

第3章「方程式」3 1次方程式の利用

<1 次方程式の利用>

方程式を利用して、いろいろな問題を解いてみよう。
鉛筆を4本と、110円のノートを1冊買うと、代金の合計は350円であった。
鉛筆1本の値段を求めてみよう。

文章問題の最後に書いてある

[1] 求める数量を文字で表す

鉛筆1本の値段を x 円とする。

代金の合計について

$$4x + 110 = 350$$

えんぴつ4本 $4x = 350 - 110$

ノート $4x = 240$ ← 両辺4で割る

$$x = 60$$

240 ÷ 4 = 60

鉛筆1本の値段を60円とすると、
代金の合計は350円となり、
これは問題に適している。

[2] 等しい数量の関係を見つけて、方程式をつくる

[3] 方程式を解く

[4] 解が実際の問題に適しているか確かめる

注意 たえば、鉛筆1本の値段を x 円とおいてつくった方程式の解が $x = -60$ や $x = 60.7$ になったときは、問題に適さない。
値段は負の数にならない
値段は小数にならない

練習9 40円の箱(はこ)に同じ種類のケーキを8個つめてもらうと、代金の合計は2600円であった。ケーキ1個の値段を求めなさい。

解答

ケーキ1個の値段を x 円とすると、
代金の合計について、方程式は

$$40 + 8x = 2600$$

箱 $8x = 2600 - 40$

ケーキ8個 $8x = 2560$ ← 両辺8で割る

$$x = 320$$

2560 ÷ 8 = 320

これは問題に適している。
よって、ケーキ1個の値段は 320 円

練習10 1個80円のみかんと1個140円のりんごを合わせて12個買うと、代金の合計は1260円であった。
(1) みかんとりんごをそれぞれ何個買ったか求めなさい。

解答

(1) みかんとりんごをそれぞれ何個買ったか求めなさい。

りんごは $(12 - x)$ 個買ったことになる。
代金の合計について、方程式は

$$80x + 140(12 - x) = 1260$$

(2) (1) の方程式を解くと

$$80x + 140(12 - x) = 1260$$

各項を20で割って $4x + 7(12 - x) = 63$

$$4x + 84 - 7x = 63$$
$$-3x = 63 - 84$$
$$-3x = -21$$

両辺(-3)で割る $x = 7$

$(-21) \div (-3) = +7$

これは問題に適している。
よって、みかんは 7 個、りんごは $12 - 7 = 5$ より 5 個

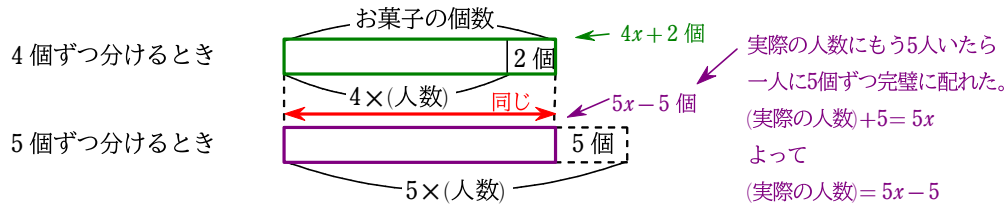
そのままだ計算してもいいが、
全部を20で割ってからの方が式が簡単になる。
 $80x \div 20 + 140(12 - x) \div 20 = 1260 \div 20$

問題文でりんごの個数も聞かれているので、 $(12 - x)$ 個の x に $x = 7$ を代入する。

1つの数量を2通りの式で表して、方程式をつくってみよう。

例題 4 何人かの子どもにお菓子(かし)を分ける。1人に4個ずつ分けると2個余り、1人に5個ずつ分けると5個たりない。子どもの人数とお菓子の個数を求めなさい。

【考え方】2通りの分け方から、お菓子の個数を式で表し、方程式をつくる。



解答 子どもの人数を x 人とする

$$4x + 2 = 5x - 5$$

$$4x - 5x = -5 - 2$$

$$-x = -7 \quad \leftarrow \text{両辺に } (-1) \text{ をかける}$$

$$x = 7$$

$5 \times 7 - 5 = 30$ でもよい

$4 \times 7 + 2 = 30$ より、お菓子の個数は 30 個となる。

これらは問題に適している。

答 子どもの人数 7 人、お菓子の個数 30 個

参考

1人に5個ずつ配ると5個足りないで、 x 人のうち1人は何ももらえなかった。つまり残りの $x-1$ 人は5個ずつもらっているで、お菓子の個数は $5(x-1)$ 個と考えても良い。

練習 11 生徒が長いすに座るのに、1脚(きやく)に5人ずつ座ると10人が座れなくなり、1脚に7人ずつ座ると長いすがちょうど2脚余る。長いすの数と生徒の人数を求めなさい。

