

循環小数の分数表示クイズ

1 次の循環小数を分数で表せ。

(1) $0.\dot{1}$

(2) $0.\dot{1}\ddot{2}$

(3) $0.\dot{6}4\dot{8}$

(4) $6.\ddot{5}\dot{4}$

解答 (1) $\frac{1}{9}$ (2) $\frac{4}{33}$ (3) $\frac{24}{37}$ (4) $\frac{72}{11}$

解説

(1) $x=0.\dot{1}$ とおくと

$$\begin{array}{r} 10x=1.11\cdots\cdots \\ -x=0.11\cdots\cdots \\ \hline 9x=1 \end{array}$$

よって $x=\frac{1}{9}$

(2) $x=0.\dot{1}\ddot{2}$ とおくと

$$\begin{array}{r} 100x=12.1212\cdots\cdots \\ -x=0.1212\cdots\cdots \\ \hline 99x=12 \end{array}$$

よって $x=\frac{12}{99}=\frac{4}{33}$

(3) $x=0.\dot{6}4\dot{8}$ とおくと

$$\begin{array}{r} 1000x=648.648648\cdots\cdots \\ -x=0.648648\cdots\cdots \\ \hline 999x=648 \end{array}$$

よって $x=\frac{648}{999}=\frac{24}{37}$

(4) $x=6.\ddot{5}\dot{4}$ とおくと

$$\begin{array}{r} 100x=654.5454\cdots\cdots \\ -x=6.5454\cdots\cdots \\ \hline 99x=648 \end{array}$$

よって $x=\frac{648}{99}=\frac{72}{11}$

2 次の循環小数を分数で表せ。

(1) $0.\dot{5}$

(2) $3.\dot{2}\dot{5}$

(3) $0.\dot{1}2\dot{3}\dot{4}$

(4) $0.3\dot{2}\dot{1}$

解答 (1) $\frac{5}{9}$ (2) $\frac{322}{99}$ (3) $\frac{1234}{9999}$ (4) $\frac{53}{165}$

解説

(1) $x=0.\dot{5}$ とおくと

$$\begin{array}{r} 10x=5.55\cdots\cdots \\ -x=0.55\cdots\cdots \\ \hline 9x=5 \end{array}$$

よって $x=\frac{5}{9}$

(2) $x=3.\dot{2}\dot{5}$ とおくと

$$\begin{array}{r} 100x=325.2525\cdots\cdots \\ -x=3.2525\cdots\cdots \\ \hline 99x=322 \end{array}$$

よって $x=\frac{322}{99}$

(3) $x=0.\dot{1}2\dot{3}\dot{4}$ とおくと

$$\begin{array}{r} 10000x=1234.1234\cdots\cdots \\ -x=0.1234\cdots\cdots \\ \hline 9999x=1234 \end{array}$$

よって $x=\frac{1234}{9999}$

(4) $x=0.3\dot{2}\dot{1}$ とおくと

$$\begin{array}{r} 1000x=321.2121\cdots\cdots \\ -x=3.2121\cdots\cdots \\ \hline 990x=318 \end{array}$$

よって $x=\frac{318}{990}=\frac{53}{165}$

別解 $x=0.3\dot{2}\dot{1}$ とおくと

$$\begin{array}{r} 100x=32.12121\cdots\cdots \\ -x=0.32121\cdots\cdots \\ \hline 99x=31.8 \end{array}$$

よって $x=\frac{31.8}{99}=\frac{318}{990}=\frac{53}{165}$

3 (1) 次の分数を小数で表せ。[各4点]

① $\frac{5}{8}$

② $\frac{8}{33}$

③ $\frac{152}{333}$

(2) 次の循環小数を分数で表せ。[各6点]

① $0.\dot{2}$

② $0.1\dot{2}\dot{3}$

③ $3.4\dot{5}$

解答 (1) ① $\frac{5}{8}=0.625$ ② $\frac{8}{33}=0.242424\cdots\cdots$ よって $0.\dot{2}\dot{4}$

