

第1章「数と式」第1節 式の計算 1 多項式の加法と減法

数量を一般的に表すために、文字を数と同じように扱うと便利である。
ここでは、文字を含む式の加法と減法について学ぼう。

＜単項式と多項式＞

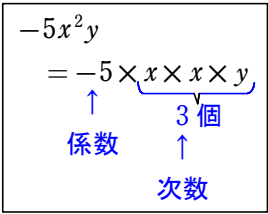
3, x , $2a$, $(-5)x^2y$ などのように、数や文字およびそれらを掛けて作られる式を **単項式** という。単項式では、数の部分をその単項式の **係数** といい、掛けた文字の個数をその単項式の **次数** という。数だけの単項式の次数は0である。ただし、数0の次数は考えない。ふつう $1x$ は単に x と書き、 $(-5)x^2y$ は $-5x^2y$ と書く。また、 $(-1)x$ は $-x$ と書く。

かけ算だけの式→単項式
足し算も入った式→多項式

係数→くっついてる数字
次数→掛けてある文字の個数

例1 単項式の係数と次数

- (1) 単項式 $2a$ の係数は2, 次数は1である。
- (2) 単項式 $-5x^2y$ の係数は-5, 次数は3である。終



係数いろいろ
 $2x = 2 \times x$
 $3a^2 = 3 \times a \times a$
 $y = 1 \times y$
 $-a = -1 \times a$
 $\frac{x}{6} = x \div 6 = x \times \frac{1}{6}$
 $\frac{2x}{3} = \frac{2}{3} \times x$

練習1 次の単項式の係数と次数をいえ。

- (1) $6x^2$
- (2) x
- (3) $-x^2y^2$
- (4) $-3abc$

- 【解答】
- (1) $6x^2 = 6 \times x \times x$ より, 係数6, 次数2
 - (2) $x = 1 \times x$ より, 係数1, 次数1
 - (3) $-x^2y^2 = -1 \times x \times x \times y \times y$ より, 係数-1, 次数4
 - (4) $-3abc = -3 \times a \times b \times c$ より, 係数-3, 次数3

単項式が2種類以上の文字を含むとき、特定の文字に着目して係数や次数を考えることがある。この場合、他の文字は数と同じように扱う。アルファベットでも、あるものだけを「文字」として他は「数字」と扱う
→数字になったアルファベットは係数に入る

例2 単項式 $5ab^2x^4$ の係数と次数 (特定の文字に着目)

- (1) x に着目すると, $5ab^2x^4 = 5ab^2 \times x \times x \times x \times x$ より係数は $5ab^2$, 次数は4である。
 x だけを文字, a と b は数字 係数 ← 4個
- (2) a と b に着目すると, $5ab^2x^4 = 5x^4 \times a \times b \times b$ より係数は $5x^4$, 次数は3である。
 a と b を文字, x は数字 係数 ← 3個

数字だけの係数を「数係数」、アルファベットも入った係数は「文字係数」という。
1次関数 $y = ax + b$ について, a は文字係数である。

練習2 次の単項式で [] 内の文字に着目したとき、その係数と次数をいえ。

- (1) $2ax^3$ [x]
- (2) $3a^2bc^3$ [a]
- (3) $-6ax^2y$ [x と y]

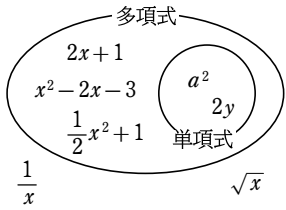
- 【解答】
- (1) $2ax^3 = 2a \times x \times x \times x$ より 係数 $2a$, 次数3
係数 ← 3個
 - (2) $3a^2bc^3 = 3bc^3 \times a \times a$ より 係数 $3bc^3$, 次数2
係数 ← 2個
 - (3) $-6ax^2y = -6a \times x \times x \times y$ より 係数 $-6a$, 次数3
係数 ← 3個

$5x^2 + (-4x) + 2$ のように、単項式の和として表される式を **多項式** といい、その1つ1つの単項式を、この多項式の **項** という。 $5x^2 + (-4x) + 2$ は、ふつう $5x^2 - 4x + 2$ と書く。単項式は項が1つの多項式と考える。多項式のことを **整式** ともいう。

「足す」「引く」の場所で式を切る

$5x^2 - 4x + 2$ → 項は $5x^2$ と $-4x$ と 2

切り取られたそれぞれの部分が項
(ただし、項は+をつけない)



<多項式の整理>

多項式 $5x^2+4x-2x^2-3$ における $5x^2$ と $-2x^2$ のように、多項式の項の中で、文字の部分が同じである項を **同類項** という。多項式に含まれる同類項は、係数の和を計算して、1つの項にまとめることができる。