解答

長いすの数を x 脚とすると

$$5x + 10 = 7(x - 2)$$

$$5x + 10 = 7x - 14$$

$$5x - 7x = -14 - 10$$

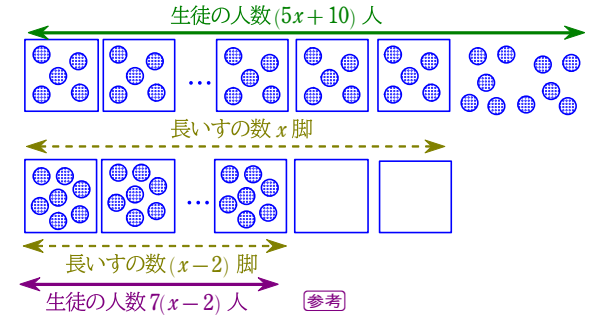
$$\text{両辺 } (-2) \text{ で割る } \rightarrow -2x = -24$$

$$(-24) \div (-2) = 12 \quad x = 12$$

$5 \times 12 + 10 = 70$ より、生徒の人数は 70 人となる。

これらは問題に適している。

よって、長いすの数は 12 脚、生徒の人数は 70 人



参考

7人ずつ座ると2脚余っているので、実際の人数にもう14人いたら1脚に7人ずつ完璧に座れた。
(実際の人数) + 14 = $7x$
よって
(実際の人数) = $7x - 14$

別解 お菓子の個数を x 個とすると、

子どもの人数について

$$\frac{x-2}{4} = \frac{x+5}{5}$$

両辺に 20 をかけて

$$5(x-2) = 4(x+5) \quad \frac{x-2}{4} \times 20 \quad \frac{x+5}{5} \times 20$$

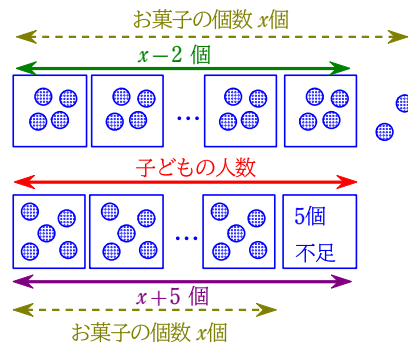
$$5x - 10 = 4x + 20$$

$$5x - 4x = 20 + 10$$

$$x = 30$$

$$\frac{30-2}{4} = 7 \text{ より、子どもの人数は 7 人となる。}$$

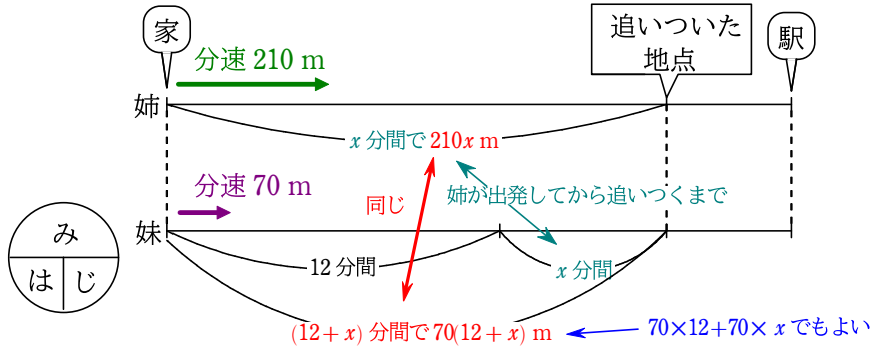
これらは問題に適している。答 子どもの人数 7 人、お菓子の個数 30 個



速さに関する問題を解いてみよう。

例題 5 妹が家から 1.5 km 離 (はな) れた駅に向かって出発した。妹が出発してから 12 分後に、姉が自転車で同じ道を追いかけた。妹の歩く速さは分速 70 m、姉の自転車の速さは分速 210 m であるとき、姉は出発してから何分後に妹に追いつくか求めなさい。