③ $\frac{152}{333}=0.456456456\cdots\cdots$ よって $0.\dot{4}5\dot{6}$

(2) ① $x=0.\dot{2}$ とおくと $10x=2.\dot{2}$

よって $10x-x=2$ したがって $x=\frac{2}{9}$

② $x=0.1\dot{2}\dot{3}$ とおくと $1000x=123.\dot{1}\dot{2}\dot{3}$

よって $1000x-x=123$ したがって $x=\frac{123}{999}=\frac{41}{333}$

③ $x=3.4\dot{5}$ とおくと $10x=34.\dot{5}$, $100x=345.\dot{5}$

よって $100x-10x=311$ したがって $x=\frac{311}{90}$

解説

(1) ① $\frac{5}{8}=0.625$ ② $\frac{8}{33}=0.242424\cdots\cdots$ よって $0.\dot{2}\dot{4}$

③ $\frac{152}{333}=0.456456456\cdots\cdots$ よって $0.\dot{4}5\dot{6}$

(2) ① $x=0.\dot{2}$ とおくと $10x=2.\dot{2}$

よって $10x-x=2$ したがって $x=\frac{2}{9}$

② $x=0.1\dot{2}\dot{3}$ とおくと $1000x=123.\dot{1}\dot{2}\dot{3}$

よって $1000x-x=123$ したがって $x=\frac{123}{999}=\frac{41}{333}$

③ $x=3.4\dot{5}$ とおくと $10x=34.\dot{5}$, $100x=345.\dot{5}$

よって $100x-10x=311$ したがって $x=\frac{311}{90}$

4 (1) $\frac{4}{33}$ を小数に直し、循環小数の表し方で書け。

(2) 次の循環小数を分数で表せ。

(ア) $0.\dot{7}$

(イ) $3.\dot{2}\dot{4}$

(ウ) $0.3\dot{5}\dot{7}$

(エ) $0.2\dot{4}\dot{6}$

解答 (1) $0.\dot{1}\ddot{2}$ (2) $(\text{ア}) \frac{7}{9}$ (イ) $\frac{107}{33}$ (ウ) $\frac{119}{333}$ (エ) $\frac{122}{495}$

解説

(1) $\frac{4}{33}=0.121212\cdots\cdots=0.\dot{1}\ddot{2}$

(2) (ア) $x=0.\dot{7}$ とおくと

$$x=\frac{7}{9}$$

(イ) $x=3.\dot{2}\dot{4}$ とおくと

$$x=\frac{321}{99}=\frac{107}{33}$$

(ウ) $x=0.3\dot{5}\dot{7}$ とおくと

$$x=\frac{357}{999}=\frac{119}{333}$$

(エ) $x=0.2\dot{4}\dot{6}$ とおくと

$$x=\frac{244}{990}=\frac{122}{495}$$

5 (1) $\frac{52}{27}$ を小数に直し、循環小数の表し方で書け。

(2) 次の循環小数を分数で表せ。

(ア) $0.\dot{6}$

(イ) $1.\dot{3}\dot{8}$

(ウ) $0.0\dot{7}\dot{2}\dot{9}$

解答 (1) $1.92\dot{5}$ (2) (ア) $\frac{2}{3}$ (イ) $\frac{137}{99}$ (ウ) $\frac{27}{370}$

