

第2章「式の計算」1 文字式

＜文字を用いた式＞

数量を文字を用いて式に表したり、文字に数をあてはめたりすることは、
小学校で学んだ。
小学校で学んだ内容の復習が多いですが、
文字式のかけ算や割り算には書き方があります。それを学んでいきます。

たとえば、1本50円の鉛筆(えんぴつ)を n 本買うとき、代金は次の式で表すことができる。

$50 \times n$ (円)

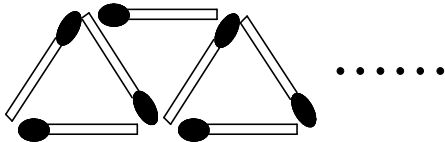
この式は、鉛筆の本数 n で決まる代金を、一般的に表している。

鉛筆の本数	代金 (円)
1	$50 \times 1 = 50$
2	$50 \times 2 = 100$
$\vdots$	$\vdots$
n	$50 \times n$

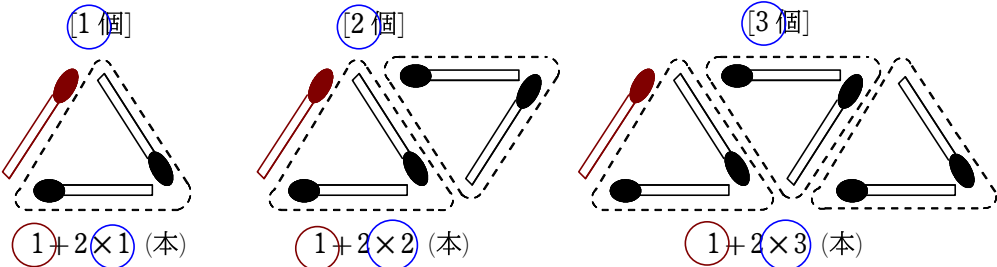
後で説明があるが、この式は $(50 \times n)$ 本とかっこをつけて表す

- 文字式を作る手順
- (その1) n 本で考えるのではなく、1本、2本、3本を考える
 - (その2) (その1)で求めたものはどんな計算で求めたか式にする
 - (その3) (その2)の式で「本数」がその式のどこで使われているか考える
 - (その4) (その3)において「本数」の場所を n に変えればできあがり

例1 右の図のように、同じ長さのマッチ棒(ぼう)を並べて、三角形をつくる。
三角形を1個、2個、3個つくるときに必要なマッチ棒は、次のように数えることができる。



他の考え方もあります。
どう考えても最終的には同じ式になります。



同じように考えると、三角形を x 個つくるときに必要なマッチ棒の本数は $(1 + 2 \times x)$ 本

練習1 例1において、三角形を50個つくるとき、マッチ棒は何本必要か答えなさい。

解答
三角形を x 個つくるときに必要なマッチ棒の本数は $(1 + 2 \times x)$ 本であるから
三角形を50個つくるときに必要なマッチ棒の本数は $(1 + 2 \times 50)$ 本である。
よって、 $1 + 2 \times 50 = 1 + 100 = 101$ 本

例2 1本50円の鉛筆と、1冊100円のノートが売られている。この鉛筆を x 本、ノートを y 冊買うとき、代金の合計は

$(50 \times x + 100 \times y)$ 円

(文字式の表し方)
かっこの中に式を入れて、外側に単位を書きます
(学習が進んでいくと、かっこをつけないときも出てきます)

練習2 次の数量を、文字を用いた式で表しなさい。

- (1) 36個のクッキーから、 n 個取り出したときの残りのクッキーの個数
- (2) 縦が7 cm、横が x cm の長方形の面積
- (3) 長さが y m のひもを8等分したときの1本の長さ
- (4) 1個10 gのおもり a 個と、1個15 gのおもり b 個の重さの合計

解答
(1) $(36 - n)$ 個
(2) $(7 \times x) \text{ cm}^2$ (3) $(y \div 8) \text{ m}$ もしくは $(\frac{y}{8}) \text{ m}$
(4) $(10 \times a + 15 \times b) \text{ g}$

単位が同じか確認する

注意

似ている文字や数、記号に注意しましょう
1とI , 2とz , 5とs , 6とb , 9とq ,
いちとアイ にとゼット ごとエス ろくとビー きゅうとキュー
0とO , hとk , vとr , +とt , ×とx
ゼロとオー エイチとケー ブイとアール プラスとティー かけるとエックス

