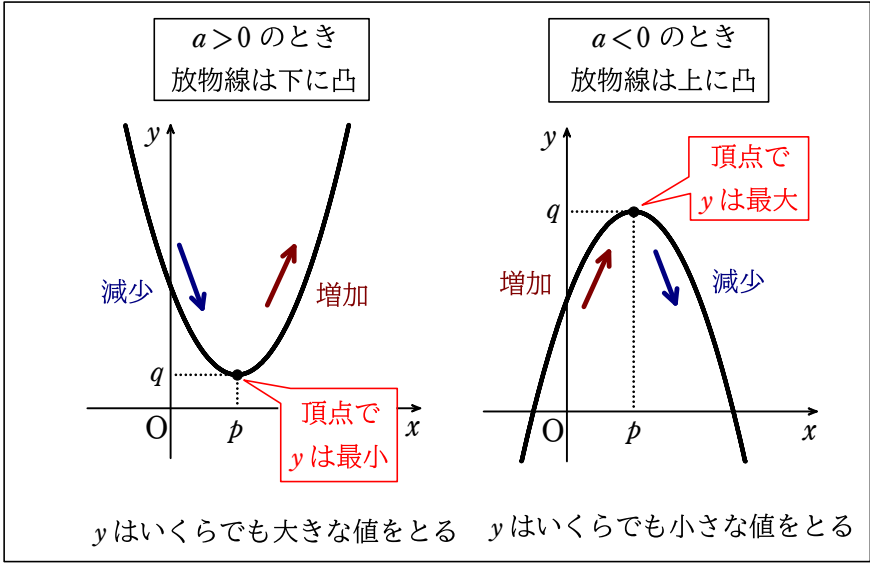


第3章「2次関数」第2節 2次関数の値の変化 3 2次関数の最大・最小

関数のグラフを利用すると、関数の値の変化の様子を知ることができる。
ここでは、2次関数の値の変化を調べよう。

< 2次関数の最大・最小 >

2次関数 $y = ax^2$ の値の変化については、84 ページで述べた。
2次関数 $y = a(x - p)^2 + q$ の値の変化についても、 a の値が正か負かによって
次のような2つの場合がある。 グラフが右下がりなら減少，右上がりなら増加と考える。
常に左から右に向かって考える。



したがって、次のことがいえる。

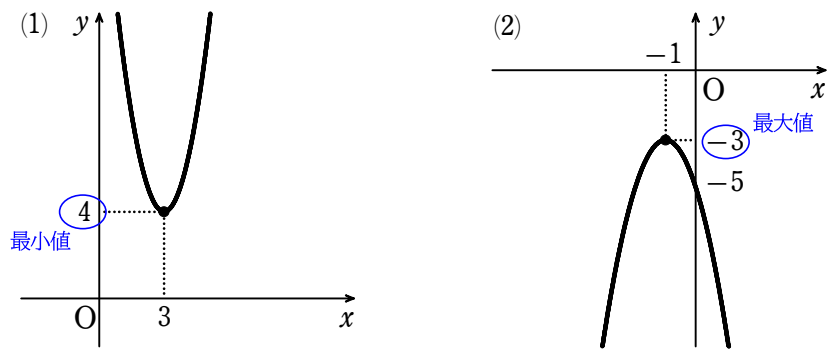
2次関数 $y = a(x - p)^2 + q$ の最大・最小
 $a > 0$ のとき、 $x = p$ で最小値 q をとる。最大値はない。
 $a < 0$ のとき、 $x = p$ で最大値 q をとる。最小値はない。

最大値はグラフで最も高い場所の y 座標のこと。標高みたいなものである。
最小値はグラフで最も低い場所の y 座標のこと。

練習 14 次の2次関数に最大値，最小値があれば，それを求めよ。

(1) $y = 2(x - 3)^2 + 4$ (2) $y = -2(x + 1)^2 - 3$

放物線は下に凸で，
頂点は点 (3, 4) 放物線は上に凸で，
頂点は点 (-1, -3)
[解答]
(1) $x = 3$ で最小値 4 をとる。最大値はない。 ← 答えはこの書き方をする。
(2) $x = -1$ で最大値 -3 をとる。最小値はない。 そのときの x の値も答える。



[注意] 明らかな場合であっても，最大最小はグラフで考えていきましょう。

2次関数 $y = ax^2 + bx + c$ の最大値、最小値を調べるには、2次式を平方完成して

$y = a(x - p)^2 + q$ の形にすればよい。

以下では説明のために全部書いていますが、平方完成した結果だけ書いてあれば解答としてOKです。

例題 4 次の2次関数に最大値、最小値があれば、それを求めよ。

(1) $y = x^2 - 4x + 3$

(2) $y = -2x^2 - 4x$

【解答】 (1) 関数の式を変形すると

$$y = x^2 - 4x + 3 = (x - 2)^2 - 2^2 + 3 = (x - 2)^2 - 4 + 3 = (x - 2)^2 - 1$$

ゆえに

$$y = (x - 2)^2 - 1$$

よって、 y は $x = 2$ で最小値 -1 をとる。最大値はない。

(2) 関数の式を変形すると

$$y = -2x^2 - 4x = -2(x^2 + 2x) \quad \begin{array}{l} -2x^2 - 4x = -2 \times x^2 + (-2) \times (+2x) \\ = -2 \times \{x^2 + (+2x)\} \end{array}$$