例 3 (1) $(3x^2+2x-5)-(7x+x^2-1)$
 $= 3x^2+1x^2+2x-7x-5-1$
 $= (3+1)x^2+(2-7)x+(-5-1)$
 $= 4x^2+(-5)x+(-6)=4x^2-5x-6$

(2) $(2x^2-5xy+4)-(3x^2+7xy+4)$
 $= 2x^2-3x^2-5xy+7xy+4-4$
 $= (2-3)x^2+(-5+7)xy+(4-4)$
 $= -1x^2+2xy = -x^2+2xy$ 終

x^2 は $1x^2$ と考える。 x と x^2 は同類項ではない
符号つきで動かす。

同類項をまとめる仕組み
 $ma+na=(m+n)a$
 $ma-na=(m-n)a$

$-5xy+7xy=-12xy$ としないこと
(係数を足すことを意識する)

練習 3 次の多項式の同類項をまとめよ。

- (1) $4x^2+3x-1-2x^2-4x+6$
(2) $3a^2-2ab-4b^2-5a^2+2ab-8b^2$

解答

(1) $4x^2+3x-1-2x^2-4x+6=4x^2-2x^2+3x-4x-1+6$
 $= (4-2)x^2+(3-4)x+(-1+6)$
 $= 2x^2+(-1)x+5$
 $= 2x^2-x+5$

(2) $3a^2-2ab-4b^2-5a^2+2ab-8b^2=3a^2-5a^2-2ab+2ab-4b^2-8b^2$
 $= (3-5)a^2+(-2+2)ab+(-4-8)b^2$
 $= -2a^2+0ab-12b^2$
 $= -2a^2-12b^2$

次数の大小は、「高い」、「低い」で言い表すのがふつうである。
同類項をまとめて整理した多項式において、最も次数の高い項の次数をその多項式の**次数** という。また、次数が n の多項式を **n 次式** という。たとえば、 $4x^2-5x-6$ は 2 次式である。

練習 4 次の多項式は何次式か。

- (1) x^3+4x^2-5 (2) $1+6a-8a^2-3a^4$

解答 (1) 3 次式 (2) 4 次式

次数 x^3+7x^2-5 次数 $1+6a-8a^2-3a^4$
③ 2 0 0 1 2 ④

参考

たとえば、 $2x-2x$ は何次式でしょう？1 次式でしょうか？
この式は「同じものから同じものを引いている」ので 0 になります。
さきほど習った「係数」や「次数」は、「これ以上計算できない式」に対して
考えないといけません。つまり、式の次数を考えるなら同類項をまとめてからです。

2種類以上の文字を含む多項式においても、単項式と同じように、特定の文字に着目して係数や次数を考えることがある。

多項式の項の中で、着目した文字を含まない項を **定数項** という。
次数が0である項

例 4 多項式の次数と定数項 (特定の文字に着目)

(1) 多項式 ax^2+bx+c
 x に着目すると2次式で、定数項は c である。
 x だけを文字, a と b と c は数字

$$\begin{array}{ccccccc} & & & & \text{定数項} & & \\ & & & & \text{①} & & \\ x\text{の次数} & 2 & 1 & 0 & & & \\ ax^2 & + & bx & + & c & & \end{array}$$

(2) 多項式 $x^2y+2x+a$
 x に着目すると2次式で、定数項は a である。
 x だけを文字, y と a は数字

$$\begin{array}{ccccccc} & & & & \text{定数項} & & \\ & & & & \text{①} & & \\ x\text{の次数} & 2 & 1 & 0 & & & \\ x^2y & + & 2x & + & a & & \end{array}$$

y に着目すると1次式で、定数項は $2x+a$ である。
 y だけを文字, x と a は数字

$$\begin{array}{ccccccc} & & & & \text{定数項} & & \\ & & & & \text{①} & & \\ y\text{の次数} & 1 & 0 & 0 & & & \\ x^2y & + & 2x & + & a & & \end{array}$$

注意
 定数項を「 $2x+a$ 」と答える人がいます。
 $2x+a$ という式が定数項となるので、次数が0であるものが複数あるときは並べて式にしましょう。
 ただし、 $+2x+a$ はダメです。先頭の+は省略します。

練習 5 多項式 $ax^3-x^2y+by^2+c$ は、次の文字に着目すると何次式か。
 また、そのときの定数項は何か。

- (1) x
- (2) y

解答 (1) 3次式, 定数項 by^2+c
 x だけを文字, y と a と b と c は数字

$$\begin{array}{ccccccc} & & & & \text{定数項} & & \\ & & & & \text{①} & & \\ x\text{の次数} & 3 & 2 & 0 & 0 & & \\ ax^3 & - & x^2y & + & by^2 & + & c \end{array}$$