<文字式の表し方>

文字を用いた式のことを **文字式** という。

文字を用いて積を表すときは、次のようにする。

積の表し方

省略しないときもあります

[1] 文字を含んだ乗法では、乗法の記号 $\times$ を省く。

[2] 文字と数の積では、数を文字の前に書く。

[3] 同じ文字の積は、指数を用いて書く。

[3]について、(同じ) $\times$ (同じ)=(同じ)² となります

注意 文字どうしの積は、

アルファベット順に書くことが多い。

あえてアルファベット順にしないこともあります

注意 [1]のルールがあるので、中学校以降では

帯分数は登場しなくなります。 $2\frac{1}{3}$ は $2+\frac{1}{3}$ の意味で $2\times\frac{1}{3}$ ではありません。

答えは帯分数でなく仮分数で答えること。また、帯分数が登場したらすぐに仮分数に直すこと。

例 3 (1) $x \times y = xy$

(3) $y \times z \times x = xyz$

(5) $b \times a \times 2 \times b \times b = 2ab^3$

(2) $x \times 3 = 3x$

(4) $a \times a \times (-7) = -7a^2$

(6) $(a - 2 \times b) \times 5 = 5(a - 2b)$

1 や -1 と文字の積では、

たとえば、 $1 \times a$ や $a \times 1$ は a と書き、

$(-1) \times a$ や $a \times (-1)$ は $-a$ と書く。 かけ算の1は省略する

また、 $0.1 \times a$ は $0.a$ のようには書かず、 $0.1a$ と書く。

注意

足し算や引き算の記号は省略しません

$$x \times x + y = x^2 + y$$

＋の記号を省略すると

$$x \times x + y = x^2 y$$

になって $x \times x \times y$ と同じになってしまいます

注意

[2]について

$$x \times (-3) = -3x$$

ですが[2]がなかったら

$$x \times (-3) = x - 3$$

となってしまう、これは x から3を引いています

練習 3 次の式を、文字式の表し方にしたがって書きなさい。

(1) $x \times (-4)$

(2) $y \times 6 \times x$

(3) $b \times c \times a \times b \times c$

(4) $(x + y) \times (-1)$

(5) $1 \times a - c \times b$

(6) $-3 \times (4 \times m - n)$

解答

(1) $x \times (-4) = -4x$

(2) $y \times 6 \times x = 6xy$

(3) $b \times c \times a \times b \times c = ab^2c^2$

(4) $(x + y) \times (-1) = -(x + y)$

(5) $1 \times a - c \times b = a - bc$

(6) $-3 \times (4 \times m - n) = -3(4m - n)$

文字を用いて商を表すときは、次のようにする。

商の表し方

除法の記号 $\div$ を用いずに、分数の形で書く。

$$\frac{-3}{4} = (-3) \div 4 = -(3 \div 4) = -\frac{3}{4}$$

負 $\div$ 正=負

$$\frac{3}{-4} = 3 \div (-4) = -(3 \div 4) = -\frac{3}{4}$$

正 $\div$ 負=負

つまり $\checkmark \frac{-3}{4} = -\frac{3}{4}$, $\checkmark \frac{3}{-4} = -\frac{3}{4}$

例 4 (1) $x \div 6 = \frac{x}{6}$ (2) $b \div (-2) = \frac{b}{-2} = -\frac{b}{2}$

分子や分母に行ったかつは省略されます

(3) $(x - 5) \div 4 = \frac{x - 5}{4}$

(4) $4 \times x \div 7 = 4x \div 7 = \frac{4x}{7}$

左から計算していきます

(5) $a \div b \times 5 = \frac{a}{b} \times 5 = \frac{5a}{b}$

$$\frac{a}{b} \times 5 = \frac{a \times 5}{b}$$

と考えてもいい

注意 $a \div b \times 5$ について、 $a \div b \times 5 = a \div 5b = \frac{a}{5b}$ としてしまう間違いに注意しましょう

注意 (1) $x \div 6 = x \times \frac{1}{6}$ であるから、 $\frac{x}{6}$ は $\frac{1}{6}x$ と書いてもよい。

ひっくり返ってかけ算

文字にどんな数が掛けてあるか強調したいときはこの書き方をします

(2), (3), (4) も同様に、それぞれ $-\frac{1}{2}b$, $\frac{1}{4}(x - 5)$, $\frac{4}{7}x$ と書いてもよい。

