

第3章「方程式」2 1次方程式の解き方

＜移項を利用した方程式の解き方＞

方程式 $3x - 8 = 10$ を解いてみよう。

$3x - 8 = 10$

両辺に8をたすと

$3x - 8 + 8 = 10 + 8$

0になる

$3x = 10 + 8$

$3x = 18$

両辺を3でわると

$x = 6$

..... ①

..... ②

左辺の×3が邪魔なので邪魔なもので割る。

上の①と②の式を比べると、①の左辺にあった-8は、②では符号を変えて右辺に移り、+8になったと見ることができる。

イコールという橋を超えると符号が変わる

$3x - 8 = 10$

$3x = 10 + 8$

このように、等式では、一方の辺の項を、符号を変えて他方の辺に移すことができる。このことを **移項 (いこう)** するという。

移項を利用して、方程式を解いてみよう。

例4 (1)

$5x = 3x - 6$

3xを移項すると

$5x - 3x = -6$

文字を含む項も移項できる

$2x = -6$

左辺の×2が邪魔なので両辺2で割る。

$x = -3$

(2)

$6x - 19 = 2x + 5$

-19と2xをそれぞれ移項すると

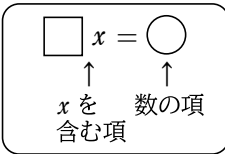
$6x - 2x = 5 + 19$

2つの項を同時に移項してもよい

$4x = 24$

左辺の×4が邪魔なので両辺4で割る。

$x = 6$



練習5 次の方程式を解きなさい。

- (1)

$4x + 5 = -15$
- (2)

$3x = 32 - 5x$
- (3)

$-1 = 6x + 5$
- (4)

$8x + 11 = 3x - 4$
- (5)

$5x - 13 = -2x + 15$
- (6)

$5 - 3x = 7x + 12$

解答

(1)

$4x + 5 = -15$

5を移項すると

$4x = -15 - 5$

左辺の×4が邪魔なので両辺4で割る。

$x = -5$

(2)

$3x = 32 - 5x$

-5xを移項すると

$3x + 5x = 32$

左辺の×8が邪魔なので両辺8で割る。

$x = 4$

(3)

$-1 = 6x + 5$

-1, 6xをそれぞれ移項すると

$-6x = 3 + 1$

左辺の×(-6)が邪魔なので両辺(-6)で割る。

$x = -1$

(4)

$8x + 11 = 3x - 4$

11, 3xをそれぞれ移項すると

$8x - 3x = -4 - 11$

左辺の×5が邪魔なので両辺5で割る。

$x = -3$

(5)

$5x - 13 = -2x + 15$

-13, -2xをそれぞれ移項すると

$5x + 2x = 15 + 13$

左辺の×7が邪魔なので両辺7で割る。

$x = 4$

(6)