【考え方】姉が妹に追いついたとき、2 人が進んだ道のりは等しくなる。



解答 姉が出発してから x 分後に、妹に追いつくとすると

$$210x = 70(12 + x)$$

両辺を 70 で割ると

$$3x = 12 + x$$

$$3x - x = 12$$

両辺 2 で割る → $2x = 12$

$$12 \div 2 = 6$$

$$x = 6$$

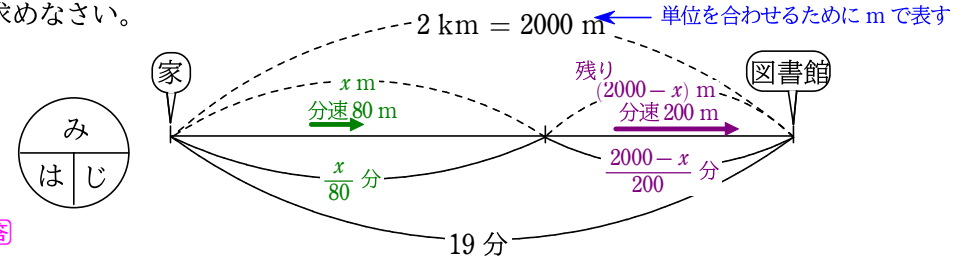
$$210 \times 6 = 1260 \text{ m}$$

このとき、2 人が進んだ道のりはともに 1260 m となり、家と駅との道のりより短いから、問題に適している。

妹が駅に着くまでに、姉は妹に追いつくことを確認 答 6 分後

練習 12 家から 2 km 離れた図書館に行くのに、はじめは分速 80 m で歩き、

途中から分速 200 m で走ったら、19 分かかった。分速 80 m で歩いた道のりを求めなさい。



解答

分速 80 m で歩いた道のりを x m とすると

$$\frac{x}{80} + \frac{2000 - x}{200} = 19$$

両辺に 400 をかけると

分母の 80 と 200 の最小公倍数が 400

$$5x + 2(2000 - x) = 7600$$

$$\frac{x}{80} \times 400 + \frac{2000 - x}{200} \times 400 = 19 \times 400$$

$$5x + 4000 - 2x = 7600$$

$$5x - 2x = 7600 - 4000$$

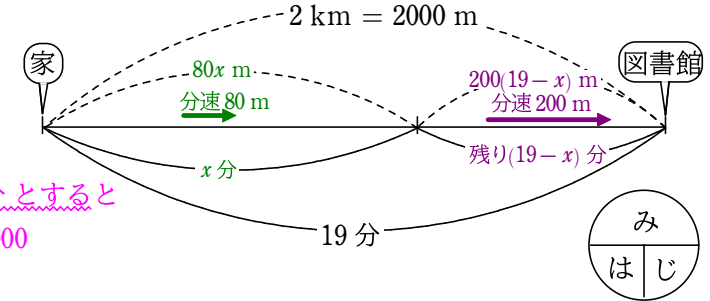
$$3x = 3600$$

$$3600 \div 3 = 1200$$

$$x = 1200$$

これは問題に適している。

よって、分速 80 m で歩いた道のりは 1200 m (1.2 km でもよい)



別解

分速 80 m で歩いた時間を x 分とすると

$$80x + 200(19 - x) = 2000$$

両辺を 40 で割ると

$$2x + 5(19 - x) = 50$$

$$2x + 95 - 5x = 50$$

$$2x - 5x = 50 - 95$$

$$-3x = -45$$

$$(-45) \div (-3) = +15$$

$$x = 15$$

これは問題に適している。

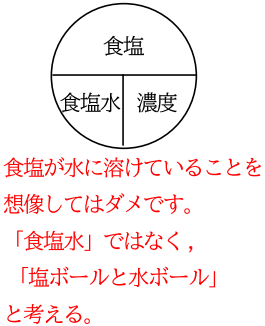
よって、分速 80 m で歩いた道のりは $80 \times 15 = 1200 \text{ m}$

たとえば、食塩水 100 g の中に食塩が 9 g 含まれるとき、この食塩水の濃度 (のうど) は 練習 13 12 % の食塩水 500 g に、水を加えて 8 % の食塩水を作った。加えた水の重さを求めなさい。

一般に、食塩水の濃度は、次の式で表される。

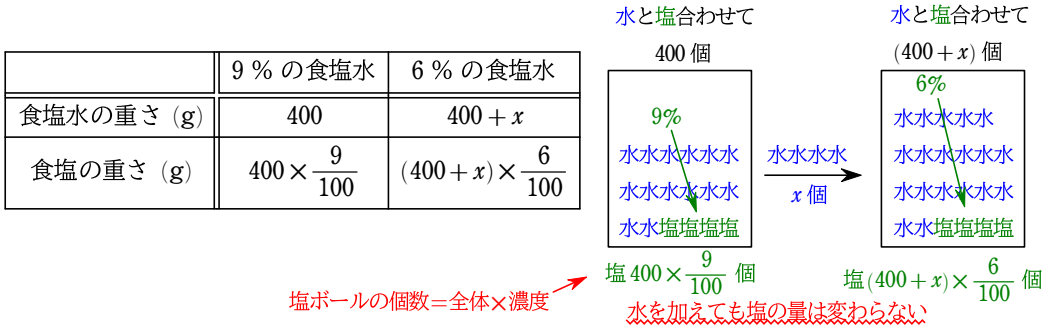
$$(\text{食塩水の濃度} [\%]) = \frac{\text{食塩の重さ}}{\text{食塩水の重さ}} \times 100$$