(5) の $\frac{5a}{b}$ を $5\frac{a}{b}$ や $\frac{5}{b}a$ とは書かない。(数字) $\times$ (分数でない文字式)となるときだけ

また、(5) の b のようなわる文字は 0 にはならない。

練習 4 次の式を，文字式の表し方にしたがって書きなさい。

- (1) $y \div 10$ (2) $(-5) \div a$ (3) $(a+b) \div (-3)$
(4) $(-2) \times x \div 9$ (5) $a \div 8 \times b$ (6) $x \div y \div z$

解答

(1) $y \div 10 = \frac{y}{10}$ (2) $(-5) \div a = \frac{-5}{a} = -\frac{5}{a}$

(3) $(a+b) \div (-3) = \frac{a+b}{-3} = -\frac{a+b}{3}$

(4) $(-2) \times x \div 9 = -2x \div 9 = \frac{-2x}{9} = -\frac{2x}{9}$ もしくは $-\frac{2}{9}x$

(5) $a \div 8 \times b = \frac{a}{8} \times b = \frac{ab}{8}$

別解 $a \div 8 \times b = a \times \frac{1}{8} \times b = \frac{a \times b}{8} = \frac{ab}{8}$

(6) $x \div y \div z = \frac{x}{y} \div z = \frac{x}{y} \times \frac{1}{z} = \frac{x}{yz}$

別解 $x \div y \div z = x \times \frac{1}{y} \times \frac{1}{z} = \frac{x}{y \times z} = \frac{x}{yz}$

注意

(5)について，もし問題が
 $a \div (8 \times b)$ や $a \div 8b$ となっていたら答えは
 $a \div (8 \times b) = \frac{a}{8 \times b} = \frac{a}{8b}$ となります。

練習 5 次の式を， $\times$ ， $\div$ の記号を用いて書きなさい。

- (1) $3ab$ (2) $-x^2y^4$ (3) $\frac{x}{7}$ (4) $\frac{5}{9a}$ (5) $\frac{2b-1}{3}$

解答

(1) $3ab = 3 \times a \times b$

(2) $-x^2y^4 = (-1) \times x \times x \times y \times y \times y \times y$ $-x \times x \times y \times y \times y \times y$ は
 $-x$ が $(-1) \times x$ とまだ分解できます

もしくは $-x^2y^4 = -1 \times x \times x \times y \times y \times y \times y$

先頭なら数字のかっこは省略していいです

(3) $\frac{x}{7} = x \div 7$

(4) $\frac{5}{9a} = 5 \div 9a = 5 \div (9 \times a)$

参考 このかっこを忘れて $5 \div 9 \times a$ としてしまうと

$5 \div 9 \times a = 5 \times \frac{1}{9} \times a = \frac{5}{9}a$ となってしまう，

別解 $\frac{5}{9a} = \frac{5}{9} \times \frac{1}{a} = \frac{5}{9} \div a = 5 \div 9 \div a$

分母に a がいないから間違いである。

(5) $\frac{2b-1}{3} = (2b-1) \div 3 = (2 \times b - 1) \div 3$

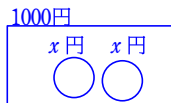
＜いろいろな数量の表し方＞

いろいろな数量を，文字式の表し方にしたがって書いてみよう。

例 5 1 個 x 円のプリンを 2 個買って，1000 円を払（はら）ったときのおつりは

$$1000 - x \times 2 \quad \text{すなわち} \quad (1000 - 2x) \text{ 円}$$

研究 $(1000 - x - x)$ 円と考えた人は正しい？



練習 6 次の数量を，文字式の表し方にしたがって書きなさい。

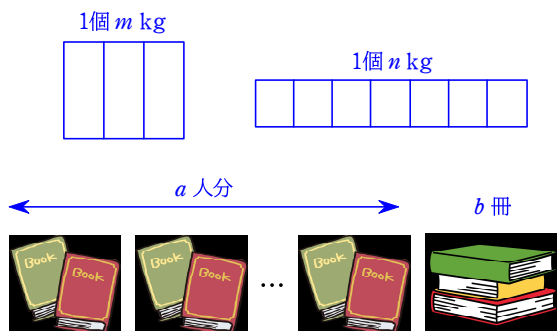
- (1) 1 個 m kg の荷物 3 個と，1 個 n kg の荷物 7 個の重さの合計
- (2) ノートを a 人に 2 冊ずつ分けると b 冊余るとき，はじめにあったノート
の冊数