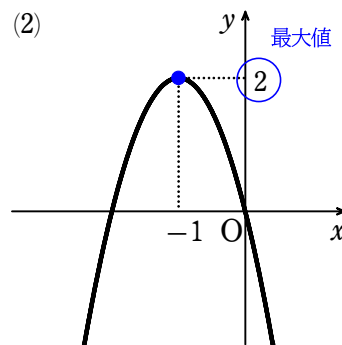
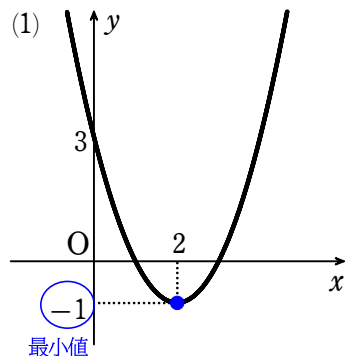
$$= -2\{(x + 1)^2 - 1^2\}$$

$$= -2(x + 1)^2 + 2 \cdot 1^2 = -2(x + 1)^2 + 2$$

ゆえに

$$y = -2(x + 1)^2 + 2$$

よって、 y は $x = -1$ で最大値 2 をとる。最小値はない。



練習 15 次の2次関数に最大値、最小値があれば、それを求めよ。

(1) $y = x^2 - 6x + 5$

(2) $y = 2x^2 + 4x - 1$

(3) $y = -x^2 - 4x + 2$

(4) $y = -2x^2 + 8x$

(5) $y = x^2 + 3x + 1$

(6) $y = -2x^2 + 5x$

【解答】

(1) 関数の式を変形すると -6 の半分は -3

$$y = x^2 - 6x + 5 = (x - 3)^2 - 3^2 + 5 = (x - 3)^2 - 4$$

ゆえに

$$y = (x - 3)^2 - 4$$

よって、 y は $x = 3$ で最小値 -4 をとる。最大値はない。

(2) 関数の式を変形すると

$$y = 2x^2 + 4x - 1 = 2(x^2 + 2x) - 1 = 2\{(x + 1)^2 - 1^2\} - 1$$

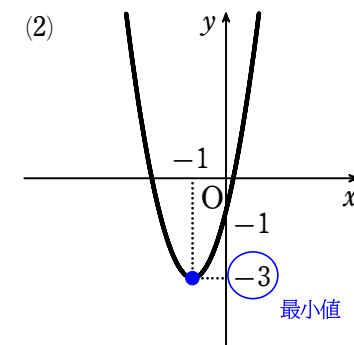
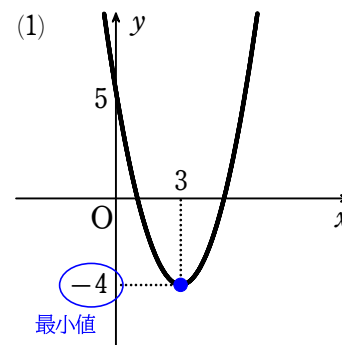
$+2$ の半分は $+1$

$$= 2(x + 1)^2 - 2 \cdot 1^2 - 1 = 2(x + 1)^2 - 3$$

ゆえに

$$y = 2(x + 1)^2 - 3$$

よって、 y は $x = -1$ で最小値 -3 をとる。最大値はない。



(3) 関数の式を変形すると $+4$ の半分は $+2$

$$y = -x^2 - 4x + 2 = -(x^2 + 4x) + 2 = -\{(x + 2)^2 - 2^2\} + 2$$

$$= -(x + 2)^2 + 2^2 + 2 = -(x + 2)^2 + 6$$

ゆえに

$$y = -(x + 2)^2 + 6$$

よって、 y は $x = -2$ で最大値 6 をとる。最小値はない。

$$\begin{array}{l} -x^2 - 4x = -1 \times x^2 + (-1) \times (+4x) \\ = -1 \times \{x^2 + (+4x)\} \end{array}$$