ただし $(\text{食塩水の重さ}) = (\text{食塩の重さ}) + (\text{水の重さ})$



例題 6 9 % の食塩水 400 g に、水を加えて 6 % の食塩水を作った。
加えた水の重さを求めなさい。

【考え方】水を x g 加えたとし、食塩の重さの関係から、方程式をつくる。
食塩水の重さの関係と食塩の重さの関係は、次のようになる。



解答 加えた水の重さを x g とすると、食塩の重さは変わらないので

$(400 + x) \times 0.06 = 400 \times 0.09$ → $(400 + x) \times \frac{6}{100} = 400 \times \frac{9}{100}$
でもよい

両辺に 100 をかけると $(400 + x) \times 6 = 400 \times 9$

$6(400 + x) = 3600$

両辺 6 で割って $400 + x = 600$

$x = 600 - 400$

$x = 200$

これは問題に適している。 答 200 g

x が負の数になっていないので OK

解答
加えた水の重さを x g とする。
 12 % の食塩水 500 g に含まれる食塩の重さは
 $(500 \times \frac{12}{100})$ g

この食塩の重さが、
 食塩水 $(500 + x)$ g の 8 % にあたるから

$(500 + x) \times \frac{8}{100} = 500 \times \frac{12}{100}$

両辺に 100 をかけると $(500 + x) \times 8 = 500 \times 12$

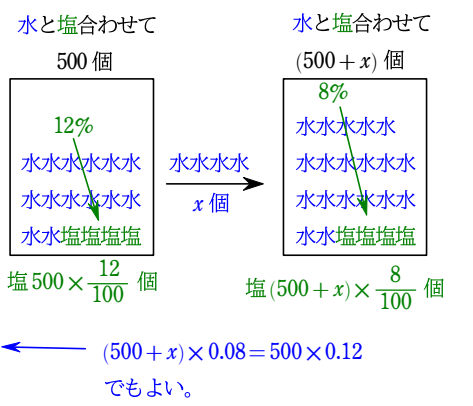
$8(500 + x) = 6000$

両辺 8 で割って $500 + x = 750$

$x = 750 - 500$

$x = 250$

これは問題に適している。 よって、加えた水の重さは 250 g



<方程式と解>

例題 7 x についての方程式 $ax-9=2x$ の解が 3 であるとき、 a の値を求めなさい。

【考え方】方程式の解が 3 であるから、方程式に $x=3$ を代入した式が成り立つ。

方程式の x に代入して、イコールになる x のことを解という。

解答 解が 3 であるから、 $x=3$ を
方程式 $a\boxed{x}-9=2\boxed{x}$ に代入すると

$$a \times \boxed{3} - 9 = 2 \times \boxed{3}$$

$$3a - 9 = 6$$

これを解くと

$$3a = 6 + 9$$

$$3a = 15$$

$$a = 5$$

両辺 3 で割る
 $15 \div 3 = 5$

答

参考

実際に $a=5$ とすると問題文の方程式は
 $5x-9=2x$
となる。解いてみると

$$5x-9=2x$$

$$5x-2x=9$$

$$3x=9$$

$$x=3$$

両辺 3 で割る
 $9 \div 3 = 3$

となって、確かに 3 を解にもつ。

練習 14 x についての方程式 $ax=3x-4$ の解が -2 であるとき、 a の値を求めなさい。

解答

解が -2 であるから、

$x=-2$ を方程式 $a\boxed{x}=3\boxed{x}-4$ に代入すると

$$a \times \boxed{(-2)} = 3 \times \boxed{(-2)} - 4$$

これを解くと -2 にかっこをつける

$$-2a = -6 - 4$$

$$-2a = -10$$

$$a = 5$$

両辺 (-2) で割る
 $(-10) \div (-2) = +5$

参考

実際に $a=5$ とすると問題文の方程式は
 $5x=3x-4$
となる。解いてみると

$$5x-3x=-4$$

$$2x=-4$$

$$x=-2$$

両辺 2 で割る
 $(-4) \div 2 = -2$

となって、確かに -2 を解にもつ。

練習 15 x についての 2 つの方程式 $12-2(3x-1)=x$, $ax-9=-3x+a$ の解が等しいとき、 a の値を求めなさい。

この方程式は x を求められる

解答

方程式 $12-2(3x-1)=x$ を解くと

$$12-6x+2=x$$

$$-6x-x=-12-2$$

$-7x=-14$ 両辺 (-7) で割る
 $(-14) \div (-7) = +2$

$$x=2$$

よって、方程式 $a\boxed{x}-9=-3\boxed{x}+a$ について、
解が 2 であるから、 $x=2$ をこの式に代入すると

$$a \times \boxed{2} - 9 = -3 \times \boxed{2} + a$$

$$2a - 9 = -6 + a$$

$$2a - a = -6 + 9$$

$$a = 3$$

参考

実際に $a=3$ とすると問題文の方程式は
 $3x-9=-3x+3$
となる。解いてみると

$$3x+3x=3+9$$

$$6x=12$$

$$x=2$$

両辺 6 で割る
 $12 \div 6 = 2$

