

第2章「集合と命題」 補充問題

1 m は自然数とする。次の $\boxed{\quad}$ の中に適するものを、下の(a)～(d)のうちから 1 つずつ 2 a, b は実数とする。次の命題の対偶を述べ、その真偽を調べよ。

(1) m が 6 で割り切ることは、 m が 2 で割り切れるための $\boxed{\quad}$ 。

(2) m が 2 で割り切ることは、 m が素数であるための $\boxed{\quad}$ 。

- (a) 必要十分条件である
- (b) 必要条件であるが十分条件ではない
- (c) 十分条件であるが必要条件ではない
- (d) 必要条件でも十分条件でもない

解答 (1) (c) (2) (d)

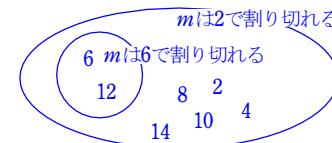
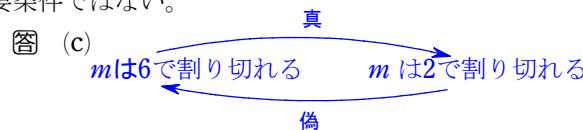
解説

(1) m は 6 の倍数ということ m は 2 の倍数ということ

「 m が 6 で割り切れる $\Rightarrow m$ が 2 で割り切れる」は真。

「 m が 2 で割り切れる $\Rightarrow m$ が 6 で割り切れる」は偽。(反例: $m=8$)

よって、 m が 6 で割り切ることは、 m が 2 で割り切れるための十分条件であるが必要条件ではない。



(2) 「 m が 2 で割り切れる $\Rightarrow m$ が素数である」は偽。(反例: $m=4$)

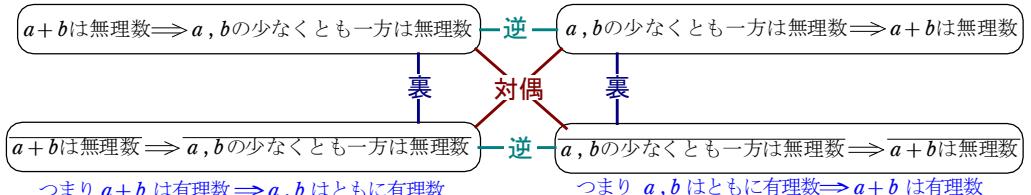
「 m が素数である $\Rightarrow m$ が 2 で割り切れる」は偽。(反例: $m=3$)

よって、 m が 2 で割り切ることは、 m が素数であるための必要条件でも十分条件でもない。



解答 対偶「 a, b はともに有理数 $\Rightarrow a+b$ は有理数」は真

解説



対偶は

有理数 = 分数で書ける数

「 a, b はともに有理数 $\Rightarrow a+b$ は有理数」

これは真である。

$$a = \frac{m}{n}, b = \frac{p}{q} \text{ とすると}$$

$$a+b = \frac{m}{n} + \frac{p}{q} = \frac{mq}{nq} + \frac{np}{nq} = \frac{mq+np}{nq}$$

通分 $a+b$ も分数になる

これは
「分数と分数と足したら分数になりますか?」
と聞かれている。当たり前である。

文字が2個の場合

「 a, b の少なくとも一方は」 \longleftrightarrow 「 a, b はともに」

参考

逆の「 a, b の少なくとも一方は無理数 $\Rightarrow a+b$ は無理数」

裏の「 $a+b$ は有理数 $\Rightarrow a, b$ はともに有理数」

$$a+b = \sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$$

0は有理数であるから

これらは両方偽である。(反例: $a=\sqrt{2}, b=-\sqrt{2}$)