放物線は上に凸で、
頂点は点 $(-2, 6)$

(4) 関数の式を変形すると -4 の半分は -2 $-2x^2 + 8x = -2 \times x^2 + (-2) \times (-4x)$

$$y = -2x^2 + 8x = -2(x^2 - 4x)$$

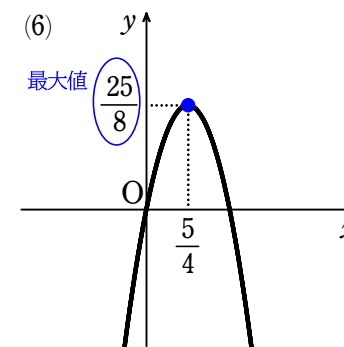
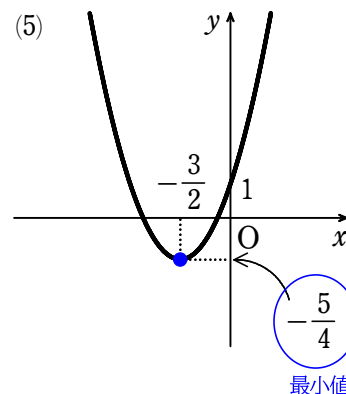
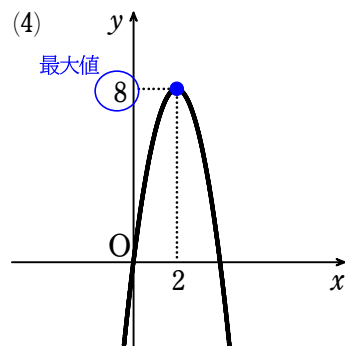
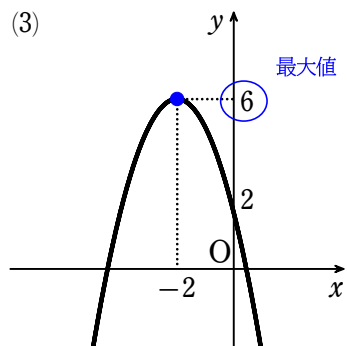
$$= -2\{(x-2)^2 - 2^2\}$$

$$= -2(x-2)^2 + 2 \cdot 2^2 = -2(x-2)^2 + 8$$

放物線は上に凸で、
頂点は点 $(2, 8)$

ゆえに $y = -2(x-2)^2 + 8$

よって、 y は $x=2$ で最大値 8 をとる。最小値はない。



研究 $x=1$ で最小値をとる 2 次関数を 1 つ考えてみよう。

解答 平方完成して $y = a(x-1)^2 + q$ の形になればよい。ただし、 $x=1$ で最小値をとるので、 $a > 0$ でなければならない。

(5) 関数の式を変形すると $+3$ の半分は $\frac{+3}{2}$

$$y = x^2 + 3x + 1 = \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2 + 1 = \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} + \frac{4}{4} = \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{5}{4}$$

ゆえに

$$y = \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{5}{4}$$

放物線は下に凸で、
頂点は点 $\left(-\frac{3}{2}, -\frac{5}{4}\right)$

よって、 y は $x = -\frac{3}{2}$ で最小値 $-\frac{5}{4}$ をとる。最大値はない。

(6) 関数の式を変形すると $-\frac{3}{2}$ の半分は $-\frac{5}{2} \div 2 = -\frac{5}{2} \times \frac{1}{2} = -\frac{5}{4}$

$$-2x^2 + 5x = -2\left(x^2 - \frac{5}{2}x\right) = -2\left\{\left(x - \frac{5}{4}\right)^2 - \left(\frac{5}{4}\right)^2\right\}$$

$$-2x^2 + 5x = -2 \times x^2 + (-2) \times \left(-\frac{5}{2}x\right)$$

$$= -2\left(x - \frac{5}{4}\right)^2 + 2 \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^2 = -2\left(x - \frac{5}{4}\right)^2 + \frac{25}{8}$$

$$= -2 \times \left\{x^2 + \left(-\frac{5}{2}x\right)\right\}$$

ゆえに $y = -2\left(x - \frac{5}{4}\right)^2 + \frac{25}{8}$

放物線は上に凸で、
頂点は点 $\left(\frac{5}{4}, \frac{25}{8}\right)$

よって、 y は $x = \frac{5}{4}$ で最大値 $\frac{25}{8}$ をとる。最小値はない。

< 2 次関数の定義域と最大・最小 >

これまでは 2 次関数の定義域が実数全体であったが、関数の定義域に制限のある場合についても、最大値、最小値を調べてみよう。

関数 $y=x^2$ のグラフをとりあえず全部書く。

そのあと、 $-1 \leq x \leq 2$ に対応する部分を残して、他は消す(教科書はよく点線にかえています)。

例 8 関数 $y=x^2$ ($-1 \leq x \leq 2$) の値域と最大値、最小値

この関数のグラフは、右の図の実線部分である。

よって、値域は

$$0 \leq y \leq 4$$

である。また、 y は

$x=2$ で最大値 4 をとり、

$x=0$ で最小値 0 をとる。

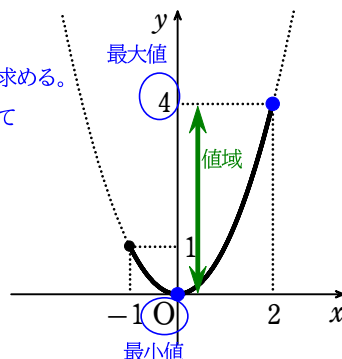
y の範囲

定義域の端の y 座標は自分で求める。

$x=2$ のとき $y=x^2$ に代入して

$$y=2^2=4$$

終



例 9 関数 $y=-x^2$ ($1 \leq x \leq 2$) の値域と最大値、最小値

この関数のグラフは、右の図の実線部分である。

よって、値域は

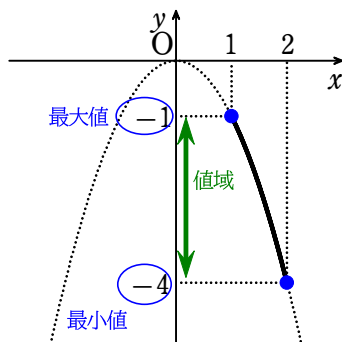
$$-4 \leq y \leq -1$$

である。また、 y は

$x=1$ で最大値 -1 をとり、

$x=2$ で最小値 -4 をとる。

終



練習 16 次の関数の値域と最大値、最小値を求めよ。

(1) $y=2x^2$ ($-2 \leq x \leq -1$)