となって、確かに 2 を解にもつ。

< 比例式 >

比 $a:b$ と $c:d$ が等しいことを表す式

$$a:b=c:d \quad \dots\dots ①$$

を **比例式** という。比が等しいとき、それぞれの比の値も等しく、

① は、次の ② と同じことを表している。

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \quad \dots\dots ② \quad \text{ } \boxed{\text{ } \bigcirc : \square \text{ の比の値を } \frac{\bigcirc}{\square} \text{ とする}}$$

例

3:5 の比の値は $\frac{3}{5}$ である。3:5 = 6:10 であり、6:10 の比の値は $\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$ である。

また、② の両辺に bd をかけると $\frac{a}{b} \times bd = \frac{c}{d} \times bd$ より $ad=bc$ で

あるから、次のことが成り立つ。

$$a:b=c:d \text{ のとき } ad=bc$$

$$\begin{array}{c} \text{ } ad \text{ } \\ \text{ } \text{ } \text{ } \text{ } \\ a : b = c : d \\ \text{ } bc \text{ } \end{array}$$

外側どうし掛けたものと
内側どうし掛けたものが等しい
数学的には a と d を外項、 b と c
を内項というので
「外項の積と内項の積が等しい」
という。

例5

$$x:4=7:2 \text{ であるとき } \quad x \times 2 = 4 \times 7$$

これを解くと $2x=28$ 両辺 2 で割って $x=14$

参考

$$x:4=7:2 \text{ によって } x=7 \times 2=14$$

こっちも2倍

参考

$$x:4=7:2 \text{ において比の値が等しいので } \frac{x}{4}=\frac{7}{2}$$

$$\text{この式で両辺を 4倍すると } \frac{x}{4} \times 4 = \frac{7}{2} \times 4 \quad \text{よって } x=14$$

練習 16 次の比例式を満たす x の値を求めなさい。

$$(1) \quad x:8=5:4$$

$$(2) \quad 4:7=2:3x$$

$$(3) \quad 6:(x+1)=2:5$$

$$(4) \quad (2x+5):6x=4:3$$

解答

$$(1) \quad x:8=5:4 \text{ であるから}$$

$$x \times 4 = 8 \times 5$$

$$4x=40$$

両辺 4 で割る

$$x=10$$

$$40 \div 4 = 10$$

$$(3) \quad 6:(x+1)=2:5 \text{ であるから}$$

$$6 \times 5 = (x+1) \times 2$$

$$\text{両辺入れ替えて } (x+1) \times 2 = 6 \times 5$$

$$\text{両辺 2 で割って } x+1=3 \times 5$$

$$x=15-1$$

$$x=14$$

$$(2) \quad 4:7=2:3x \text{ であるから}$$

$$4 \times 3x = 7 \times 2$$

$$12x=14$$

両辺 12 で割る

$$x=\frac{7}{6}$$

$$14 \div 12 = \frac{14}{12} = \frac{7}{6}$$

$$(4) \quad (2x+5):6x=4:3 \text{ であるから}$$

$$(2x+5) \times 3 = 6x \times 4$$

$$\text{両辺 3 で割って } 2x+5=2x \times 4$$

$$2x+5=8x$$

$$2x-8x=-5$$

$$\text{両辺 } (-6) \text{ で割る } \rightarrow -6x=-5$$

$$(-5) \div (-6) = +\frac{5}{6} \quad x=\frac{5}{6}$$

例題 8 赤玉と白玉の個数の比が $3:5$ で入っている袋の中に、赤玉を 12 個入れたところ、赤玉と白玉の個数の比が $11:15$ となった。白玉の個数を求めなさい。

解答 白玉の個数を x 個とすると、はじめに袋の中にあった赤玉の個数は $\frac{3}{5}x$ 個とおける。
袋の中に赤玉を 12 個入れたとき
$$\left(\frac{3}{5}x + 12\right) : x = 11 : 15$$
$$\left(\frac{3}{5}x + 12\right) \times 15 = x \times 11$$
$$9x + 180 = 11x$$
$$9x - 11x = -180$$
$$-2x = -180$$
$$x = 90$$