$5 - 3x = 7x + 12$

5, 7xをそれぞれ移項すると

$-3x - 7x = 12 - 5$

左辺の×(-10)が邪魔なので両辺(-10)で割る。

$x = -\frac{7}{10}$

別解

$-1 = 6x + 5$

左辺と右辺を入れ替えて

$6x + 5 = -1$

5を移項して

$6x = -1 - 5$

$6x = -6$

$x = -1$

別解

$5 - 3x = 7x + 12$

左辺と右辺を入れ替えて

$7x + 12 = 5 - 3x$

12, -3xを移項して

$7x + 3x = 5 - 12$

$10x = -7$

$x = -\frac{7}{10}$

＜いろいろな方程式＞

例題 1 次の方程式を解きなさい。

$$7x - 4(3x + 5) = 5$$

【考え方】まず、かっこをはずしてから解く。

解答

$$7x - 4(3x + 5) = 5$$

かっこをはずすと

$$7x - 12x - 20 = 5$$

移項

$$7x - 12x = 5 + 20$$

$$-5x = 25$$

両辺(-5)で割る

$$25 \div (-5) = -5$$

$$x = -5$$

分配法則

$$(-4) \times (3x + 5) = (-4) \times 3x + (-4) \times 5$$

答

練習 6 次の方程式を解きなさい。

(1) $3(x + 3) = 8x + 19$

(2) $x - 2(2 - 3x) = 17$

(3) $5 - 3(4x - 3) = -10$

(4) $4(2x - 1) = -3(x - 6)$

解答

(1) $3(x + 3) = 8x + 19$

かっこをはずすと

$$3x + 9 = 8x + 19$$

$$3x - 8x = 19 - 9$$

$$-5x = 10$$

両辺(-5)で割る

$$10 \div (-5) = -2$$

$$x = -2$$

(2) $x - 2(2 - 3x) = 17$

かっこをはずすと

$$x - 4 + 6x = 17$$

$$x + 6x = 17 + 4$$

$$7x = 21$$

両辺7で割る

$$21 \div 7 = 3$$

$$x = 3$$

分配法則

$$(-2) \times (2 - 3x) = (-2) \times 2 + (-2) \times (-3x)$$

(3) $5 - 3(4x - 3) = -10$

かっこをはずすと

$$5 - 12x + 9 = -10$$

先に5+9=14と計算しておく

$$14 - 12x = -10$$

$$-12x = -10 - 14$$

$$-12x = -24$$

両辺(-12)で割る

$$(-24) \div (-12) = 2$$

$$x = 2$$

分配法則

$$(-3) \times (4x - 3) = (-3) \times 4x + (-3) \times (-3)$$

(4) $4(2x - 1) = -3(x - 6)$

かっこをはずすと

$$8x - 4 = -3x + 18$$

$$8x + 3x = 18 + 4$$

$$11x = 22$$

両辺11で割る

$$22 \div 11 = 2$$

$$x = 2$$

係数に分数を含む方程式は、両辺に分母の公倍数をかけて、分数を含まない式になおしてから解くとよい。

このように変形することを **分母をはらう** という。

例題 2 次の方程式を解きなさい。

解答

$$\frac{1}{2}x = \frac{1}{3}x - \frac{5}{4}$$

分母の最小公倍数は12

$$\left(\frac{1}{3}x - \frac{5}{4}\right) \times 12$$

$$= \frac{1}{3}x \times 12 + \left(-\frac{5}{4}\right) \times 12$$

両辺に12をかけると

$$\frac{1}{2}x \times 12 = \left(\frac{1}{3}x - \frac{5}{4}\right) \times 12$$

$$6x = 4x - 15$$

$$6x - 4x = -15$$

$$2x = -15$$

両辺2で割る

$$(-15) \div 2 = -\frac{15}{2}$$

$$x = -\frac{15}{2}$$

答

分母をはらわずに解くと

$$\frac{1}{2}x = \frac{1}{3}x - \frac{5}{4}$$

$$\frac{1}{2}x - \frac{1}{3}x = -\frac{5}{4}$$

$$\frac{3x - 2x}{6} = -\frac{5}{4}$$

$$\frac{x}{6} = -\frac{5}{4}$$

両辺6倍

$$x = -\frac{5}{4} \times 6$$

$$x = -\frac{15}{2}$$

分数の計算がちょっと大変かな？

例題2のような方程式は、右の解答のように、分母をはらわずに解くこともできるが、複雑な計算が必要となることがある。そこで、左の解答のように、分母をはらうことで係数を整数になおしてから解くとよい。