(2) $y=-2x^2$ ($-2 \leq x \leq 1$)

解答

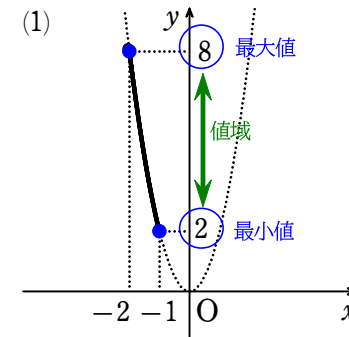
(1) この関数のグラフは、右の図の実線部分である。

よって、値域は $2 \leq y \leq 8$ である。

また、 y は

$x=-2$ で最大値 8 をとり、

$x=-1$ で最小値 2 をとる。



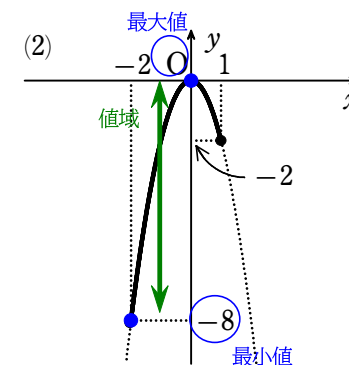
(2) この関数のグラフは右の図の実線部分である。

よって、値域は $-8 \leq y \leq 0$ である。

また、 y は

$x=0$ で最大値 0 をとり、

$x=-2$ で最小値 -8 をとる。



Point 定義域に制限のある 2 次関数の最大値、最小値を考える場合は、放物線の軸の位置と定義域の係数に着目するとよい。例 8 と例 9 では、放物線の軸はどちらも直線 $x=0$ であり、定義域と次のような関係がある。

例 8 → 0 が定義域に含まれる
軸の場所が最大か最小になる

例 9 → 0 が定義域に含まれない
定義域の端が最大か最小になる

例題 5 次の関数の最大値, 最小値を求めよ。

(1) $y = x^2 - 4x + 1$ ($0 \leq x \leq 3$)

(2) $y = -2x^2 + 12x - 10$ ($1 \leq x \leq 2$)

【解答】 (1) $y = x^2 - 4x + 1$ を変形すると

$$y = x^2 - 4x + 1 = (x-2)^2 - 2^2 + 1 = (x-2)^2 - 4 + 1 = (x-2)^2 - 3$$

ゆえに

$$y = (x-2)^2 - 3$$

$0 \leq x \leq 3$ でのグラフは, 右の図の実線部分である。

よって, y は

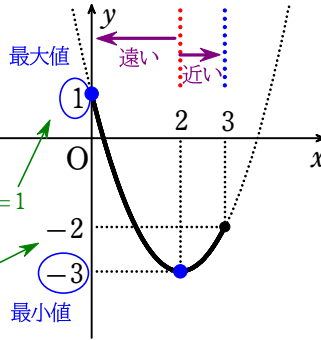
$x=0$ で最大値 1 をとり,

$x=2$ で最小値 -3 をとる。

定義域の右端と左端の y 座標は,
自分で計算して求めるしかない。

$x=0$ 代入して
 $y=0^2-4\cdot 0+1=1$

$x=3$ 代入して
 $y=3^2-4\cdot 3+1=-2$



(2) $y = -2x^2 + 12x - 10$ を変形すると

$$y = -2x^2 + 12x - 10 = -2(x^2 - 6x) - 10$$

$$= -2\{(x-3)^2 - 3^2\} - 10$$

$$= -2(x-3)^2 + 2\cdot 3^2 - 10 = -2(x-3)^2 + 8$$

ゆえに

$$y = -2(x-3)^2 + 8$$

$1 \leq x \leq 2$ でのグラフは, 右の図の実線部分である。

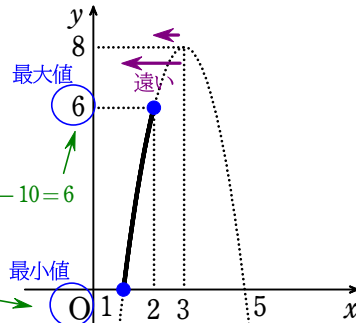
よって, y は

$x=2$ で最大値 6 をとり,

$x=1$ で最小値 0 をとる。

$x=2$ 代入して
 $y=-2\cdot 2^2+12\cdot 2-10=6$

$x=1$ 代入して
 $y=-2\cdot 1^2+12\cdot 1-10=0$



定義域に軸が入らない(今回は上がりっぱなしのグラフ)
上がり初めが最小で, 上がり終わったら最大

軸, 定義域の右端, 定義域の左端の3本の割り箸をおいて, 定義域内でどんな形のグラフが見えるか考える。
<軸が定義域内に入るとき>軸の場所が最大か最小になる。軸から右端まで, 軸から左端までの距離を考える。
<軸が定義域内に入らないとき>定義域内は上がりっぱなしか下がりっぱなしのグラフになるので,
右端か左端が最大か最小になる。