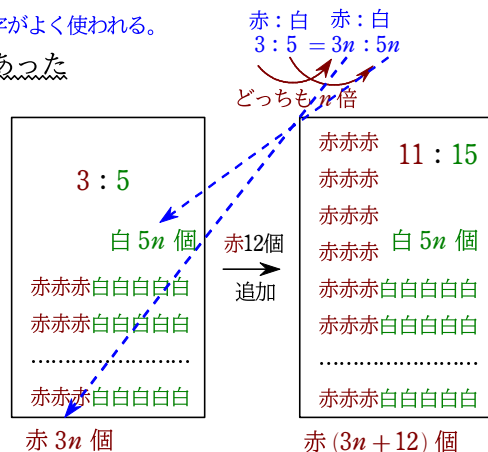
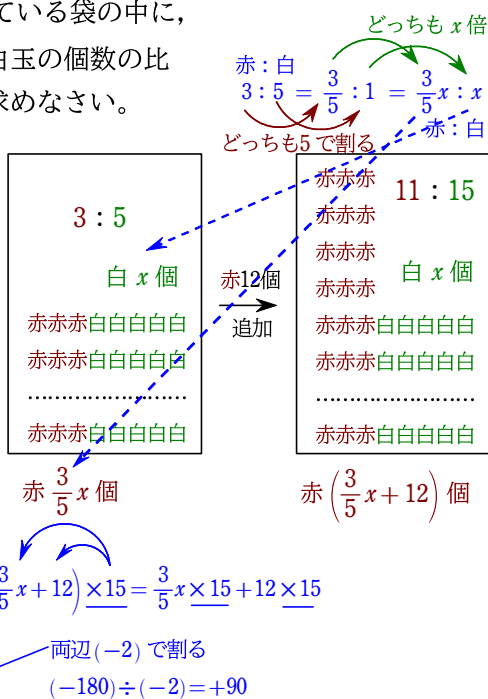
これは問題に適している。 図 90 個

自然数は英語で natural number より n という文字がよく使われる。

別解 自然数 n を用いて、はじめに袋の中にあった赤玉と白玉の個数をそれぞれ $3n$ 個、 $5n$ 個とおく。

袋の中に赤玉を 12 個入れたとき、
$$(3n + 12) : 5n = 11 : 15$$
$$(3n + 12) \times 15 = 5n \times 11$$
これを解く。両辺 5 で割ると
$$(3n + 12) \times 3 = n \times 11$$
$$9n + 36 = 11n$$
$$9n - 11n = -36$$
$$-2n = -36$$
$$n = 18$$

ゆえにはじめに袋の中にあった白玉の個数は $5n = 5 \times 18 = 90$ 個
これは問題に適している。 図 90 個



練習 17 数の比が $3:4$ である 2 つの自然数がある。この自然数の小さい方に 14 を加えた数と、大きい方から 12 をひいた数の比が $8:3$ であるとき、もとの 2 つの自然数を求めなさい。

解答 小さい方の自然数を x とすると、大きい方の自然数は $\frac{4}{3}x$ とおける。
問題文から $(x + 14) : \left(\frac{4}{3}x - 12\right) = 8 : 3$

$$(x + 14) \times 3 = \left(\frac{4}{3}x - 12\right) \times 8$$
$$3x + 42 = \frac{32}{3}x - 96$$
$$9x + 126 = 32x - 288$$
$$9x - 32x = -288 - 126$$
$$-23x = -414$$
$$x = 18$$

大きい方の自然数は $\frac{4}{3}x = \frac{4}{3} \times 18 = 24$ より、

これらは問題に適している。よって、求める 2 つの自然数は 18, 24 である。

解答 この問題は以下のやり方の方が簡単そうな気がする

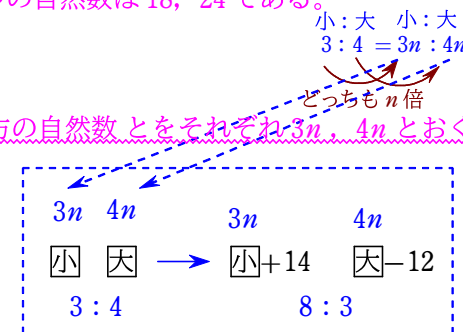
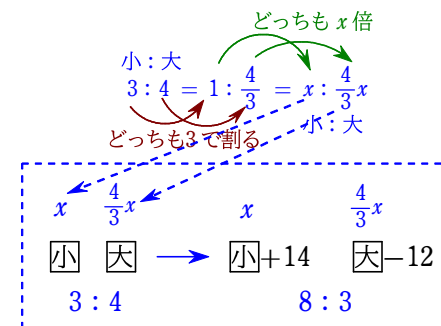
自然数 n を用いて、小さい方の自然数と大きい方の自然数とをそれぞれ $3n$, $4n$ とおく。

問題文から $(3n + 14) : (4n - 12) = 8 : 3$
$$(3n + 14) \times 3 = (4n - 12) \times 8$$
$$9n + 42 = 32n - 96$$
$$9n - 32n = -96 - 42$$
$$-23n = -138$$
$$n = 6$$

