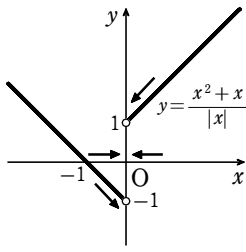


1 関数 $f(x)=\frac{x^2+x}{|x|}$ は

$x>0$ のとき

$$f(x)=\frac{x^2+x}{x}=x+1$$

$x<0$ のとき

$$f(x)=\frac{x^2+x}{-x}=-x-1$$


$x>0$ の範囲で x が 0 に限りなく近づくとき、 $f(x)$ の値は 1 に限りなく近づく。
また、 $x<0$ の範囲で x が 0 に限りなく近づくとき、 $f(x)$ の値は -1 に限りなく近づく。

解説

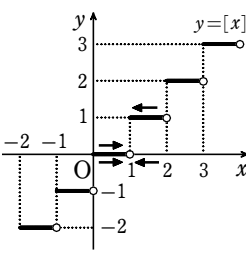
2 関数 $f(x)=[x]$ について

$0\leq x<1$ のとき $[x]=0$
 $1\leq x<2$ のとき $[x]=1$

であるから

$$\lim_{x\rightarrow 1-0}[x]=0, \lim_{x\rightarrow 1+0}[x]=1$$

よって、 $x\longrightarrow 1$ のときの $f(x)$ の極限はない。



解説

3 次の極限を求めよ。

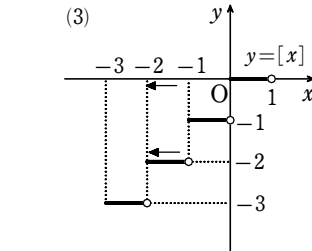
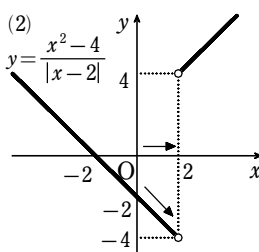
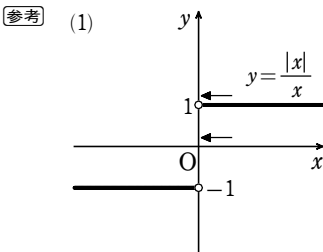
- (1) $\lim_{x\rightarrow +0}\frac{|x|}{x}$ (2) $\lim_{x\rightarrow 2-0}\frac{x^2-4}{|x-2|}$ (3) $\lim_{x\rightarrow -2+0}[x]$

解答 (1) 1 (2) -4 (3) -2

解説

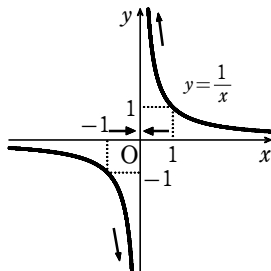
- (1) $x>0$ のとき $\frac{|x|}{x}=\frac{x}{x}=1$
- よって $\lim_{x\rightarrow +0}\frac{|x|}{x}=\lim_{x\rightarrow +0}1=1$
- (2) $x<2$ のとき $\frac{x^2-4}{|x-2|}=\frac{(x+2)(x-2)}{-(x-2)}=-x-2$
- よって $\lim_{x\rightarrow 2-0}\frac{x^2-4}{|x-2|}=\lim_{x\rightarrow 2-0}(-x-2)=-4$
- (3) $-2\leq x<-1$ のとき $[x]=-2$
- よって $\lim_{x\rightarrow -2+0}[x]=\lim_{x\rightarrow -2+0}(-2)=-2$

参考



4 関数 $f(x)=\frac{1}{x}$ については

$$\lim_{x\rightarrow +0}\frac{1}{x}=\infty, \lim_{x\rightarrow -0}\frac{1}{x}=-\infty$$



解説

5 次の極限を求めよ。

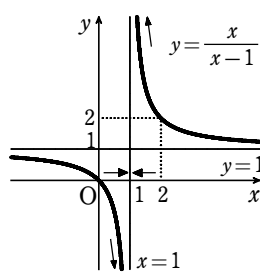
- (1) $\lim_{x\rightarrow 1+0}\frac{x}{x-1}$ (2) $\lim_{x\rightarrow 1-0}\frac{x}{x-1}$