練習 17 関数 $y = x^2 - 4x + 1$ の定義域として次の範囲をとるとき, 各場合について,
最大値と最小値を求めよ。

(1) $-2 \leq x \leq 1$

(2) $1 \leq x \leq 4$

(3) $4 \leq x \leq 5$

(4) $0 \leq x \leq 4$

【解答】

$y = x^2 - 4x + 1$ を変形すると -4 の半分は -2

$$y = x^2 - 4x + 1 = (x-2)^2 - 2^2 + 1 = (x-2)^2 - 4 + 1 = (x-2)^2 - 3$$

ゆえに $y = (x-2)^2 - 3$

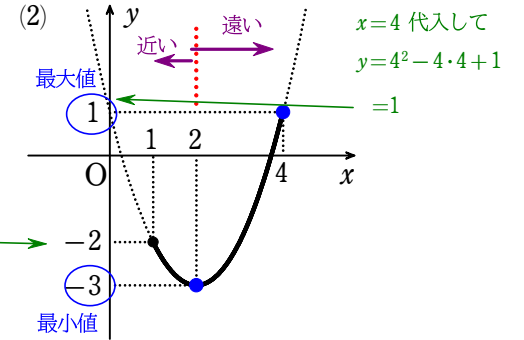
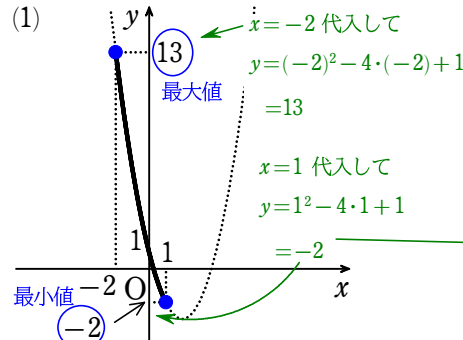
放物線は下に凸で,
頂点は点(2, -3)

(1) $-2 \leq x \leq 1$ でのグラフは, 下の図の実線部分である。

よって, y は $x=-2$ で最大値 13 をとり, $x=1$ で最小値 -2 をとる。

(2) $1 \leq x \leq 4$ でのグラフは, 下の図の実線部分である。

よって, y は $x=4$ で最大値 1 をとり, $x=2$ で最小値 -3 をとる。

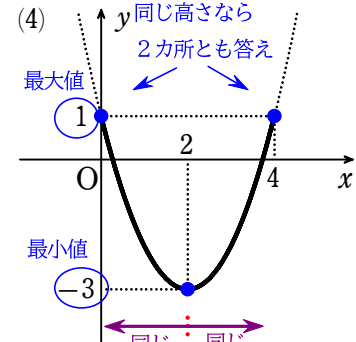
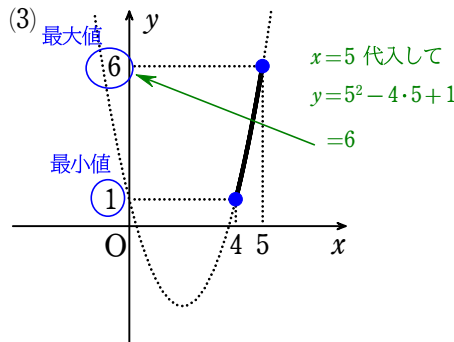


(3) $4 \leq x \leq 5$ でのグラフは, 下の図の実線部分である。

よって, y は $x=5$ で最大値 6 をとり, $x=4$ で最小値 1 をとる。

(4) $0 \leq x \leq 4$ でのグラフは, 下の図の実線部分である。

よって, y は $x=0, 4$ で最大値 1 をとり, $x=2$ で最小値 -3 をとる。



練習 18 次の関数の最大値，最小値を求めよ。

- (1) $y = x^2 - 2x + 3$ ($0 \leq x \leq 3$) (2) $y = -x^2 + 4x - 3$ ($1 \leq x \leq 4$)
 (3) $y = 3x^2 + 6x - 1$ ($1 \leq x \leq 3$) (4) $y = -2x^2 + 14x$ ($0 \leq x \leq 7$)

【解答】

- (1) $y = x^2 - 2x + 3$ を変形すると -2 の半分は -1
 $y = x^2 - 2x + 3 = (x-1)^2 - 1^2 + 3 = (x-1)^2 + 2$ ← 放物線は下に凸で、
 頂点は点 $(1, 2)$