小さい方の自然数は $3n = 3 \times 6 = 18$,

大きい方の自然数は $4n = 4 \times 6 = 24$ これらは問題に適している。

よって、求める 2 つの自然数は 18, 24 である。



<等式の変形>

1個150円のパンを何個かと1個100円のお菓子を何個か買って、代金の合計を1000円にしたい。

パンを x 個、お菓子を y 個買うとすると、次の等式が成り立つ。

$$150x + 100y = 1000 \quad \dots\dots ①$$

x の値を決めたとき、 y の値を求める式は次のようになる。

$$150x + 100y = 1000$$

$$100y = 1000 - 150x \quad \text{150}x \text{ を移項する}$$

$$\text{両辺を100でわる} \quad y = \frac{1000}{100} - \frac{150x}{100}$$

$$y = 10 - \frac{3}{2}x \quad \dots\dots ②$$

$$y = -\frac{3}{2}x + 10 \quad \text{でもよい}$$

$$100y = 1000 - 150x$$

$$\begin{array}{l} \text{両辺100で割って} \\ y = \frac{1000 - 150x}{100} = \frac{20 - 3x}{2} \\ \text{でもよい。} \quad \text{V字約分} \end{array}$$

パンの個数 x がわかっていて、お菓子の個数 y を求めるとき、①の式よりも②の式を利用した方が計算しやすい。

例 $x = 2$ のとき $150x + 100y = 1000$ から y を求めると

$$150 \times 2 + 100y = 1000$$

$$300 + 100y = 1000$$

$$100y = 1000 - 300$$

$$100y = 700 \quad \text{両辺100で割る}$$

$$y = 7 \quad 700 \div 100 = 7$$

となるが、 y について解いた $y = 10 - \frac{3}{2}x$ という式を用いると

$$y = 10 - \frac{3}{2} \times 2 = 10 - 3 = 7$$

と簡単に求められる。

このように、①の等式を変形して、②のような「 $y = \sim$ 」の形の等式を導(みちび)くことを、等式①を **y について解く** という。

「 $a = \sim$ 」の形にするなら **a について解く** という。

例6 (1) 等式 $3x - 5y = -9$ を x について解く。

$$3x - 5y = -9$$

$$-5y \text{ を移項すると} \quad 3x = -9 + 5y$$

$$\text{両辺を3でわると} \quad x = \frac{-9}{3} + \frac{5y}{3} \quad x = \frac{-9 + 5y}{3} \quad \text{でもよい}$$

$$x = -3 + \frac{5}{3}y \quad x = \frac{5}{3}y - 3 \quad \text{でもよい}$$

(2) 等式 $c = \frac{a - 2b}{5}$ を a について解く。

$$c = \frac{a - 2b}{5}$$

両辺に5をかけると

$$5c = a - 2b$$

$-2b$ を移項すると

$$5c + 2b = a$$

よって

$$a = 2b + 5c \quad \text{両辺を入れかえる}$$

$5c$ と a を移項して

$$-a = -2b - 5c$$

両辺に (-1) を掛けて

$$a = (-2b - 5c) \times (-1)$$

$$a = 2b + 5c$$

練習 18 次の等式を [] の中の文字について解きなさい。

(1) $2x + y = 5$ [x]

(2) $3x - 4y = 12$ [y]

(3) $c = \frac{2a - b}{7}$ [a]

(4) $a = \frac{1}{3}b - 2c$ [b]

(5) $z = 4(x + y) - 3$ [x]

(6) $d = \frac{2}{5}(a - 2b) + c$ [b]

解答

(1) $2x + y = 5$

y を移項すると $2x = 5 - y$

両辺を 2 でわると $x = \frac{5 - y}{2} - \frac{y}{2}$

$x = \frac{5 - y}{2}$, $x = \frac{5}{2} - \frac{1}{2}y$ でもよい

(2) $3x - 4y = 12$

3x を移項すると $-4y = 12 - 3x$

両辺を -4 でわると $y = \frac{12}{-4} + \frac{-3x}{-4}$

よって $y = -3 + \frac{3}{4}x$
 $y = \frac{-12 + 3x}{4}$ でもよい

(3) $c = \frac{2a - b}{7}$

両辺に 7 をかけると $7c = 2a - b$

-b を移項すると $b + 7c = 2a$

両辺を 2 でわると $\frac{1}{2}b + \frac{7}{2}c = a$

よって $a = \frac{b + 7c}{2}$ でもよい
 $a = \frac{1}{2}b + \frac{7}{2}c$ 両辺を入れかえる

(4) $a = \frac{1}{3}b - 2c$

両辺に 3 をかけると $3a = b - 6c$

-6c を移項すると $3a + 6c = b$

よって $b = 3a + 6c$
 両辺を入れかえる

(5) $z = 4(x + y) - 3$

かっこをはずすと $z = 4x + 4y - 3$

4x, z をそれぞれ移項すると

$-4x = 4y - z - 3$

両辺を -4 でわると $x = \frac{4y}{-4} + \frac{-z}{-4} + \frac{-3}{-4}$

よって $x = -y + \frac{1}{4}z + \frac{3}{4}$
 $x = -\frac{4y - z - 3}{4}$, $x = \frac{-4y + z + 3}{4}$ でもよい