注意 分母の最小公倍数を使うと、より計算が簡単になる。

練習 7 次の方程式を解きなさい。

(1) $\frac{2}{3}x = \frac{1}{4}x + 5$

(2) $\frac{1}{2}x - 3 = \frac{1}{5}x$

(3) $\frac{x-4}{2} = \frac{5x-2}{6}$

(4) $\frac{3x+2}{5} = \frac{x-4}{4}$

(5) $\frac{1}{4}x - \frac{1}{2} = \frac{2}{3}x - 1$

(6) $\frac{2x+5}{3} = \frac{2}{9}x - \frac{x+2}{3}$

(1) $\frac{2}{3}x = \frac{1}{4}x + 5$ 最小公倍数は12

両辺に 12 をかけると

$$\frac{2}{3}x \times 12 = \left(\frac{1}{4}x + 5\right) \times 12$$

$$8x = 3x + 60$$

$$8x - 3x = 60$$

$$5x = 60$$

$$x = 12$$

両辺 5 で割る
 $60 \div 5 = 12$

(2) $\frac{1}{2}x - 3 = \frac{1}{5}x$ 最小公倍数は10

両辺に 10 をかけると

$$\left(\frac{1}{2}x - 3\right) \times 10 = \frac{1}{5}x \times 10$$

$$5x - 30 = 2x$$

$$5x - 2x = 30$$

$$3x = 30$$

$$x = 10$$

ここを10倍し
忘れる人が多い

両辺 3 で割る
 $30 \div 3 = 10$

(3) $\frac{x-4}{2} = \frac{5x-2}{6}$ 最小公倍数は6

両辺に 6 をかけると

$$\frac{x-4}{2} \times 6 = \frac{5x-2}{6} \times 6$$

$$3(x-4) = 5x-2$$

$$3x-12 = 5x-2$$

$$3x-5x = -2+12$$

$$-2x = 10$$

$$x = -5$$

両辺 (-2) で割る
 $10 \div (-2) = -5$

(4) $\frac{3x+2}{5} = \frac{x-4}{4}$ 最小公倍数は20

両辺に 20 をかけると

$$\frac{3x+2}{5} \times 20 = \frac{x-4}{4} \times 20$$

$$4(3x+2) = 5(x-4)$$

$$12x+8 = 5x-20$$

$$12x-5x = -20-8$$

$$7x = -28$$

$$x = -4$$

両辺 7 で割る
 $(-28) \div 7 = -4$

かっこをつける

(5) $\frac{1}{4}x - \frac{1}{2} = \frac{2}{3}x - 1$ 最小公倍数は12

両辺に 12 をかけると

$$\left(\frac{1}{4}x - \frac{1}{2}\right) \times 12 = \left(\frac{2}{3}x - 1\right) \times 12$$

$$3x-6 = 8x-12$$

$$3x-8x = -12+6$$

$$-5x = -6$$

$$x = \frac{6}{5}$$

両辺 (-5) で割る
 $(-6) \div (-5) = +\frac{6}{5}$

(6) $\frac{2x+5}{3} = \frac{2}{9}x - \frac{x+2}{3}$ 最小公倍数は9

両辺に 9 をかけると

$$\frac{2x+5}{3} \times 9 = \left(\frac{2}{9}x - \frac{x+2}{3}\right) \times 9$$

$$3(2x+5) = 2x-3(x+2)$$

$$6x+15 = 2x-3x-6$$

$$6x+15 = -x-6$$

$$6x+x = -6-15$$

$$7x = -21$$

$$x = -3$$

両辺 7 で割る
 $(-21) \div 7 = -3$

かっこをつける

$$\left(\frac{2}{9}x - \frac{x+2}{3}\right) \times 9 = \frac{2}{9}x \times 9 - \frac{x+2}{3} \times 9 = 2x - (x+2) \times 3$$