ゆえに $y = (x-1)^2 + 2$

$0 \leq x \leq 3$ でのグラフは，下の図の実線部分である。

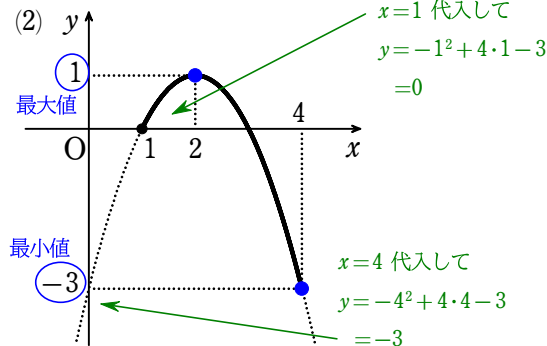
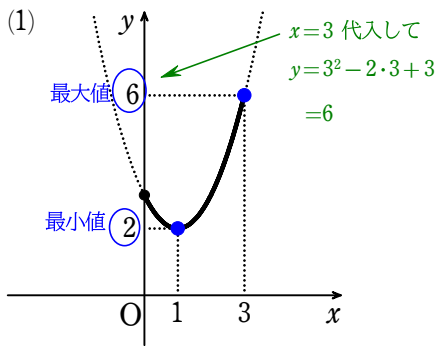
よって， y は $x=3$ で最大値 6 をとり， $x=1$ で最小値 2 をとる。

- (2) $y = -x^2 + 4x - 3$ を変形すると -4 の半分は -2
 $y = -x^2 + 4x - 3 = -(x^2 - 4x) - 3 = -\{(x-2)^2 - 2^2\} - 3$ $-x^2 + 4x = -1 \times x^2 + (-1) \times (-4x) = -1 \times \{x^2 + (-4x)\}$
 $= -(x-2)^2 + 2^2 - 3 = -(x-2)^2 + 1$ ← 放物線は上に凸で、
 頂点は点 $(2, 1)$

ゆえに $y = -(x-2)^2 + 1$

$1 \leq x \leq 4$ でのグラフは，下の図の実線部分である。

よって， y は $x=2$ で最大値 1 をとり， $x=4$ で最小値 -3 をとる。



- (3) $y = 3x^2 + 6x - 1$ を変形すると $+2$ の半分は $+1$
 $y = 3x^2 + 6x - 1 = 3(x^2 + 2x) - 1 = 3\{(x+1)^2 - 1^2\} - 1$
 $= 3(x+1)^2 - 3 \cdot 1^2 - 1 = 3(x+1)^2 - 4$

ゆえに $y = 3(x+1)^2 - 4$

放物線は下に凸で、
 頂点は点 $(-1, -4)$

$1 \leq x \leq 3$ でのグラフは，下の図の実線部分である。

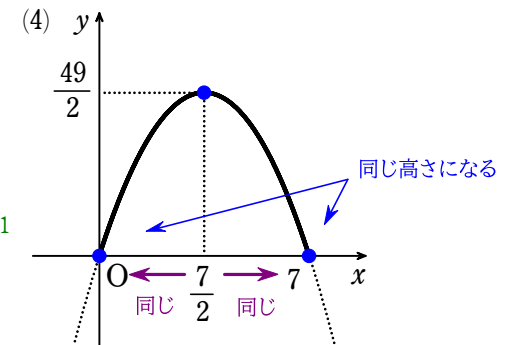
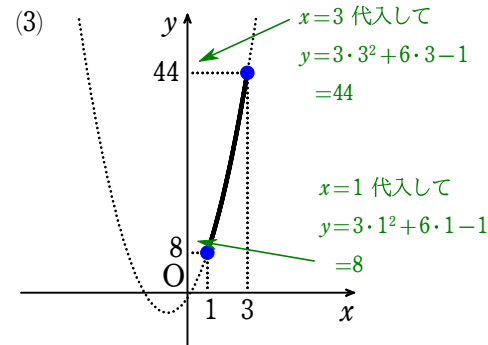
よって， y は $x=3$ で最大値 44 をとり， $x=1$ で最小値 8 をとる。

- (4) $y = -2x^2 + 14x$ を変形すると -7 の半分は $-\frac{7}{2}$
 $y = -2x^2 + 14x = -2(x^2 - 7x)$ $-2x^2 + 14x = -2 \times x^2 + (-2) \times (-7x) = -2 \times \{x^2 + (-7x)\}$
 $= -2\left\{\left(x - \frac{7}{2}\right)^2 - \left(\frac{7}{2}\right)^2\right\} = -2\left(x - \frac{7}{2}\right)^2 + 2 \cdot \frac{49}{4} = -2\left(x - \frac{7}{2}\right)^2 + \frac{49}{2}$

ゆえに $y = -2\left(x - \frac{7}{2}\right)^2 + \frac{49}{2}$ ← 放物線は上に凸で、
 頂点は点 $\left(\frac{7}{2}, \frac{49}{2}\right)$