解答

- (1) 荷物の重さの合計は

$$m \times 3 + n \times 7 = 3m + 7n$$
 よって， $(3m + 7n)$ kg
- (2) はじめにあったノートの冊数は

$$2 \times a + b = 2a + b$$
 よって， $(2a + b)$ 冊



練習 7 長さが x m のひもから，長さ y cm のひもを 6 本切り取る。文字式の表し方にしたがって，残りのひもの長さを，次の単位で表しなさい。

(1) cm

(2) m

参考

$$1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$$

$$2 \text{ m} = 200 \text{ cm}$$

$$100 \times 2$$

$$3 \text{ m} = 300 \text{ cm}$$

$$100 \times 3$$

$$x \text{ m} = 100x \text{ cm}$$

$$100 \times x$$

$$1 \text{ cm} = 0.01 \text{ m} = \frac{1}{100} \text{ m}$$

$$2 \text{ cm} = 0.02 \text{ m} = \frac{2}{100} \text{ m} = \frac{1}{50} \text{ m}$$

$$0.01 \times 2$$

$$3 \text{ cm} = 0.03 \text{ m} = \frac{3}{100} \text{ m}$$

$$0.01 \times 3$$

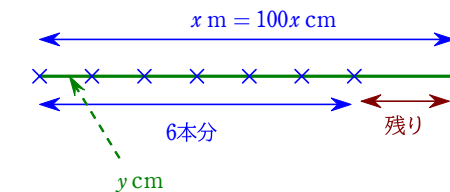
$$y \text{ cm} = 0.01y \text{ m} = \frac{y}{100} \text{ m}$$

$$0.01 \times y$$

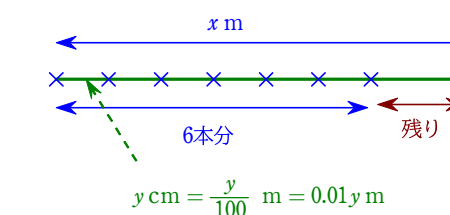
解答

- (1) x m は $100x$ cm であるから，
 残りのひもの長さは

$$100x - y \times 6 = 100x - 6y$$
 よって $(100x - 6y)$ cm



- (2) y cm は $\frac{y}{100}$ m であるから，
 残りのひもの長さは



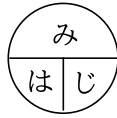
$$x - \frac{y}{100} \times 6 = x - \frac{6y}{100} = x - \frac{3y}{50}$$

$$\text{よって } \left(x - \frac{3y}{50}\right) \text{ m}$$

$$\left(x - \frac{3}{50}y\right) \text{ m でもよい}$$

$$x - 0.01y \times 6 = x - 0.06y \text{ より, } (x - 0.06y) \text{ m と答えてもいい}$$

例6 5 km の道のりを, 時速 a km
単位はどちらも km
 で歩いたときにかかる時間は
 $5 \div a$ すなわち $\frac{5}{a}$ 時間
(道のり) $\div$ (速さ)



(道のり) $\div$ (時間) = (速さ)
 (速さ) $\times$ (時間) = (道のり)
 (道のり) $\div$ (速さ) = (時間)

掛け算だけでできている式や分数1つだけのとき, 答えのかっこは省略できる

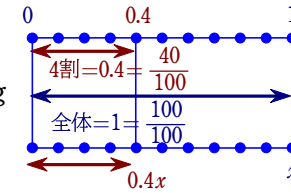
練習8 次の数量を, 文字式の表し方にしたがって書きなさい。

- (1) a km の道のりを, 2 時間で歩いたときの時速
- (2) 分速 80 m で x 分歩いたときに進む道のり

解答

- (1) 速さは (道のり) $\div$ (時間) で求められるのから
 求める速さは $a \div 2$ すなわち 時速 $\frac{a}{2}$ km
- (2) 道のりは (速さ) $\times$ (時間) で求められるのから
 求める道のりは $80 \times x$ すなわち $80x$ m

例7 重さ x g の 40 % は
 $x \times 0.4$ すなわち $0.4x$ g
 $\frac{2}{5}x$ g や $\frac{2x}{5}$ g でもよい



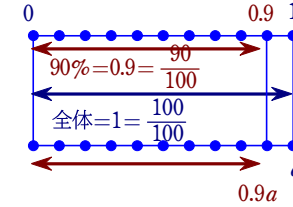
(比較量) $\div$ (基準量) = (割合)
 (基準量) $\times$ (割合) = (比較量)