解説

(1) $\frac{52}{27}=1.925925\cdots\cdots=1.9\dot{2}\dot{5}$

(2) (ア) $x=0.\dot{6}$ とおくと

$$10x-x=6$$

ゆえに $x=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$

(イ) $x=1.\dot{3}\dot{8}$ とおくと

$$100x-x=137$$

ゆえに $x=\frac{137}{99}$

よって $x=\frac{322}{99}$

$$(1) x = 0.0\dot{7}2\dot{9} \text{ とおくと } 10x = 0.\dot{7}2\dot{9}$$

$$\text{よって } 10000x - 10x = 729$$

$$\text{ゆえに } x = \frac{729}{9990} = \frac{27}{370}$$

$$10000x = 729.729729\dots$$

$$-\underline{10x = 0.729729\dots}$$

$$9990x = 729$$

6 次の式で与えられる循環小数の計算結果を既約分数で答えよ。

$$(1) 3.\dot{0}3\dot{9} - 2.4\dot{8}\dot{3}$$

$$(2) 0.\dot{1}\dot{2}\dot{3} \times 3.\dot{6}$$

解答 (1) $\frac{5}{9}$ (2) $\frac{61}{135}$

解説

$$(1) 3.\dot{0}3\dot{9} = 3 + 0.0\dot{3}\dot{9}, 2.4\dot{8}\dot{3} = 2 + 0.4\dot{8}\dot{3}$$

$$x = 0.0\dot{3}\dot{9} \text{ とおくと } 1000x - x = 39$$

$$\text{よって } x = \frac{39}{999} = \frac{13}{333}$$

$$y = 0.4\dot{8}\dot{3} \text{ とおくと } 1000y - y = 483$$

$$\text{ゆえに } y = \frac{483}{999} = \frac{161}{333}$$

$$\text{よって } (与式) = 3 + \frac{13}{333} - \left(2 + \frac{161}{333} \right) = 1 - \frac{148}{333} \\ = 1 - \frac{4 \times 37}{3^2 \times 37} = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$$

$$(2) x = 0.\dot{1}\dot{2}\dot{3} \text{ とおくと } 10x = 1.\dot{2}\dot{3}$$

$$\text{よって } 1000x - 10x = 122$$

$$\text{ゆえに } x = \frac{122}{990} = \frac{61}{495}$$

$$y = 3.\dot{6} \text{ とおくと } 10y - y = 33$$

$$\text{よって } y = \frac{33}{9} = \frac{11}{3}$$

$$\text{ゆえに } (与式) = \frac{61}{495} \times \frac{11}{3} = \frac{61}{45 \times 3} = \frac{61}{135}$$

7 (1) 次の分数を小数に直し、循環小数の表し方で書け。

$$(ア) \frac{7}{3}$$

$$(イ) \frac{31}{27}$$

(2) 次の循環小数を分数で表せ。

$$(ア) 0.\dot{6}$$

$$(イ) 1.\dot{1}\dot{8}$$

$$(ウ) 0.0\dot{1}\dot{2}\dot{3}$$

解答 (1) (ア) $2.\dot{3}$ (イ) $1.\dot{1}4\dot{8}$ (2) (ア) $\frac{2}{3}$ (イ) $\frac{13}{11}$ (ウ) $\frac{41}{330}$

解説

$$(1) (ア) \frac{7}{3} = 2.333\dots = 2.\dot{3}$$

$$(イ) \frac{31}{27} = 1.148148148\dots = 1.\dot{1}4\dot{8}$$

$$(2) (ア) x = 0.\dot{6} \text{ とおくと } 10x = 6.666\dots \\ x = \frac{6}{9} = \frac{2}{3} \quad -\underline{x = 0.666\dots} \\ 9x = 6$$

$$(イ) x = 1.\dot{1}\dot{8} \text{ とおくと }$$

$$x = \frac{117}{99} = \frac{13}{11}$$

$$(ウ) x = 0.0\dot{1}\dot{2}\dot{3} \text{ とおくと }$$

$$10x = 0.\dot{1}\dot{2}\dot{3}$$

$$\text{よって } x = \frac{123}{9990} = \frac{41}{3330}$$

$$100x = 118.1818\dots$$

$$-\underline{10x = 1.1818\dots}$$

$$99x = 117$$

$$10000x = 123.123123\dots$$

$$-\underline{10x = 0.123123\dots}$$

$$9990x = 123$$

$$ゆえに \quad 100y - y = 27$$

$$\text{よって } y = \frac{27}{99} = \frac{3}{11}$$

$$\text{したがって } 0.\dot{1}\dot{2} \times 0.\dot{2}\dot{7} = xy = \frac{4}{33} \cdot \frac{3}{11} = \frac{4}{121}$$