$0 \leq x \leq 7$ でのグラフは，下の図の実線部分である。

よって， y は $x = \frac{7}{2}$ で最大値 $\frac{49}{2}$ をとり， $x=0, 7$ で最小値 0 をとる。



応用例題 2

次の条件を満たすように、定数 c の値を定めよ。

(1) 関数 $y = x^2 - 4x + c$ ($1 \leq x \leq 5$) の最大値が 8 である。

(2) 関数 $y = -x^2 - 2x + c$ ($0 \leq x \leq 2$) の最小値が -3 である。

考え方 (1) 下に凸の放物線では、軸から遠いほど y の値は大きい。

(2) 上に凸の放物線では、軸から遠いほど y の値は小さい。

グラフに x 軸と y 軸はいらない、というか c が分からないので書けない

【解答】 (1) $y = x^2 - 4x + c$ を変形すると

$$y = x^2 - 4x + c = (x-2)^2 - 2^2 + c = (x-2)^2 + c - 4$$

-4 の半分は -2

$$\text{ゆえに } y = (x-2)^2 + c - 4$$

関数 $y = x^2 - 4x + c$ のグラフは下に凸

の放物線で、軸は直線 $x=2$ である。

定義域は $1 \leq x \leq 5$ であるから、

y は $x=5$ で最大値をとる。

$x=5$ のときの y の値は

$$y = 5^2 - 4 \cdot 5 + c = c + 5$$

最大値が 8 より $c + 5 = 8$ よって $c = 3$

(2) $y = -x^2 - 2x + c$ を変形すると

$$y = -x^2 - 2x + c = -(x^2 + 2x) + c = -\{(x+1)^2 - 1^2\} + c$$

$+2$ の半分は $+1$

$$= -(x+1)^2 + 1^2 + c = -(x+1)^2 + c + 1$$

$$\text{ゆえに } y = -(x+1)^2 + c + 1$$

関数 $y = -x^2 - 2x + c$ のグラフは上に凸の放物線で、

軸は直線 $x = -1$ である。

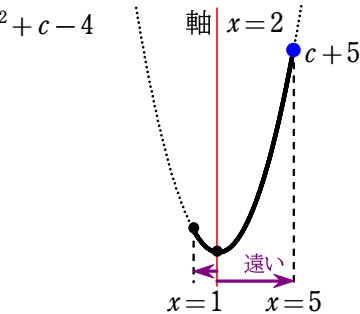
定義域は $0 \leq x \leq 2$ であるから、

y は $x=2$ で最小値をとる。

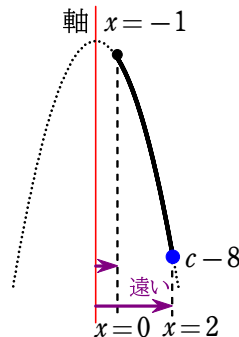
$x=2$ のときの y の値は

$$y = -2^2 - 2 \cdot 2 + c = c - 8$$

最小値が -3 より $c - 8 = -3$ よって $c = 5$



$$-x^2 - 2x = \frac{-1 \times x^2 + (-1) \times (+2x)}{= -1 \times \{x^2 + (+2x)\}}$$



定義域が軸よりも右側なので、
グラフは下がりっぱなし

練習 19 次の条件を満たすように、定数 c の値を定めよ。

(1) 関数 $y = x^2 - 2x + c$ ($-2 \leq x \leq 0$) の最大値が 5 である。

(2) 関数 $y = -x^2 + 6x + c$ ($1 \leq x \leq 4$) の最小値が -7 である。

【解答】

(1) $y = x^2 - 2x + c$ を変形すると

-2 の半分は -1

$$y = x^2 - 2x + c = (x-1)^2 - 1^2 + c = (x-1)^2 + c - 1$$

$$\text{ゆえに } y = (x-1)^2 + c - 1$$

関数 $y = x^2 - 2x + c$ のグラフは下に凸の放物線で、

軸は直線 $x=1$ である。

定義域は $-2 \leq x \leq 0$ であるから、 y は $x=-2$ で

最大値をとる。

$x=-2$ のときの y の値は

$$y = (-2)^2 - 2 \cdot (-2) + c = c + 8$$

最大値が 5 より $c + 8 = 5$ よって $c = -3$

(2) $y = -x^2 + 6x + c$ を変形すると

$$y = -x^2 + 6x + c = -(x^2 - 6x) + c = -\{(x-3)^2 - 3^2\} + c$$

-6 の半分は -3

$$= -(x-3)^2 + 3^2 + c = -(x-3)^2 + c + 9$$

$$\text{ゆえに } y = -(x-3)^2 + c + 9$$

関数 $y = -x^2 + 6x + c$ のグラフは上に凸の放物線で、

軸は直線 $x=3$ である。

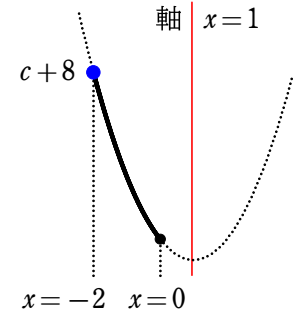
定義域は $1 \leq x \leq 4$ であるから、 y は $x=1$ で最小値

をとる。

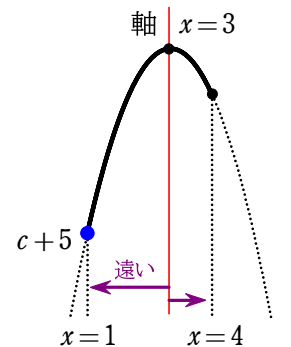
$x=1$ のときの y の値は

$$y = -1^2 + 6 \cdot 1 + c = c + 5$$

最小値が -7 より $c + 5 = -7$ よって $c = -12$



$$-x^2 + 6x = \frac{-1 \times x^2 + (-1) \times (-6x)}{= -1 \times \{x^2 + (-6x)\}}$$



