

第1章「数と式」第3節 1次不等式 補充問題

[8] $-1 < x < 2$, $1 < y < 3$ のとき, 次の式のとりうる値の範囲を求めるよ。

$$(1) 2x + 3y$$

$$(2) 5x - 3y$$

解答 (1) $1 < 2x + 3y < 13$ (2) $-14 < 5x - 3y < 7$

解説

(1) $-1 < x < 2$ より各辺に2をかけて $-1 \times 2 < x \times 2 < 2 \times 2$ より $-2 < 2x < 4$

$1 < y < 3$ より各辺に3をかけて $1 \times 3 < y \times 3 < 3 \times 3$ より $3 < 3y < 9$

$$\begin{array}{l} \text{したがって} \\ \text{すなわち} \end{array} \quad \begin{array}{l} -2+3 < 2x+3y < 4+9 \\ 1 < 2x+3y < 13 \end{array} \quad \begin{array}{c} \frac{-2}{+3} < \frac{2x}{3y} < \frac{4}{9} \\ -2+3 < 2x+3y < 4+9 \end{array}$$

(2) $-1 < x < 2$ より各辺に5をかけて $-1 \times 5 < x \times 5 < 2 \times 5$ より $-5 < 5x < 10$

$$\begin{array}{l} \text{1} < y < 3 \text{ より各辺に} (-3) \text{ をかけて} \\ \text{すなわち} \end{array} \quad \begin{array}{l} 1 \times (-3) > y \times (-3) > 3 \times (-3) \\ \text{より} \end{array} \quad \begin{array}{l} -3 > -3y > -9 \\ -9 < -3y < -3 \end{array}$$

同じ向きの不等号にする
負の数をかけているので
不等号の向きが変わる

すなわち

したがって

$$\begin{array}{l} -5+(-9) < 5x-3y < 10+(-3) \\ -14 < 5x-3y < 7 \end{array}$$

$+)$ $\frac{-5}{-9} < \frac{5x}{-3y} < \frac{10}{-3}$

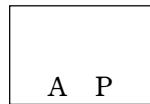
参考

体重をイメージしましょう。A, B, C, P, Q, R の6人がいて、

A, B, C の3人だとAが一番軽くてCが一番重い

P, Q, R の3人だとPが一番軽くてRが一番重い

とします。AとP, BとQ, CとRが乗ったエレベーターを考えると



一番軽い



B Q



一番重い

AとPが乗ったエレベーターが一番軽くなり,CとRが乗ったエレベーターが一番重くなります。つまり

$A < B < C$ かつ $P < Q < R$ ならば $A+P < B+Q < C+R$
が成り立ちます。

これは不等号が同じ向きならば,

各項を足すことができると考えましょう。

$$\boxed{\begin{array}{r} A < B < C \\ +) P < Q < R \\ \hline A+P < B+Q < C+R \end{array}}$$

[9] 次の不等式を解け。

$$(1) 3x \leq [x+12] < 2x+8$$

$$(2) 0.05 \leq 0.2 - \frac{x}{100} \leq 0.1$$

両サイドが数字のパターン→簡単に解けるテクニック

解答 (1) $4 < x \leq 6$ (2) $10 \leq x \leq 15$

解説

$$(1) \begin{cases} 3x \leq x+12 & \dots \text{①} \\ x+12 < 2x+8 & \dots \text{②} \end{cases}$$

①から $3x - x \leq 12$ より $2x \leq 12$
よって $x \leq 6$ ③

②から $x - 2x < 8 - 12$ より $-x < -4$
よって $x > 4$ ④

③と④の共通範囲を求めて $4 < x \leq 6$

(2) 各辺に100を掛けると

$$100 \times 0.05 \leq 100 \left(0.2 - \frac{x}{100}\right) \leq 100 \times 0.1$$

すなわち かつこをつける

$$5 \leq 20 - x \leq 10$$

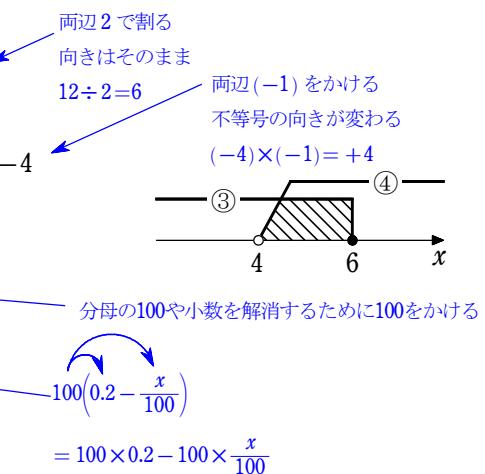
各辺から20を引くと

$$5 - 20 \leq 20 - x - 20 \leq 10 - 20$$

$-15 \leq -x \leq -10$ 両辺(-1)をかける
各辺に-1を掛けると 不等号の向きが変わる

$$-15 \times (-1) \geq -x \times (-1) \geq -10 \times (-1)$$

$15 \geq x \geq 10$ $15 \geq x \geq 10$ でも正解であるが,
よって 「小なり」の不等号を使うことが多いので書き直す
 $10 \leq x \leq 15$