 定数項を $+by^2+c$ としてはダメ。
 先頭のプラスは省略する。

(2) 2次式, 定数項 ax^3+c
 y だけを文字, x と a と b と c は数字

$$\begin{array}{ccccccc} & & & & \text{定数項} & & \\ & & & & \text{①} & & \\ y\text{の次数} & 0 & 1 & 2 & 0 & & \\ ax^3 & - & x^2y & + & by^2 & + & c \end{array}$$

 その文字の次数が式の中でバラバラよりも、大きい順に並んでいた方がいい。

多項式は、ある文字に着目して、各項を次数が低くなる順に並べて整理することが多い。
 このことを、**降べきの順** に整理するという。各項を次数が高くなる順に並べて整理することもある。
このことを、**昇べきの順**に整理するという。

例 5 多項式 $ax+2a+x^2-3+x$ の整理

x について降べきの順に整理すると $x^2+(a+1)x+(2a-3)$
 x だけを文字, a は数字 大きい順になるよう並べる

$$\begin{array}{ccccccc} & & & & & & \\ & & & & & & \\ x\text{の次数} & 1 & 0 & 2 & 0 & 1 & \\ ax & + & 2a & + & x^2 & - & 3 + x \end{array} \rightarrow \begin{array}{ccccccc} & & & & & & \\ & & & & & & \\ x\text{の次数} & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 & \\ x^2 & + & ax & + & x & + & 2a - 3 \end{array}$$

 $ax+x=ax+1x=(a+1)x$
同じ次数の場所は括弧でまとめる
 括弧の中は残った文字の降べきの順に
 x の次数が1以上の場所は x を外に出す
 a について降べきの順に整理すると
 $(x+2)a+(x^2+x-3)$
大きい順になるよう並べる

$$\begin{array}{ccccccc} & & & & & & \\ & & & & & & \\ a\text{の次数} & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & \\ ax & + & 2a & + & x^2 & - & 3 + x \end{array} \rightarrow \begin{array}{ccccccc} & & & & & & \\ & & & & & & \\ x\text{の次数} & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & \\ ax & + & 2a & + & x^2 & + & x - 3 \end{array}$$

 $ax+2a=xa+2a=(x+2)a$ 終

練習 6 次の多項式を、 x について降べきの順に整理せよ。

- (1) $4a^2+ax+2x-3a$
- (2) $x^2+3xy+2y^2-x-3y-2$

解答 (1) $(a+2)x+(4a^2-3a)$
 x だけを文字, a は数字 大きい順になるよう並べる

$$\begin{array}{ccccccc} & & & & & & \\ & & & & & & \\ x\text{の次数} & 0 & 1 & 1 & 0 & & \\ 4a^2 & + & ax & + & 2x & - & 3a \end{array} \rightarrow \begin{array}{ccccccc} & & & & & & \\ & & & & & & \\ x\text{の次数} & 1 & 1 & 0 & 0 & & \\ ax & + & 2x & + & 4a^2 & - & 3a \end{array}$$

 (2) $x^2+(3y-1)x+(2y^2-3y-2)$
 x だけを文字, y は数字 大きい順になるよう並べる

$$\begin{array}{ccccccc} & & & & & & \\ & & & & & & \\ x\text{の次数} & 2 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ x^2 & + & 3xy & + & 2y^2 & - & x - 3y - 2 \end{array} \rightarrow \begin{array}{ccccccc} & & & & & & \\ & & & & & & \\ x\text{の次数} & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ x^2 & + & 3xy & + & x & + & 2y^2 - 3y - 2 \end{array}$$

 $3xy-x=3y \times x-1 \times x=(3y-1)x$

<多項式の加法と減法>

2つの多項式 A , B の和と差の計算は、次のように行う。

$A+B$ …… A と B の項をすべて足して、同類項をまとめる。
 $A-B$ …… $A+(-B)$ と考え、 B の各項の符号を変えたものを A に足して、同類項をまとめる。

例 6 (1) $(3x^2-5x+2)+(2x^2+x-4)$

$$=3x^2-5x+2+2x^2+x-4$$

$$=3x^2+2x^2-5x+1x+2-4$$

$$=(3+2)x^2+(-5+1)x+(2-4)=5x^2-4x-2$$


 $1 \times (3x^2-5x+2) + 1 \times (2x^2+x-4)$
 と考えると、結局かっこが消えただけになる

(2) $(2x^3-4x^2+3x-1)-(3x^3-4x-1)$

$$=2x^3-4x^2+3x-1-3x^3+4x+1$$

$$=2x^3-3x^3-4x^2+3x+4x-1+1$$

$$=(2-3)x^3-4x^2+(3+4)x+(-1+1)$$

$$=-x^3-4x^2+7x$$


 $1 \times (2x^3-4x^2+3x-1) + (-1) \times (3x^3-4x-1)$
 と考えると、マイナス後ろの括弧内の項は
 符号がすべて逆になって外に出される