10 次の循環小数を分数で表せ。

$$(1) 2.\dot{4}\dot{2}$$

$$(2) 0.\dot{3}4\dot{2}$$

$$(3) 3.2\dot{6}$$

$$(4) 0.04\dot{5}$$

解答 (1) $\frac{80}{33}$ (2) $\frac{38}{111}$ (3) $\frac{49}{15}$ (4) $\frac{1}{22}$

解説

$$(1) x = 2.\dot{4}\dot{2} \text{ とおくと, 右の計算から}$$

$$x = \frac{240}{99} = \frac{80}{33}$$

$$100x = 242.4242\dots$$

$$-\underline{10x = 2.4242\dots}$$

$$99x = 240$$

$$(2) x = 0.\dot{3}4\dot{2} \text{ とおくと, 右の計算から}$$

$$x = \frac{342}{999} = \frac{38}{111}$$

$$1000x = 342.342342\dots$$

$$-\underline{10x = 0.342342\dots}$$

$$999x = 342$$

$$(3) x = 3.2\dot{6} \text{ とおくと, 右の計算から}$$

$$x = \frac{294}{90} = \frac{49}{15}$$

$$100x = 326.66\dots$$

$$-\underline{10x = 32.66\dots}$$

$$90x = 294$$

$$(4) x = 0.04\dot{5} \text{ とおくと, 右の計算から}$$

$$x = \frac{45}{990} = \frac{1}{22}$$

$$1000x = 45.45\dots$$

$$-\underline{10x = 0.45\dots}$$

$$990x = 45$$

11 次の循環小数を分数で表せ。

$$(1) 0.\dot{7}$$

$$(2) 3.\dot{7}\dot{2}$$

$$(3) 1.\dot{2}\dot{1}\dot{6}$$

$$(4) 0.2\dot{4}\dot{6}$$

解答 (1) $\frac{7}{9}$ (2) $\frac{41}{11}$ (3) $\frac{45}{37}$ (4) $\frac{122}{495}$