解答 (1) ∞ (2) $-\infty$

解説

- $\frac{x}{x-1}=1+\frac{1}{x-1}$
- (1) $x\longrightarrow 1+0$ のとき $\frac{1}{x-1}\longrightarrow \infty$
- よって $\lim_{x\rightarrow 1+0}\frac{x}{x-1}=\lim_{x\rightarrow 1+0}\left(1+\frac{1}{x-1}\right)=\infty$
- (2) $x\longrightarrow 1-0$ のとき $\frac{1}{x-1}\longrightarrow -\infty$
- よって $\lim_{x\rightarrow 1-0}\frac{x}{x-1}=\lim_{x\rightarrow 1-0}\left(1+\frac{1}{x-1}\right)=-\infty$

参考



6 次の極限を求めよ。[(1)5点 (2)(3)各6点]

- (1) $\lim_{x\rightarrow -3+0}\frac{1}{x+3}$ (2) $\lim_{x\rightarrow 2-0}\frac{3x-6}{|x-2|}$ (3) $\lim_{x\rightarrow -1+0}[x]$

解答 (1) $\lim_{x\rightarrow -3+0}\frac{1}{x+3}=\infty$

(2) $x<2$ のとき、 $|x-2|=-(x-2)$ であるから

$$\lim_{x\rightarrow 2-0}\frac{3x-6}{|x-2|}=\lim_{x\rightarrow 2-0}\frac{3(x-2)}{-(x-2)}=-3$$

(3) $-1\leq x<0$ のとき、 $[x]=-1$ であるから

$$\lim_{x\rightarrow -1+0}[x]=-1$$

解説

- (1) $\lim_{x\rightarrow -3+0}\frac{1}{x+3}=\infty$
- (2) $x<2$ のとき、 $|x-2|=-(x-2)$ であるから
- $$\lim_{x\rightarrow 2-0}\frac{3x-6}{|x-2|}=\lim_{x\rightarrow 2-0}\frac{3(x-2)}{-(x-2)}=-3$$
- (3) $-1\leq x<0$ のとき、 $[x]=-1$ であるから
- $$\lim_{x\rightarrow -1+0}[x]=-1$$

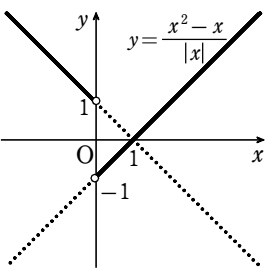
7 次の極限を調べよ。 $[x]$ は x を超えない最大の整数を表す。

- (1) $\lim_{x\rightarrow 0}\frac{x^2-x}{|x|}$ (2) $\lim_{x\rightarrow 2}([2x]-[x])$

解答 (1) 存在しない (2) 2

解説

- (1) $x\longrightarrow +0$ のとき $x>0$ で $|x|=x$
 $x\longrightarrow -0$ のとき $x<0$ で $|x|=-x$
- よって $\lim_{x\rightarrow +0}\frac{x^2-x}{|x|}=\lim_{x\rightarrow +0}(x-1)=-1$
- $$\lim_{x\rightarrow -0}\frac{x^2-x}{|x|}=\lim_{x\rightarrow -0}(1-x)=1$$
- ゆえに $\lim_{x\rightarrow +0}\frac{x^2-x}{|x|}\neq\lim_{x\rightarrow -0}\frac{x^2-x}{|x|}$
- したがって、 $\lim_{x\rightarrow 0}\frac{x^2-x}{|x|}$ は存在しない。



(2) $2 \leq x < \frac{5}{2}$ では $[2x] = 4, [x] = 2$

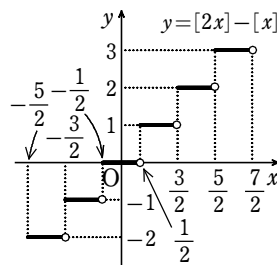
$\frac{3}{2} \leq x < 2$ では $[2x] = 3, [x] = 1$

よって $\lim_{x \rightarrow 2+0} ([2x] - [x]) = \lim_{x \rightarrow 2+0} (4 - 2) = 2$

$\lim_{x \rightarrow 2-0} ([2x] - [x]) = \lim_{x \rightarrow 2-0} (3 - 1) = 2$

ゆえに $\lim_{x \rightarrow 2+0} ([2x] - [x]) = \lim_{x \rightarrow 2-0} ([2x] - [x]) = 2$