10 次の方程式、不等式を解け。

(1) $|2x-1|=3$

(2) $|2x-1|<3$

(3) $|2x-1|\geq 3$

〔解答〕 (1) $x=2, -1$ (2) $-1 < x < 2$ (3) $x \leq -1, 2 \leq x$

〔解説〕

$|x|=\text{数字}, |x| < \text{数字}, |x| > \text{数字}$ というタイプの問題はこの公式を用いる。

c が正の定数のとき	方程式 $ x =c$ の解は	$x=\pm c$
不等式 $ x < c$ の解は		$-c < x < c$
不等式 $ x > c$ の解は		$x < -c, c < x$

$2x-1=X$ とおくと $|X|=3$ となるので公式より

$X=\pm 3$ となる。Xを戻して $2x-1=\pm 3$

(1) $|2x-1|=3$ から $2x-1=\pm 3$

$2x-1=3$ より $2x=4$ 両辺2で割って $x=2$

$2x-1=-3$ より $2x=-2$ 両辺2で割って $x=-1$

よって $x=2, -1$

$2x-1=X$ とおくと $|X|<3$ となるので公式より

$-3 < X < 3$ となる。Xを戻して $-3 < 2x-1 < 3$

(2) $|2x-1|<3$ から $-3 < 2x-1 < 3$ ← 両サイドが数字のパターン → 簡単に解けるテクニック

各辺に1を足して $-3+1 < 2x-1+1 < 3+1$ よって $-2 < 2x < 4$

各辺を2で割って $\frac{-2}{2} < \frac{2x}{2} < \frac{4}{2}$ よって $-1 < x < 2$

正の数で割っているので
不等号の向きは変わらない

$2x-1=X$ とおくと $|X|\geq 3$ となるので公式より $X\leq -3, 3\leq X$

Xを戻して $2x-1\leq -3, 3\leq 2x-1$

(3) $|2x-1|\geq 3$ から $2x-1\leq -3, 3\leq 2x-1$

すなわち $2x\leq -2, 4\leq 2x$

よって $x\leq -1, 2\leq x$

正の数で割っているので
不等号の向きは変わらない

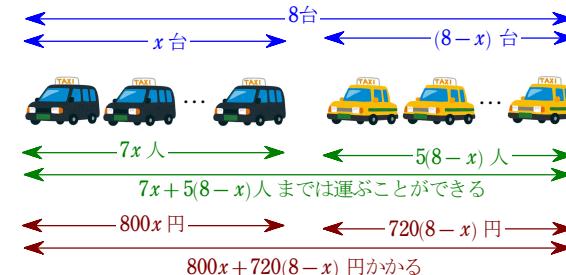
11 客7人乗りのタクシーと客5人乗りのタクシーを合わせて8台使って、47人の客を運びたい。1台の料金は、7人乗りが800円、5人乗りが720円である。全体の料金が6100円を超えないようにするには、7人乗りと5人乗りのタクシーを、それぞれ何台使えばよいいか。

〔解説〕 6100円以下」と同じ意味

このやり方はなかなか思いつかないので、
しっかり復習しておきましょう。

〔解答〕 7人乗り4台、5人乗り4台

〔解説〕



7人乗りのタクシーを x 台使うとすると、5人乗りのタクシーは $(8-x)$ 台使うことになる。それぞれのタクシーで、47人の客を運ぶから

$$7x + 5(8-x) \geq 47 \quad \dots \dots \textcircled{1}$$

また、全体の料金は $800x + 720(8-x)$ (円)

これが6100円を超えないから

$$800x + 720(8-x) \leq 6100 \quad \dots \dots \textcircled{2}$$

①より $7x + 40 - 5x \geq 47$

$$2x + 40 \geq 47$$

$$2x \geq 7$$

これを解いて $x \geq \frac{7}{2}$ ③

$$7 \div 2 = \frac{7}{2}$$

②より $800x + 5760 - 720x \leq 6100$

$$80x + 5760 \leq 6100$$

$$80x \leq 340$$

両辺80で割る
向きはそのまま

$$340 \div 80 = \frac{340}{80} = \frac{17}{4}$$

これを解いて $x \leq \frac{17}{4}$ ④

③と④の共通範囲を求めて $\frac{7}{2} \leq x \leq \frac{17}{4}$

$\frac{7}{2} = 3.5, \frac{17}{4} = 4.25$ であるから、これを満たす整数は

$$x=4$$

よって、7人乗りを4台、5人乗りを4台使えばよい。