<最大・最小の応用>

2次関数を使って解決できる問題について、考えてみよう。

なぜ最大になるか考える。変わるものがあるから
面積が変化していくので、その変わるものを x とおく。

応用例題 3

長さ 16 m のロープで長方形の囲いを作る。

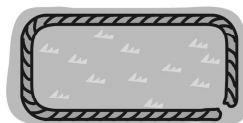
この長方形の面積の最大値を求めよ。

考え方 長方形の縦の長さ x m と横の長さ $8-x$ m の和は 8 m である。縦の長さを x m、

面積を y m² とし、 y を x で表す。 x の値の範囲にも注意する。

辺の長さはすべて正になる

動画を見てイメージしよう



【解答】 長方形の縦の長さを x m とすると、

横の長さは $(8-x)$ m である。

$x > 0$ かつ $8-x > 0$ から

共通範囲より

$$0 < x < 8 \quad \dots\dots ①$$

長方形の面積を y m² とすると

$$y = x(8-x)$$

$$= 8x - x^2$$

$$= -x^2 + 8x$$

$$= (x^2 - 8x) = -\{(x-4)^2 - 4^2\} = -(x-4)^2 + 16$$

よって、① の範囲において、

y は $x=4$ で最大値 16 をとる。

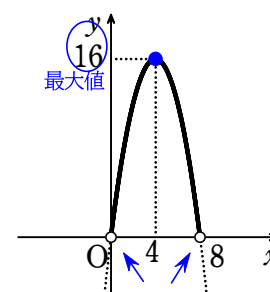
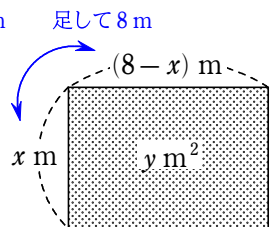
したがって、縦の長さが 4 m のとき

長方形の面積は最大で、その最大値は 16 m² である。

面積の最大値と、そのときの図形の情報を答える。 x は自分で設定した文字なので、
「 $x=4$ のとき」ではなく「縦の長さが 4 m のとき」や「四角形が正方形のとき」と答える。

【補足】 $x=4$ のとき、囲いは縦 4 m、横 4 m の正方形となる。

このような問題のときは、真ん中が答えになるときが多い。



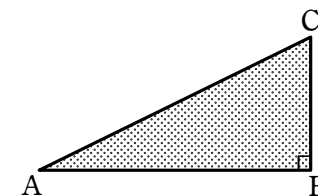
軸が定義域の中央なので同じ高さ
また白丸に注意

練習 20 直角三角形 ABC において、直角をはさむ

2 辺 AB、BC の長さの和が 10 cm であるとする。

このような三角形の面積の最大値を求めよ。

動画を見てイメージしよう



【解答】

AB = x (cm) とすると、BC = $10-x$ (cm) である。

$x > 0$ かつ $10-x > 0$ から

$$10-x > 0 \text{ より } -x > -10$$

共通範囲より

$$\text{両辺に } (-1) \text{ かけて } x < 10$$

$$0 < x < 10 \quad \dots\dots ①$$

三角形の面積を y cm² とすると

$$y = \frac{1}{2} \times AB \times BC = \frac{1}{2} x(10-x) = 5x - \frac{1}{2} x^2$$

この変形は苦手な人が多い

$$= -\frac{1}{2} x^2 + 5x$$

$$-\frac{1}{2} x^2 + 5x = -\frac{1}{2} \times x^2 + \left(-\frac{1}{2}\right) \times (-10x)$$

$$= -\frac{1}{2} (x^2 - 10x)$$

$$= -\frac{1}{2} \times \{x^2 + (-10x)\}$$

$$= -\frac{1}{2} \{(x-5)^2 - 5^2\}$$

$$= -\frac{1}{2} (x-5)^2 + \frac{1}{2} \cdot 5^2$$

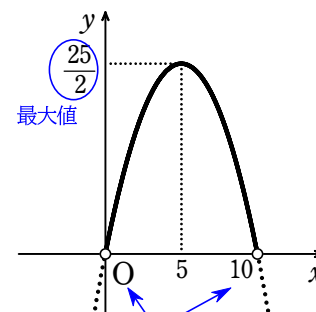
$$= -\frac{1}{2} (x-5)^2 + \frac{25}{2}$$

よって、① の範囲において、

y は $x=5$ で最大値 $\frac{25}{2}$ をとる。

したがって、辺 AB の長さが 5 cm のとき

直角三角形 ABC の面積は最大で、その最大値は $\frac{25}{2}$ cm² である。



軸が定義域の中央なので同じ高さ
また白丸に注意

面積の最大値と、そのときの図形の情報を答える。 x は自分で設定した文字なので、

「 $x=5$ のとき」ではなく「AB の長さが 5 m のとき」や「三角形が直角二等辺三角形のとき」と答える。