したがって $\lim_{x \rightarrow 2} ([2x] - [x]) = 2$



[8] 次の極限を調べよ。 $[x]$ は x を超えない最大の整数を表す。

(1) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)^2}{|x^2-1|}$ (2) $\lim_{x \rightarrow 0} 3^{\frac{1}{x}}$ (3) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{[x+1]-x}{x-[x]}$

[解答] (1) 0 (2) 極限はない (3) 極限はない

[解説]

(1) $\lim_{x \rightarrow 1+0} \frac{(x-1)^2}{|x^2-1|} = \lim_{x \rightarrow 1+0} \frac{(x-1)^2}{x^2-1} = \lim_{x \rightarrow 1+0} \frac{x-1}{x+1} = 0$

$\lim_{x \rightarrow 1-0} \frac{(x-1)^2}{|x^2-1|} = \lim_{x \rightarrow 1-0} \frac{(x-1)^2}{-(x^2-1)} = \lim_{x \rightarrow 1-0} \frac{x-1}{-(x+1)} = 0$

よって $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)^2}{|x^2-1|} = 0$

(2) $x \rightarrow +0$ のとき $\frac{1}{x} \rightarrow \infty$ より, $3^{\frac{1}{x}} \rightarrow \infty$

$x \rightarrow -0$ のとき $\frac{1}{x} \rightarrow -\infty$ より, $3^{\frac{1}{x}} \rightarrow +0$

よって, $x \rightarrow 0$ のとき $3^{\frac{1}{x}}$ の極限はない。

(3) $\lim_{x \rightarrow 2+0} \frac{[x+1]-x}{x-[x]} = \lim_{x \rightarrow 2+0} \frac{3-x}{x-2} = \infty$

$\lim_{x \rightarrow 2-0} \frac{[x+1]-x}{x-[x]} = \lim_{x \rightarrow 2-0} \frac{2-x}{x-1} = 0$ よって, 極限はない。

[9] (1) $\lim_{x \rightarrow 1+0} \frac{x-2}{x-1}, \lim_{x \rightarrow 1-0} \frac{x-2}{x-1}$ を求めよ。

(2) $x \rightarrow 0$ のとき, 関数 $\frac{x^4-x}{|x|}$ の極限は存在するかどうかを調べよ。

[解答] (1) $\lim_{x \rightarrow 1+0} \frac{x-2}{x-1} = -\infty, \lim_{x \rightarrow 1-0} \frac{x-2}{x-1} = \infty$ (2) 存在しない

[解説]

(1) $x \rightarrow 1+0$ のとき $x-1 \rightarrow +0, x-2 \rightarrow -1+0$

よって $\lim_{x \rightarrow 1+0} \frac{x-2}{x-1} = -\infty$

また, $x \rightarrow 1-0$ のとき $x-1 \rightarrow -0, x-2 \rightarrow -1-0$

よって $\lim_{x \rightarrow 1-0} \frac{x-2}{x-1} = \infty$

(2) $x > 0$ のとき $\lim_{x \rightarrow +0} \frac{x^4-x}{|x|} = \lim_{x \rightarrow +0} \frac{x(x^3-1)}{x} = \lim_{x \rightarrow +0} (x^3-1) = -1$

$x < 0$ のとき $\lim_{x \rightarrow -0} \frac{x^4-x}{|x|} = \lim_{x \rightarrow -0} \frac{x(x^3-1)}{-x} = \lim_{x \rightarrow -0} (-x^3+1) = 1$

$\lim_{x \rightarrow +0} \frac{x^4-x}{|x|} \neq \lim_{x \rightarrow -0} \frac{x^4-x}{|x|}$ であるから, 極限は存在しない。

[10] 次の関数について, x が 1 に近づくときの右側極限, 左側極限を求めよ。そして, $x \rightarrow 1$ のときの極限が存在するかどうかを調べよ。ただし, (4) の $[x]$ は x を超えない最大の整数を表す。

(1) $\frac{1}{(x-1)^2}$ (2) $\frac{1}{(x-1)^3}$ (3) $\frac{(x+1)^2}{|x^2-1|}$ (4) $x-[x]$