解説

$$(1) x = 0.\dot{7} \text{ とおくと, 右の計算から}$$

$$x = \frac{7}{9}$$

$$10x = 7.77\dots$$

$$-\underline{10x = 7.77\dots}$$

$$9x = 7$$

$$10x = 7.777\dots$$

$$-\underline{10x = 7.777\dots}$$

$$9x = 7$$

$$1000x = 246.246246\dots$$

$$-\underline{10x = 246}$$

$$999x = 246$$

$$1000x = 246.246\dots$$

$$-\underline{10x = 0.246\dots}$$

$$999x = 246$$

$$1000x = 246.246\dots$$

$$-\underline{10x = 246}$$

$$999x = 246$$

$$1000x = 246.246\dots$$

$$-\underline{10x = 246}$$

$$999x = 246$$

$$1000x = 246.246\dots$$

$$-\underline{10x = 246}$$

$$999x = 246$$

$$1000x = 246.246\dots$$

$$-\underline{10x = 246}$$

$$999x = 246$$

$$1000x = 246.246\dots$$

$$-\underline{10x = 246}$$

$$999x = 246$$

$$1000x = 246.246\dots$$

$$-\underline{10x = 246}$$

$$999x = 246$$

$$1000x = 246.246\dots$$

$$-\underline{10x = 246}$$

$$999x = 246$$

$$1000x = 246.246\dots$$

$$-\underline{10x = 246}$$

$$999x = 246$$

$$1000x = 246.246\dots$$

$$-\underline{10x = 246}$$

$$999x = 246$$

$$1000x = 246.246\dots$$

$$-\underline{10x = 246}$$

$$999x = 246$$

$$1000x = 246.246\dots$$

$$-\underline{10x = 246}$$

$$999x = 246$$

$$1000x = 246.246\dots$$

$$-\underline{10x = 246}$$

$$999x = 246$$

$$1000x = 246.246\dots$$

$$-\underline{10x = 246}$$

$$999x = 246$$

$$1000x = 246.246\dots$$

$$-\underline{10x = 246}$$

$$999x = 246$$

$$1000x = 246.246\dots$$

$$-\underline{10x = 246}$$

$$999x = 246$$

$$1000x = 246.246\dots$$

$$-\underline{10x = 246}$$

$$999x = 246$$

$$1000x = 246.246\dots$$

$$-\underline{10x = 246}$$

$$999x = 246$$

$$1000x = 246.246\dots$$

$$-\underline{10x = 246}$$

$$999x = 246$$

$$1000x = 246.246\dots$$

$x=1.\dot{0}\dot{1}$ とおくと

$$\begin{array}{r} 1000x=1101.101101\cdots \\ -) \quad x=1.101101\cdots \\ \hline 999x=1100 \end{array}$$

よって $x=\frac{1100}{999}$

$y=0.\dot{6}$ とおくと

$$\begin{array}{r} 10y=6.666\cdots \\ -) \quad y=0.666\cdots \\ \hline 9y=6 \end{array}$$

ゆえに $0.\dot{6}+1.\dot{1}\dot{0}\dot{1}=x+y=\frac{1100}{999}+\frac{2}{3}=\frac{1100+666}{999}=\frac{1766}{999}=1.767767\cdots=1.\dot{7}6\dot{7}$

13 (1) 分数 $\frac{25}{11}$, $\frac{4}{37}$ をそれぞれ小数に直し, 循環小数の表し方で書け。

(2) 循環小数 $0.\dot{2}$, $1.\dot{2}\dot{1}$, $0.1\dot{3}$ をそれぞれ分数で表せ。

解答 (1) $\frac{25}{11}=2.\dot{2}\dot{7}$, $\frac{4}{37}=0.\dot{1}0\dot{8}$ (2) $0.\dot{2}=\frac{2}{9}$, $1.\dot{2}\dot{1}=\frac{40}{33}$, $0.1\dot{3}=\frac{2}{15}$

解説

(1) $\frac{25}{11}=2.2727\cdots=2.\dot{2}\dot{7}$

$$\frac{4}{37}=0.108108\cdots=0.\dot{1}0\dot{8}$$

(2) $x=0.\dot{2}$, $y=1.\dot{2}\dot{1}$, $z=0.1\dot{3}$ とおく。

$$\begin{array}{r} 10x=2.222\cdots \\ -) \quad x=0.222\cdots \\ \hline 9x=2 \end{array}$$

よって $x=\frac{2}{9}$

$$\begin{array}{r} 100y=121.2121\cdots \\ -) \quad y=1.2121\cdots \\ \hline 99y=120 \end{array}$$

よって $y=\frac{120}{99}=\frac{40}{33}$

$$\begin{array}{r} 100z=13.333\cdots \\ -) \quad 10z=1.333\cdots \\ \hline 90z=12 \end{array}$$

よって $z=\frac{12}{90}=\frac{2}{15}$

14 (1) 分数 $\frac{4}{33}$, $\frac{52}{27}$ をそれぞれ小数に直し, 循環小数の表し方で書け。

(2) 循環小数 $1.\dot{5}$, $0.\dot{6}\dot{3}$ をそれぞれ分数で表せ。

解答 (1) $\frac{4}{33}=0.\dot{1}\dot{2}$, $\frac{52}{27}=1.\dot{9}2\dot{5}$ (2) $1.\dot{5}=\frac{14}{9}$, $0.\dot{6}\dot{3}=\frac{7}{11}$

解説

(1) $\frac{4}{33}=0.121212\cdots=0.\dot{1}\dot{2}$ $\frac{52}{27}=1.925925\cdots=1.\dot{9}2\dot{5}$

(2) $x=1.\dot{5}$, $y=0.\dot{6}\dot{3}$ とおく。

$$\begin{array}{r} 10x=15.555\cdots \\ -) \quad x=1.555\cdots \\ \hline 9x=14 \end{array}$$

よって $x=\frac{14}{9}$

$$\begin{array}{r} 100y=63.6363\cdots \\ -) \quad y=0.6363\cdots \\ \hline 99y=63 \end{array}$$