係数に小数を含む方程式は、両辺に 10, 100, 1000 などをかけて、小数を含まない式になおしてから解くとよい。

例題 3 次の方程式を解きなさい。

$$0.3x - 1.7 = 0.4$$

登場する小数は全部小数第1位 → 10倍

解答

$$0.3x - 1.7 = 0.4$$

両辺に 10 をかけると

$$(0.3x - 1.7) \times 10 = 0.4 \times 10$$

$$3x - 17 = 4$$

$$3x = 4 + 17$$

$$3x = 21$$

$$x = 7$$

答

両辺 3 で割る
 $21 \div 3 = 7$

この行を書かないで
 $0.3x - 1.7 = 0.4$
両辺に 10 をかけると
 $3x - 17 = 4$
としてもよい。

練習 8 次の方程式を解きなさい。

(1) $0.07 - 0.13x = -0.19$

(3) $x - 0.3 = 0.8x + 1.1$

(5) $0.5(3x - 8) = 1.8x - 1.3$

(2) $1.1x + 1.8 = 0.5x$

(4) $0.22x - 0.4 = 0.3x - 0.08$

(6) $1.6x = 0.05(5x - 9)$

解答

登場する小数は全部小数第2位 → 100倍

(1) $0.07 - 0.13x = -0.19$

両辺に 100 をかけると

$$(0.07 - 0.13x) \times 100 = -0.19 \times 100$$

$$7 - 13x = -19$$

$$-13x = -19 - 7$$

$$-13x = -26 \quad \leftarrow \text{両辺 } (-13) \text{ で割る}$$

$$x = 2 \quad (-26) \div (-13) = 2$$

登場する小数は全部小数第1位 → 10倍

(2) $1.1x + 1.8 = 0.5x$

両辺に 10 をかけると

$$(1.1x + 1.8) \times 10 = 0.5x \times 10$$

$$11x + 18 = 5x$$

$$11x - 5x = -18$$

$$6x = -18$$

$$x = -3 \quad \leftarrow \text{両辺 } 6 \text{ で割る}$$

小数第2位まで登場する → 100倍

(4) $0.22x - 0.4 = 0.3x - 0.08$

両辺に 100 をかけると

$$22x - 40 = 30x - 8$$

$$22x - 30x = -8 + 40$$

$$-8x = 32$$

$$x = -4$$

登場する小数は全部小数第1位 → 10倍

(3) $x - 0.3 = 0.8x + 1.1$

両辺に 10 をかけると

$$10x - 3 = 8x + 11$$

$$10x - 8x = 11 + 3$$

$$2x = 14$$

$$x = 7$$

両辺 2 で割る

$$14 \div 2 = 7$$

ここの10をよく忘れる

登場する小数は全部小数第1位 → 10倍

(5) $0.5(3x - 8) = 1.8x - 1.3$

両辺に 10 をかけると

$$5(3x - 8) = 18x - 13$$

$$15x - 40 = 18x - 13$$

$$15x - 18x = -13 + 40$$

$$-3x = 27$$

$$x = -9$$

両辺 (-3) で割る

$$27 \div (-3) = -9$$

別解 $0.5(3x - 8) = 1.8x - 1.3$

$$1.5x - 4 = 1.8x - 1.3$$

両辺に 10 をかけると

$$15x - 40 = 18x - 13$$

$$15x - 18x = -13 + 40$$

$$-3x = 27$$

$$x = -9$$

先に分配してしまう方法

$$1.6x \times 100 = 0.05(5x - 9) \times 100$$

小数第2位まで登場する → 100倍

(6) $1.6x = 0.05(5x - 9)$

両辺に 100 をかけると

$$160x = 5(5x - 9)$$

$$160x = 25x - 45$$

$$160x - 25x = -45$$

$$135x = -45$$

$$x = -\frac{1}{3}$$

両辺 135 で割る

$$(-45) \div 135 = -\frac{45}{135} = -\frac{1}{3}$$

先に分配してしまう方法

別解 $1.6x = 0.05(5x - 9)$

$$1.6x = 0.25x - 0.45$$

両辺に 100 をかけると

$$160x = 25x - 45$$

$$160x - 25x = -45$$

$$135x = -45$$

$$x = -\frac{1}{3}$$

注意

$0.5(3x - 8) = 1.8x - 1.3$ の両辺を10倍して $5(30x - 80) = 18x - 13$ になる人がいます

$0.5(3x - 8) = 1.8x - 1.3$ の両辺を 10倍すると

$$0.5(3x - 8) \times 10 = (1.8x - 1.3) \times 10$$

$$0.5 \times 10 \times (3x - 8) = 1.8x \times 10 - 1.3 \times 10$$

$$5(3x - 8) = 18x - 13$$

となるので、かっこの中まで10倍されるわけではありません。

これまで学んだ方程式は、すべての項を左辺に移項して整理すると

$$ax+b=0 \quad (\text{ただし, } a \neq 0)$$

の形に変形できる。このような方程式を x についての **1 次方程式** という。

「なんとか x =なんとか」

の形になる方程式のこと

1 次方程式の解き方

- [1] 係数に分数や小数がある方程式は、両辺を何倍かして分数や小数をなくす。かっこのある式は、かっこをはずす。
- [2] x を含む項を左辺に、数の項を右辺に移項する。
- [3] $ax=b$ の形に整理する。
- [4] $ax=b$ の両辺を、 x の係数 a でわる。

コラム

多項式と方程式のちがい

第2章で学んだ多項式の計算と、第3章で学んでいる方程式の解き方のちがいについて、考えてみましょう。

多項式の計算

$$\begin{aligned} & \frac{5}{3}x - \frac{3}{4}x + \frac{1}{2} \\ &= \frac{20}{12}x - \frac{9}{12}x + \frac{6}{12} \quad \text{通分} \\ &= \frac{20x-9x+6}{12} \\ &= \frac{11x+6}{12} \end{aligned}$$

方程式の解き方

$$\begin{aligned} & \frac{5}{3}x - \frac{3}{4}x = -\frac{1}{2} \\ & \text{両辺に } 12 \text{ をかけると} \quad \leftarrow \text{分母をはらう} \\ & \left(\frac{5}{3}x - \frac{3}{4}x\right) \times 12 = -\frac{1}{2} \times 12 \\ & 20x - 9x = -6 \\ & 11x = -6 \\ & x = -\frac{6}{11} \end{aligned}$$

方程式を解くときには、両辺に同じ数をかけて分母をはらい、係数を整数になおしてから解くことがあります。

一方、多項式を次のように変形すると、間違った答えになります。

$$\begin{aligned} & \frac{5}{3}x - \frac{3}{4}x + \frac{1}{2} \quad \times \quad \left(\frac{5}{3}x - \frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right) \times 12 \\ & = 20 - 9x + 6 \\ & = 11x + 6 \end{aligned}$$

⇐ 誤った変形!!

小学校の頃を思い出しましょう。

$\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ の計算で最初に何をしましたか？

通分ですね。

6を掛けたりしてませんよね。

6を掛けたらもともとと違う数になってしまいます。

このページでは、多項式の計算と、方程式の解き方のちがいを学びました。

このちがいに十分注意して、誤った変形を行わないようにしましょう。