[解答] (1) 右側極限, 左側極限ともに ∞ ; 極限は存在する
(2) 右側極限は ∞ , 左側極限は $-\infty$; 極限は存在しない
(3) 右側極限, 左側極限ともに ∞ ; 極限は存在する
(4) 右側極限は 0, 左側極限は 1; 極限は存在しない

[解説]

(1) $\lim_{x \rightarrow 1+0} \frac{1}{(x-1)^2} = \infty, \lim_{x \rightarrow 1-0} \frac{1}{(x-1)^2} = \infty$

よって, 右側極限, 左側極限ともに ∞ であるから, 極限は存在する。

(2) $\lim_{x \rightarrow 1+0} \frac{1}{(x-1)^3} = \infty, \lim_{x \rightarrow 1-0} \frac{1}{(x-1)^3} = -\infty$

よって, 右側極限は ∞ , 左側極限は $-\infty$ であるから, 極限は存在しない。

(3) $\lim_{x \rightarrow 1+0} \frac{(x+1)^2}{|x^2-1|} = \lim_{x \rightarrow 1+0} \frac{(x+1)^2}{|(x+1)(x-1)|} = \lim_{x \rightarrow 1+0} \frac{x+1}{x-1} = \infty,$

$\lim_{x \rightarrow 1-0} \frac{(x+1)^2}{|x^2-1|} = \lim_{x \rightarrow 1-0} \left\{ -\frac{(x+1)^2}{(x+1)(x-1)} \right\} = \lim_{x \rightarrow 1-0} \left(-\frac{x+1}{x-1} \right) = \infty$

よって, 右側極限, 左側極限ともに ∞ であるから, 極限は存在する。

(4) $\lim_{x \rightarrow 1+0} (x-[x]) = 1-1=0, \lim_{x \rightarrow 1-0} (x-[x]) = 1-0=1$

よって, 右側極限は 0, 左側極限は 1 であるから, 極限は存在しない。

[11] 次の関数について $x \rightarrow 2-0, x \rightarrow 2+0, x \rightarrow 2$ のときの極限を調べよ。

(1) $\frac{1}{x-2}$ (2) $\frac{x}{(x-2)^2}$ (3) $\frac{1}{x^2-4}$

[解答] 順に

(1) $-\infty, \infty$, 極限はない (2) ∞, ∞, ∞ (3) $-\infty, \infty$, 極限はない

[解説]

(1) $\lim_{x \rightarrow 2-0} \frac{1}{x-2} = -\infty, \lim_{x \rightarrow 2+0} \frac{1}{x-2} = \infty$

よって, $x \rightarrow 2$ のときの極限はない。

(2) $\lim_{x \rightarrow 2-0} \frac{x}{(x-2)^2} = \infty, \lim_{x \rightarrow 2+0} \frac{x}{(x-2)^2} = \infty$

よって $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x}{(x-2)^2} = \infty$

(3) $\lim_{x \rightarrow 2-0} \frac{1}{x^2-4} = -\infty, \lim_{x \rightarrow 2+0} \frac{1}{x^2-4} = \infty$

よって, $x \rightarrow 2$ のときの極限はない。

[12] 次の極限を求めよ。

(1) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2}{x-1}$ (2) $\lim_{x \rightarrow 2+0} \frac{x-1}{x-2}$ (3) $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}+0} \sqrt{2x+1}$

(4) $\lim_{x \rightarrow -0} \frac{2x}{|x|}$ (5) $\lim_{x \rightarrow -3-0} \frac{x(x+3)}{|2x+6|}$ (6) $\lim_{x \rightarrow 3-0} [x]$

[解答] (1) $-\infty$ (2) ∞ (3) 0 (4) -2 (5) $\frac{3}{2}$ (6) 2

[解説]

(1) $\lim_{x \rightarrow 1-0} \frac{2}{x-1} = -\infty$

(2) $\frac{x-1}{x-2} = 1 + \frac{1}{x-2}$ より $\lim_{x \rightarrow 2+0} \frac{x-1}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2+0} \left(1 + \frac{1}{x-2} \right) = \infty$