(6) $d = \frac{2}{5}(a - 2b) + c$

両辺に 5 をかけると $5d = 2(a - 2b) + 5c$

かっこをはずすと $5d = 2a - 4b + 5c$

-4b, 5d をそれぞれ移項すると

$4b = 2a + 5c - 5d$

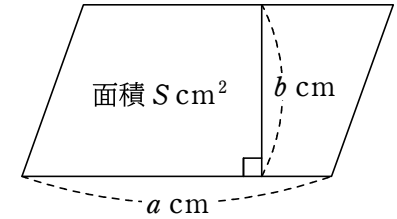
両辺を 4 でわると $b = \frac{1}{2}a + \frac{5}{4}c - \frac{5}{4}d$

$b = \frac{2a + 5c - 5d}{4}$ でもよい

図形の面積や体積などの関係式を変形してみよう。

例 7 底辺が a cm, 高さが b cm である平行四辺形の面積が S cm² であるとき, $S = ab$ が成り立つ。この等式を a について解くと

$S = ab$
 $ab = S$ 両辺を入れかえる
 $a = \frac{S}{b}$ 両辺を b でわる



例 7 で求めた式は, 面積と高さから底辺の長さを求める式である。

練習 19 次の問いに答えなさい。

- (1) 底辺が a cm, 高さが h cm の三角形の面積を S cm² とするとき, h を a, S を用いて表しなさい。
- (2) 縦が a cm, 横が b cm, 高さが c cm である直方体の体積を V cm³ とするとき, c を a, b, V を用いて表しなさい。
- (3) 上底が a cm, 下底が b cm, 高さが h cm である台形の面積を S cm² とするとき, b を a, h, S を用いて表しなさい。

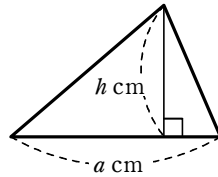
解答

(1) (三角形の面積) = $\frac{1}{2} \times (\text{底辺}) \times (\text{高さ})$ であるから $S = \frac{1}{2}ah$

両辺に 2 をかけて $2S = ah$

両辺入れ替えて $ah = 2S$

両辺 a で割って $h = \frac{2S}{a}$

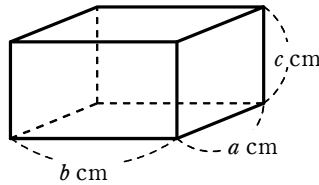


(2) (直方体の体積) = (縦) $\times$ (横) $\times$ (高さ) であるから

$$V = abc$$

両辺入れ替えて $abc = V$

両辺 ab で 割って $c = \frac{V}{ab}$



(3) (台形の面積) = $\frac{1}{2} \times (\text{上底} + \text{下底}) \times (\text{高さ})$ であるから

$$S = \frac{1}{2}(a+b)h$$

両辺に 2 をかけると $2S = (a+b)h$

かっこをはずすと $2S = ah + bh$

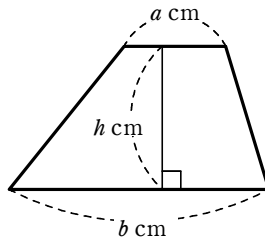
ah を移項すると $2S - ah = bh$

両辺入れ替えて $bh = 2S - ah$

両辺を h でわると $b = \frac{2S}{h} - \frac{ah}{h}$

$b = \frac{2S - ah}{h}$ でもよい

つまり $b = \frac{2S}{h} - a$



コラム

ディオファントスの一生は何年？

古代ギリシャの数学者ディオファントスは、方程式を研究しました。ディオファントスの一生について、詳しいことはわかりませんが、彼の墓には、次のような内容の文章が書かれていたといわれています。

ディオファントスは一生の $\frac{1}{6}$ を少年として、

さらに $\frac{1}{12}$ を青年として過ごした。

その後、一生の $\frac{1}{7}$ を過ぎて結婚(けっこん)し、

5 年経ったのちに息子を授かった。

しかしながら息子は、父の一生の半分を
生きただけで亡くなった。

それから 4 年間、悲しみをいやすため

彼は数学の研究に没頭(ぼっとう)し、人生を終えた。

ディオファントスが x 歳まで生きたとして、この文章を方程式に表し、ディオファントスは何歳まで生きたのかを求めてみましょう。