練習9 次の数量を, 文字式の表し方にしたがって書きなさい。

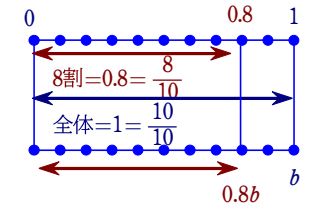
- (1) a m の 90 %
- (2) b 円の 8 割
- (3) 定価が c 円の商品を 25 % 引きで買ったときの代金

解答

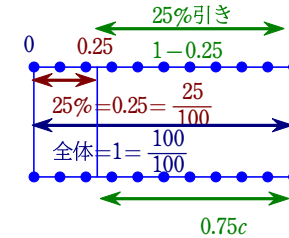
- (1) a m の 90% は $a \times 0.9$
 すなわち $0.9a$ m
 $\frac{9}{10}a$ m でもよい



- (2) b 円の 8割は $b \times 0.8$
 すなわち $0.8b$ 円
 $\frac{4}{5}b$ 円でもよい



- (3) c 円の 25% 引きは
 $c \times (1 - 0.25) = c \times 0.75$
 すなわち $0.75c$ 円
 $\frac{3}{4}c$ 円でもよい



研究 $(c - 0.25c)$ 円と考えた人は正しい?

$$\begin{aligned} c - 0.25c &= 1 \times c - 0.25 \times c \\ &= (1 - 0.25) \times c \\ &= 0.75 \times c \\ &= 0.75c \end{aligned}$$

これまで、1つには決まらない数量を一般的に表すために文字を用いたが、決まった数量を文字で表すこともある。

円の周の長さや面積を求めるときに用いる円周率は、次のように、限りなく続く数である。

3.1415926535897.....

これからは、円周率を文字 π (パイ) で表す。

小学校では3.14と習いましたが、中学では厳密な値を扱います。ただ、円周率は小数で書ききることができないので、文字に頼ります。

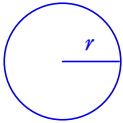
注意 π は、決まった1つの数を表す文字であるから、 $\times$ を省いた積の中では、数のあと、その他の文字の前に書くことが多い。

π は半分文字で半分数字

例 8 半径が r cm である円の周の長さは $(r \times 2) \times \pi$ すなわち $2\pi r$ cm

(円周) = (直径) $\times$ (円周率)

練習 10 半径が r cm である円の面積を、文字式の表し方にしなくてはならない。



(直径)を(半径)+(半径)と考えると

$$\begin{aligned} r + r &= 1 \times r + 1 \times r \\ &= (1 + 1) \times r \\ &= 2 \times r \\ &= 2r \end{aligned}$$

となる。

解答

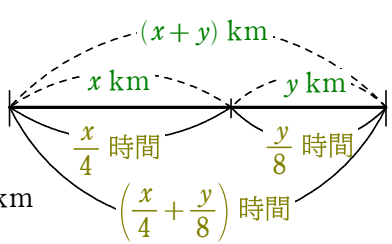
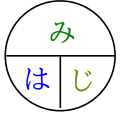
半径が r cm である円の面積は $r \times r \times \pi$ すなわち πr^2 cm²

(円の面積) = (半径) $\times$ (半径) $\times$ (円周率)

次に、文字式がどのような数量を表しているか考えよう。

例 9 x km の道のりを時速 4 km で歩いたあと、 y km の道のりを時速 8 km で走った。

このとき、



$x + y$ は進んだ道のりを表し、単位は km

$\frac{x}{4} + \frac{y}{8}$ はかかった時間を表し、単位は 時間

練習 11 1 辺の長さが a cm の立方体がある。次の式はどのような数量を表しているか答えなさい。また、その単位も書きなさい。

(1) a^3 (2) $6a^2$

解答

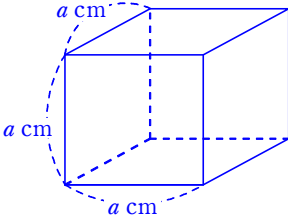
(1) $a^3 = a \times a \times a$ は立方体の体積を表し、単位は cm³

(縦) $\times$ (横) $\times$ (高さ)

(2) a^2 は立方体の 1 つの面の面積を表しているから、

$a \times a$

(縦) $\times$ (横)



$6a^2$ は $6a^2 = a^2 \times 6$ より 6 個の面の面積である。

ゆえに、 $6a^2$ は立方体の表面積(すべての面の面積の合計)を表し、単位は cm²