(3) $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}+0} \sqrt{2x+1} = 0$

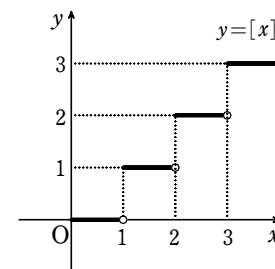
(4) $x < 0$ のとき $|x| = -x$

よって $\lim_{x \rightarrow -0} \frac{2x}{|x|} = \lim_{x \rightarrow -0} \frac{2x}{-x} = \lim_{x \rightarrow -0} (-2) = -2$

(5) $x < -3$ のとき $|2x+6| = |2(x+3)| = -2(x+3)$

よって $\lim_{x \rightarrow -3-0} \frac{x(x+3)}{|2x+6|} = \lim_{x \rightarrow -3-0} \frac{x(x+3)}{-2(x+3)} = \lim_{x \rightarrow -3-0} \left(-\frac{x}{2} \right) = \frac{3}{2}$

(6) $2 \leq x < 3$ のとき $[x] = 2$ よって $\lim_{x \rightarrow 3-0} [x] = 2$



[13] 次の極限を求めよ。

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{|x|}$ (2) $\lim_{x \rightarrow -2+0} \frac{x+2}{|3x+6|}$ (3) $\lim_{x \rightarrow 2-0} \frac{1}{x-2}$

(4) $\lim_{x \rightarrow -1+0} \frac{1}{x^2-1}$ (5) $\lim_{x \rightarrow -1+0} \frac{2x+3}{x+1}$

[解答] (1) 0 (2) $\frac{1}{3}$ (3) $-\infty$ (4) $-\infty$ (5) ∞

[解説]

(1) $x < 0$ のとき $|x| = -x$

よって $\lim_{x \rightarrow -0} \frac{x^2}{|x|} = \lim_{x \rightarrow -0} \frac{x^2}{-x} = \lim_{x \rightarrow -0} (-x) = 0$

(2) $x > -2$ のとき $|3x+6| = 3x+6$

よって $\lim_{x \rightarrow -2+0} \frac{x+2}{|3x+6|} = \lim_{x \rightarrow -2+0} \frac{x+2}{3(x+2)} = \lim_{x \rightarrow -2+0} \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$

(3) $\lim_{x \rightarrow 2-0} \frac{1}{x-2} = -\infty$

(4) $x \rightarrow -1+0$ のとき $x^2 \rightarrow 1-0$

よって $\lim_{x \rightarrow -1+0} \frac{1}{x^2-1} = -\infty$

(5) $\frac{2x+3}{x+1} = \frac{1}{x+1} + 2$

$x \rightarrow -1+0$ のとき $\frac{1}{x+1} \rightarrow \infty$

よって $\lim_{x \rightarrow -1+0} \frac{2x+3}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1+0} \left(\frac{1}{x+1} + 2 \right) = \infty$

14 関数 $\frac{x}{(x-1)^3}$ について、 $x \rightarrow 1+0$ 、 $x \rightarrow 1-0$ 、 $x \rightarrow 1$ のときの極限を、それぞれ調べよ。

解答 順に ∞ 、 $-\infty$ 、極限はない

解説

$$x \rightarrow 1+0 \text{ のとき} \quad \frac{1}{(x-1)^3} \rightarrow \infty$$

$$\text{よって} \quad \lim_{x \rightarrow 1+0} \frac{x}{(x-1)^3} = \infty$$

$$x \rightarrow 1-0 \text{ のとき} \quad \frac{1}{(x-1)^3} \rightarrow -\infty$$

$$\text{よって} \quad \lim_{x \rightarrow 1-0} \frac{x}{(x-1)^3} = -\infty$$

ゆえに、 $\lim_{x \rightarrow 1+0} \frac{x}{(x-1)^3}$ と $\lim_{x \rightarrow 1-0} \frac{x}{(x-1)^3}$ は異なるから、 $x \rightarrow 1$ のときの極限はない。

15 関数 $[x]$ について、 $x \rightarrow 2-0$ 、 $x \rightarrow -3+0$ 、 $x \rightarrow 1$ のときの極限を、それぞれ調べよ。ただし、 $[x]$ は x を超えない最大の整数を表す。

