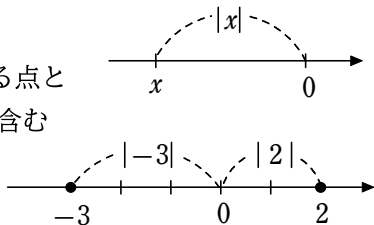


絶対値については31ページで学んだ。

ここでは、絶対値を含む方程式、不等式について考えよう。

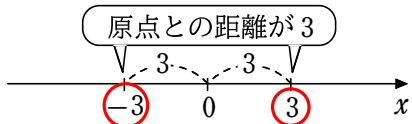
＜絶対値を含む方程式・不等式＞

実数 x の絶対値 $|x|$ は、数直線上で実数 x に対応する点と原点との距離を表す。このことを利用して、絶対値を含む方程式、不等式を解いてみよう。

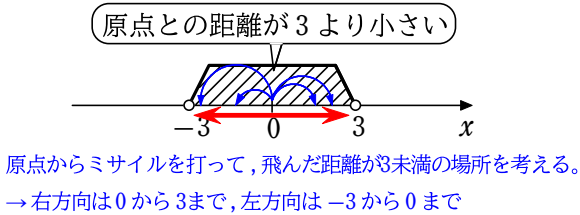


【参考】 2の絶対値は $|2|=2$ ， -3 の絶対値は $|-3|=3$ であるから
「絶対値はその数字から符号をとったもの」という考え方で構わない。
しかし高校の範囲では、この考え方だとひっかかる問題がよく出題される。

例 32 (1) 方程式 $|x|=3$ の解は
 $x=\pm 3$
「絶対値が3である数をすべて求めよ。」
という問題と同じ。

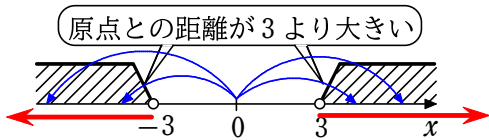


(2) 不等式 $|x|<3$ の解は
右の図より
 $-3<x<3$



原点からミサイルを打って、飛んだ距離が3未満の場所を考える。
→ 右方向は0から3まで、左方向は-3から0まで

(3) 不等式 $|x|>3$ の解は
右の図より
 $x<-3, 3<x$ 終



原点からミサイルを打って、飛んだ距離が3より大きい場所を考える。
→ 右方向は3よりもさらに右側、左方向は-3よりもさらに左側

【注意】 (1) 解は $x=3$ と $x=-3$ で、これを合わせて $x=\pm 3$ と書く。
(3) 解は $x<-3$ と $x>3$ で、これを合わせて $x<-3, 3<x$ と書く。

一般に、次のことがいえる。

c が正の定数のとき	方程式 $ x =c$ の解は	$x=\pm c$
	不等式 $ x <c$ の解は	$-c<x<c$
	不等式 $ x >c$ の解は	$x<-c, c<x$

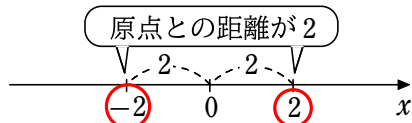
$|x|$ =数字, $|x|$ <数字, $|x|$ >数字 というタイプの問題はこの公式を用いる。

練習 52 次の方程式、不等式を解け。

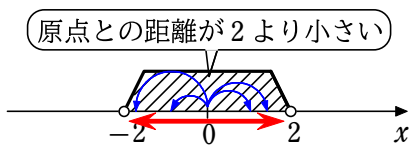
- (1) $|x|=2$ (2) $|x|<2$ (3) $|x|>4$ (4) $|x|\leq 4$

【解答】

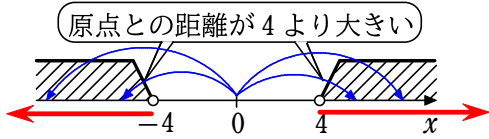
(1) $x=\pm 2$



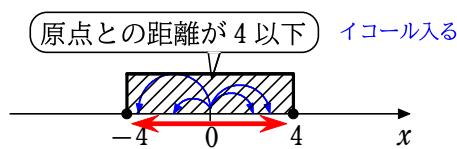
(2) $-2<x<2$



(3) $x<-4, 4<x$



(4) $-4\leq x\leq 4$



例題 11 次の方程式，不等式を解け。

(1) $|x-2|=3$

(2) $|x+3|<4$

(3) $|x-6|>5$

【解答】

(1) $|x-2|=3$ から $x-2=X$ とおくと $|X|=3$ となるので公式より $X=\pm 3$ X を戻して $x-2=\pm 3$ によって $x=2\pm 3$ つまり $x=5, -1$

(2) $|x+3|<4$ から $x+3=X$ とおくと $|X|<4$ となるので公式より $-4<X<4$ X を戻して $-4<x+3<4$ 各辺から 3 を引いて $-4-3<x+3-3<4-3$ によって $-7<x<1$

(3) $|x-6|>5$ から $x-6=X$ とおくと $|X|>5$ となるので公式より $X<-5, 5<X$ X を戻して $x-6<-5, 5<x-6$ すなわち $x<6-5, 5+6<x$ によって $x<1, 11<x$

【注意】 (1) 解は $x=5$ と $x=-1$ で，これを合わせて $x=5, -1$ と書く。
 中学の教科書では「 $x=5, x=-1$ 」と書いたが，高校の教科書ではこうやって書く。

【注意】 $|x-6|>5$ から $|x-6|<-5, 5<|x-6|$

公式を用いているのに絶対値が残っているミスがあります。注意しましょう。

練習 53 次の方程式，不等式を解け。

(1) $|x+4|=2$

(2) $|x-3|<5$

(3) $|x-2|\geq 1$

【解答】

(1) $|x+4|=2$ から $x+4=X$ とおくと $|X|=2$ となるので公式より $X=\pm 2$ X を戻して $x+4=\pm 2$ によって $x=-4\pm 2$ つまり $x=-2, -6$

(2) $|x-3|<5$ から $x-3=X$ とおくと $|X|<5$ となるので公式より $-5<X<5$ X を戻して $-5<x-3<5$ 各辺に 3 を足して $-5+3<x-3+3<5+3$ によって $-2<x<8$

(3) $|x-2|\geq 1$ から $x-2=X$ とおくと $|X|\geq 1$ となるので公式より $X\leq -1, 1\leq X$ X を戻して $x-2\leq -1, 1\leq x-2$ すなわち $x\leq 2-1, 1+2\leq x$ によって $x\leq 1, 3\leq x$