よって $y=\frac{63}{99}=\frac{7}{11}$

15 次の循環小数を分数で表せ。

(1) $0.\dot{4}$ (2) $0.\dot{7}\dot{9}$ (3) $0.4\dot{5}\dot{6}$ (4) $3.9\dot{7}$

解答 (1) $\frac{4}{9}$ (2) $\frac{79}{99}$ (3) $\frac{152}{333}$ (4) $\frac{179}{45}$

解説

(1) $x=0.\dot{4}$ とおく。

$$x=0.444\cdots$$

$$10x=4.444\cdots$$

10x と x の差を考慮すると, 右の計算から

$$9x=4$$

よって $x=\frac{4}{9}$

(2) $x=0.\dot{7}\dot{9}$ とおく。

$$x=0.7979\cdots$$

$$100x=79.7979\cdots$$

100x と x の差を考慮すると, 右の計算から

$$99x=79$$

よって $x=\frac{79}{99}$

(3) $x=0.4\dot{5}\dot{6}$ とおく。

$$x=0.456456\cdots$$

$$1000x=456.456456\cdots$$

1000x と x の差を考慮すると, 右の計算から

$$999x=456$$

よって $x=\frac{456}{999}=\frac{152}{333}$

(4) $x=3.9\dot{7}$ とおく。

$$10x=39.777\cdots$$

$$100x=397.777\cdots$$

100x と 10x の差を考慮すると, 右の計算から

$$90x=358$$

よって $x=\frac{358}{90}=\frac{179}{45}$

16 循環小数 $1.\dot{2}\dot{3}\dot{4}$ を分数で表せ。

解答 $\frac{137}{111}$

解説

$x=1.\dot{2}\dot{3}\dot{4}$ とおく。

$$x=1.234234\cdots$$

1000x=1234.234234\cdots

1000x と x の差を考慮すると, 右の計算から

$$999x=1233$$

よって $x=\frac{1233}{999}=\frac{137}{111}$

$$1000x=1234.234234\cdots$$

$$\begin{array}{r} -) \quad x=1.234234\cdots \\ \hline 999x=1233 \end{array}$$

17 次の式を計算し, 結果を分数で表しなさい。

(1) $1.\dot{3}+2.\dot{7}$

(2) $0.5\dot{1}+0.3\dot{4}$

(3) $0.\dot{1}\dot{8}\times 2.\dot{7}$

(4) $0.1\dot{2}\times 0.\dot{3}\dot{0}$

(5) $1.\dot{1}\dot{2}\div 3.\dot{6}$

(6) $1.\dot{4}\dot{5}\div 0.0\dot{5}$

解答 (1) $\frac{37}{9}$ (2) $\frac{77}{90}$ (3) $\frac{50}{99}$ (4) $\frac{1}{27}$ (5) $\frac{37}{121}$ (6) $\frac{288}{11}$

解説

$$(1) 1.\dot{3}+2.\dot{7}=\frac{12}{9}+\frac{25}{9}=\frac{37}{9}$$

$$(2) 0.5\dot{1}+0.3\dot{4}=\frac{46}{90}+\frac{31}{90}=\frac{77}{90}$$

$$(3) 0.\dot{1}\dot{8}\times 2.\dot{7}=\frac{18}{99}\times \frac{25}{9}=\frac{50}{99}$$

$$(4) 0.1\dot{2}\times 0.\dot{3}\dot{0}=\frac{11}{90}\times \frac{30}{99}=\frac{1}{27}$$

$$(5) 1.\dot{1}\dot{2}\div 3.\dot{6}=\frac{111}{99}\div \frac{33}{9}=\frac{111}{99}\times \frac{9}{33}=\frac{37}{121}$$

$$(6) 1.\dot{4}\dot{5}\div 0.0\dot{5}=\frac{144}{99}\div \frac{5}{90}=\frac{144}{99}\times \frac{90}{5}=\frac{288}{11}$$