解答 順に 1 、 -3 、極限はない

解説

$$1 \leq x < 2 \text{ のとき} \quad [x] = 1$$

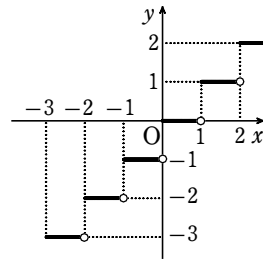
$$\text{よって} \quad \lim_{x \rightarrow 2-0} [x] = 1$$

$$-3 \leq x < -2 \text{ のとき} \quad [x] = -3$$

$$\text{よって} \quad \lim_{x \rightarrow -3+0} [x] = -3$$

$$\text{同様に考えると} \quad \lim_{x \rightarrow 1+0} [x] = 1, \quad \lim_{x \rightarrow 1-0} [x] = 0$$

$\lim_{x \rightarrow 1+0} [x]$ と $\lim_{x \rightarrow 1-0} [x]$ は異なるから、 $x \rightarrow 1$ のときの極限はない。



16 関数 $\frac{x^2+x-12}{|x-3|}$ について、 $x \rightarrow 3+0$ 、 $x \rightarrow 3-0$ 、 $x \rightarrow 3$ のときの極限を、それぞれ調べよ。

解答 順に 7 、 -7 、極限はない

解説

$$x > 3 \text{ のとき} \quad |x-3| = x-3$$

$$\begin{aligned} \text{よって} \quad \lim_{x \rightarrow 3+0} \frac{x^2+x-12}{|x-3|} &= \lim_{x \rightarrow 3+0} \frac{(x-3)(x+4)}{x-3} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3+0} (x+4) = 7 \end{aligned}$$

$$x < 3 \text{ のとき} \quad |x-3| = -(x-3)$$

$$\begin{aligned} \text{よって} \quad \lim_{x \rightarrow 3-0} \frac{x^2+x-12}{|x-3|} &= \lim_{x \rightarrow 3-0} \frac{(x-3)(x+4)}{-(x-3)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3-0} \{-(x+4)\} = -7 \end{aligned}$$

ゆえに、 $\lim_{x \rightarrow 3+0} \frac{x^2+x-12}{|x-3|}$ と $\lim_{x \rightarrow 3-0} \frac{x^2+x-12}{|x-3|}$ は異なるから、 $x \rightarrow 3$ のときの極限はない。

17 関数 $\frac{x^2-4}{|x-2|}$ について、 $x \rightarrow 2+0$ 、 $x \rightarrow 2-0$ 、 $x \rightarrow 2$ のときの極限を、それぞれ調べよ。

解答 順に 4 、 -4 、極限はない

解説

$$x > 2 \text{ のとき} \quad |x-2| = x-2$$

$$\begin{aligned} \text{よって} \quad \lim_{x \rightarrow 2+0} \frac{x^2-4}{|x-2|} &= \lim_{x \rightarrow 2+0} \frac{x^2-4}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2+0} \frac{(x+2)(x-2)}{x-2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2+0} (x+2) = 4 \end{aligned}$$

$$x < 2 \text{ のとき} \quad |x-2| = -(x-2)$$

$$\begin{aligned} \text{よって} \quad \lim_{x \rightarrow 2-0} \frac{x^2-4}{|x-2|} &= \lim_{x \rightarrow 2-0} \frac{x^2-4}{-(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 2-0} \frac{(x+2)(x-2)}{-(x-2)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2-0} \{-(x+2)\} = -4 \end{aligned}$$

ゆえに、 $\lim_{x \rightarrow 2+0} \frac{x^2-4}{|x-2|}$ と $\lim_{x \rightarrow 2-0} \frac{x^2-4}{|x-2|}$ は異なるから、 $x \rightarrow 2$ のときの極限はない。

18 次の極限を求めよ。

$$(1) \lim_{x \rightarrow 1-0} \frac{|x-1|}{x-1} \quad (2) \lim_{x \rightarrow 1+0} \frac{|x-1|}{x-1} \quad (3) \lim_{x \rightarrow 3-0} \frac{1}{x-3} \quad (4) \lim_{x \rightarrow 3+0} \frac{1}{x-3}$$