終

例 6 は、次のように計算することもできる。

(1)
$$\begin{array}{r} 3x^2-5x+2 \\ +) 2x^2+x-4 \\ \hline 5x^2-4x-2 \end{array}$$
 ← 同類項の位置を
 上下でそろえる。

(2)
$$\begin{array}{r} 2x^3-4x^2+3x-1 \\ -) 3x^3-4x-1 \\ \hline \end{array}$$
 符号を全部逆にして
 引き算を足し算に変える

$$\begin{array}{r} 2x^3-4x^2+3x-1 \\ +) -3x^3+4x+1 \\ \hline -x^3-4x^2+7x \end{array}$$

練習 7 次の多項式 A と B について、 $A+B$ と $A-B$ を計算せよ。

(1) $A=2x^2+3x-1$, $B=4x^2-5x-6$

(2) $A=4x^3-3x^2-2x+5$, $B=2x^3-3x^2+7$

解答

$A+B$ や $A-B$ に x の式を代入するときは、
 必ず括弧をつけること。

(1) $A+B=(2x^2+3x-1)+(4x^2-5x-6)$

$$=2x^2+3x-1+4x^2-5x-6$$
 ← 括弧を消しゴムで消して、
 中身を書き並べただけ

$$=2x^2+4x^2+3x-5x-1-6$$

$$=(2+4)x^2+(3-5)x+(-1-6)=6x^2-2x-7$$

$A-B=(2x^2+3x-1)-(4x^2-5x-6)$

$$=2x^2+3x-1-4x^2+5x+6$$

$$=2x^2-4x^2+3x+5x-1+6$$

$$=(2-4)x^2+(3+5)x+(-1+6)=-2x^2+8x+5$$

(2) $A+B=(4x^3-3x^2-2x+5)+(2x^3-3x^2+7)$

$$=4x^3-3x^2-2x+5+2x^3-3x^2+7$$
 ← 括弧を消しゴムで消して、
 中身を書き並べただけ

$$=4x^3+2x^3-3x^2-3x^2-2x+5+7$$

$$=(4+2)x^3+(-3-3)x^2-2x+(5+7)=6x^3-6x^2-2x+12$$

$A-B=(4x^3-3x^2-2x+5)-(2x^3-3x^2+7)$

$$=4x^3-3x^2-2x+5-2x^3+3x^2-7$$

$$=4x^3-2x^3-3x^2+3x^2-2x+5-7$$

$$=(4-2)x^3+(-3+3)x^2-2x+(5-7)=2x^3-2x-2$$

例 7 $(3x^2 - x + 1) - 2(x^2 + x - 2)$

$$= (3x^2 - x + 1) + \underline{(-2) \times (x^2 + x - 2)}$$

$$= 3x^2 - x + 1 - \underline{2x^2 - 2x + 4}$$

$$= 3x^2 - 2x^2 - 1x - 2x + 1 + 4$$

$$= (3 - 2)x^2 + (-1 - 2)x + (1 + 4) = x^2 - 3x + 5$$

$$-2(x^2 + x - 2) \quad (-2) \times \text{が降り注いでくる}$$

$$= \underline{(-2) \times x^2} + \underline{(-2) \times x} + \underline{(-2) \times (-2)}$$

終

練習 8 $A = x^2 + 4x - 3$, $B = 2x^2 - x + 4$ とする。次の式を計算せよ。

(1) $A + 2B$

(2) $2A - 3B$

解答

(1) $A + 2B = (x^2 + 4x - 3) + \underline{2(2x^2 - x + 4)}$

$$= x^2 + 4x - 3 + \underline{4x^2 - 2x + 8}$$

$$= x^2 + 4x^2 + 4x - 2x - 3 + 8$$

$$= (1 + 4)x^2 + (4 - 2)x + (-3 + 8) = 5x^2 + 2x + 5$$

A や B の式に x の式を代入するときは、必ず括弧をつけること。

(2) $2A - 3B = 2(x^2 + 4x - 3) - 3(2x^2 - x + 4)$

$$= \underline{2 \times (x^2 + 4x - 3)} + \underline{(-3) \times (2x^2 - x + 4)}$$

$$= \underline{2x^2 + 8x - 6} - \underline{6x^2 + 3x - 12}$$

$$= 2x^2 - 6x^2 + 8x + 3x - 6 - 12$$

$$= (2 - 6)x^2 + (8 + 3)x + (-6 - 12) = -4x^2 + 11x - 18$$