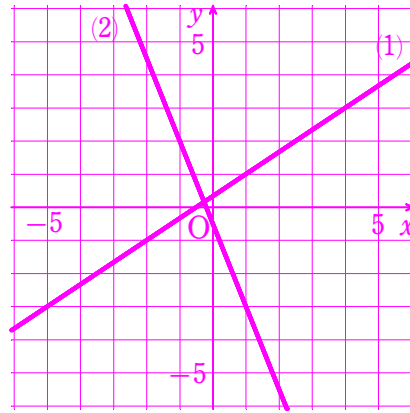
解答 (1) ☐ (2) ☐ (3) ☐ (4) ☐



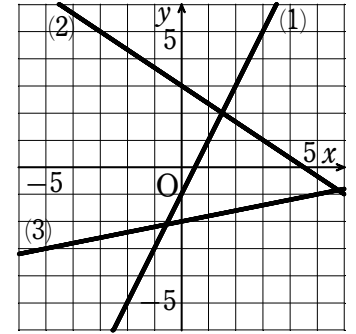
次の1次関数のグラフをかきなさい。

- (1) $y=\frac{2}{3}x+\frac{1}{3}$ (2) $y=-\frac{5}{2}x-\frac{1}{2}$

【解答】 (1) [図] (2) [図]



右の図の(1)～(3)は、それぞれ1次関数のグラフである。これらの1次関数の式を求めなさい。

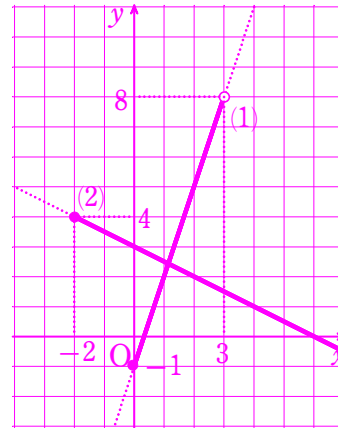


【解答】 (1) $y=2x-1$ (2) $y=-\frac{2}{3}x+3$ (3) $y=\frac{1}{5}x-2$

次の関数のグラフをかき、値域を求めなさい。

- (1) $y=3x-1$ ($0 \leq x < 3$) (2) $y=-\frac{1}{2}x+3$ ($x \geq -2$)

【解答】 (1) [図], $-1 \leq y < 8$ (2) [図], $y \leq 4$



次の条件を満たす1次関数の式を求めなさい。

- (1) 変化の割合が4で、 $x=-1$ のとき $y=-12$
(2) 変化の割合が $-\frac{1}{2}$ で、 $x=-4$ のとき $y=7$

【解答】 (1) $y=4x-8$ (2) $y=-\frac{1}{2}x+5$

次の条件を満たす直線の式を求めなさい。

- (1) 点(1, -3)を通り、傾きが2
(2) 点(-3, 6)を通り、直線 $y=-3x+4$ に平行

【解答】 (1) $y=2x-5$ (2) $y=-3x-3$

次の2点を通る直線の式を求めなさい。

- (1) (-2, 1), (1, 10) (2) (8, -11), (-4, 19)

【解答】 (1) $y=3x+7$ (2) $y=-\frac{5}{2}x+9$