解答 (1) -1 (2) 1 (3) $-\infty$ (4) ∞

解説

$$(1) \quad x < 1 \text{ のとき} \quad |x-1| = -(x-1)$$

$$\text{よって} \quad \lim_{x \rightarrow 1-0} \frac{|x-1|}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1-0} \frac{-(x-1)}{x-1} = -1$$

$$(2) \quad x > 1 \text{ のとき} \quad |x-1| = x-1$$

$$\text{よって} \quad \lim_{x \rightarrow 1+0} \frac{|x-1|}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1+0} \frac{x-1}{x-1} = 1$$

$$(3) \quad \lim_{x \rightarrow 3-0} \frac{1}{x-3} = -\infty$$

$$(4) \quad \lim_{x \rightarrow 3+0} \frac{1}{x-3} = \infty$$

19 次の極限を求めよ。

$$(1) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+1}{(x-1)^2} \quad (2) \lim_{x \rightarrow 2-0} \frac{1}{x-2} \quad (3) \lim_{x \rightarrow 2+0} \frac{1}{x-2}$$

解答 (1) ∞ (2) $-\infty$ (3) ∞

解説

$$(1) \quad x \rightarrow 1 \text{ のとき} \quad x+1 \rightarrow 2, \quad \frac{1}{(x-1)^2} \rightarrow \infty$$

$$\text{よって} \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+1}{(x-1)^2} = \infty$$

$$(2) \quad \lim_{x \rightarrow 2-0} \frac{1}{x-2} = -\infty$$

$$(3) \quad \lim_{x \rightarrow 2+0} \frac{1}{x-2} = \infty$$

20 次の極限を調べよ。極限が存在する場合には、その極限を求めよ。

$$(1) \lim_{x \rightarrow -2-0} \frac{x^2+2x}{|x+2|} \quad (2) \lim_{x \rightarrow -2+0} \frac{x^2+2x}{|x+2|} \quad (3) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2+2x}{|x+2|}$$

解答 (1) 2 (2) -2 (3) 極限はない

解説

$$(1) \quad x < -2 \text{ のとき} \quad |x+2| = -(x+2)$$

$$\begin{aligned} \text{よって} \quad \lim_{x \rightarrow -2-0} \frac{x^2+2x}{|x+2|} &= \lim_{x \rightarrow -2-0} \frac{x(x+2)}{-(x+2)} \\ &= \lim_{x \rightarrow -2-0} (-x) = 2 \end{aligned}$$

$$(2) \quad x > -2 \text{ のとき} \quad |x+2| = x+2$$

$$\begin{aligned} \text{よって} \quad \lim_{x \rightarrow -2+0} \frac{x^2+2x}{|x+2|} &= \lim_{x \rightarrow -2+0} \frac{x(x+2)}{x+2} \\ &= \lim_{x \rightarrow -2+0} x = -2 \end{aligned}$$

(3) (1), (2) から、左側極限と右側極限が一致しない。
したがって、 $x \rightarrow -2$ のときの極限はない。

21 次の極限を求めよ。

$$(1) \lim_{x \rightarrow +0} \frac{x^2-5x}{|x|} \quad (2) \lim_{x \rightarrow 3+0} \frac{x^2-9}{|x-3|}$$

解答 (1) -5 (2) 6

解説

$$\begin{aligned} (1) \quad \lim_{x \rightarrow +0} \frac{x^2-5x}{|x|} &= \lim_{x \rightarrow +0} \frac{x^2-5x}{x} \\ &= \lim_{x \rightarrow +0} (x-5) = -5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad \lim_{x \rightarrow 3+0} \frac{x^2-9}{|x-3|} &= \lim_{x \rightarrow 3+0} \frac{(x+3)(x-3)}{x-3} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3+0} (x+3) = 6 \end{aligned}$$

22 次の極限を求めよ。

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2-x}{|x|} \quad (2) \lim_{x \rightarrow 4-0} \frac{x^2-16}{|x-4|}$$

解答 (1) 1 (2) -8

解説

$$\begin{aligned} (1) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2-x}{|x|} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2-x}{-x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} (-2x+1) = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad \lim_{x \rightarrow 4-0} \frac{x^2-16}{|x-4|} &= \lim_{x \rightarrow 4-0} \frac{(x+4)(x-4)}{-(x-4)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 4-0} \{-(x+4)\} = -8 \end{aligned}$$