極限クイズ

$\boxed{1}$ (1) $\displaystyle\lim_{x\to2}(x^2-4x-2)=2^2-4\cdot2-2=-6$

(2) $\displaystyle\lim_{x\to3}\frac{x^2-4x}{x-1}=\frac{3^2-4\cdot3}{3-1}=-\frac{3}{2}$

(3) $\displaystyle\lim_{x\to0}\sqrt{2x+3}=\sqrt{2\cdot0+3}=\sqrt{3}$

解説

$\boxed{2}$ 次の極限を求めよ。

(1) $\displaystyle\lim_{x\to1}(x^3-2x^2)$ (2) $\displaystyle\lim_{x\to-2}\frac{x+3}{(x-1)(x^2+3)}$ (3) $\displaystyle\lim_{x\to-1}\sqrt{-3x+5}$

解答 (1) -1 (2) $-\dfrac{1}{21}$ (3) $2\sqrt{2}$

解説

(1) $\displaystyle\lim_{x\to1}(x^3-2x^2)=1^3-2\cdot1^2=-1$

(2) $\displaystyle\lim_{x\to-2}\frac{x+3}{(x-1)(x^2+3)}=\frac{-2+3}{(-2-1)\{(-2)^2+3\}}=-\frac{1}{21}$

(3) $\displaystyle\lim_{x\to-1}\sqrt{-3x+5}=\sqrt{-3\cdot(-1)+5}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

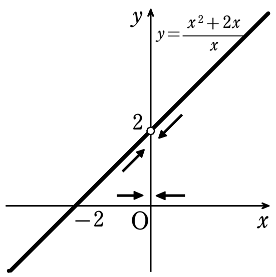
$\boxed{3}$ 関数 $f(x)=\dfrac{x^2+2x}{x}$ は，$x=0$ のとき定義されていない。

$x\neq0$ のとき

$$f(x)=\frac{x(x+2)}{x}=x+2$$

よって，x が 0 と異なる値をとりながら 0 に限りなく近づくとき，$f(x)$ の極限値は存在して

$$\lim_{x\to0}\frac{x^2+2x}{x}=\lim_{x\to0}(x+2)=2$$



解説

$\boxed{4}$ 次の極限を求めよ。

(1) $\displaystyle\lim_{x\to2}\frac{2x^2-5x+2}{x^2-4}$ (2) $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{1}{x}\left(1-\frac{1}{x+1}\right)$

解答 (1) $\dfrac{3}{4}$ (2) 1

解説

(1) $\displaystyle\lim_{x\to2}\frac{2x^2-5x+2}{x^2-4}=\lim_{x\to2}\frac{(2x-1)(x-2)}{(x+2)(x-2)}$
$\displaystyle=\lim_{x\to2}\frac{2x-1}{x+2}=\frac{3}{4}$

(2) $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{1}{x}\left(1-\frac{1}{x+1}\right)=\lim_{x\to0}\frac{1}{x}\cdot\frac{(x+1)-1}{x+1}$
$\displaystyle=\lim_{x\to0}\frac{1}{x}\cdot\frac{x}{x+1}$
$\displaystyle=\lim_{x\to0}\frac{1}{x+1}=1$

$\boxed{5}$ 次の極限を求めよ。

(1) $\displaystyle\lim_{x\to1}\frac{x-1}{x^3-1}$ (2) $\displaystyle\lim_{x\to-2}\frac{x^3+8}{x^2-4x-12}$ (3) $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{1}{x}\left(\frac{4}{x+2}-2\right)$

解答 (1) $\dfrac{1}{3}$ (2) $-\dfrac{3}{2}$ (3) -1

解説

(1) $\displaystyle\lim_{x\to1}\frac{x-1}{x^3-1}=\lim_{x\to1}\frac{x-1}{(x-1)(x^2+x+1)}$
$\displaystyle=\lim_{x\to1}\frac{1}{x^2+x+1}=\frac{1}{3}$

(2) $\displaystyle\lim_{x\to-2}\frac{x^3+8}{x^2-4x-12}=\lim_{x\to-2}\frac{(x+2)(x^2-2x+4)}{(x+2)(x-6)}$
$\displaystyle=\lim_{x\to-2}\frac{x^2-2x+4}{x-6}=-\frac{3}{2}$

(3) $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{1}{x}\left(\frac{4}{x+2}-2\right)=\lim_{x\to0}\frac{1}{x}\cdot\frac{-2x}{x+2}$
$\displaystyle=\lim_{x\to0}\left(-\frac{2}{x+2}\right)=-1$

$\boxed{6}$ 次の極限を求めよ。

(1) $\displaystyle\lim_{x\to1}\frac{x^3-2x^2+1}{x^2-3x+2}$ (2) $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{x}{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}$

(3) $\displaystyle\lim_{x\to1}\frac{\sqrt{x+3}-2}{x^2-1}$

解答 (1) 1 (2) 1 (3) $\dfrac{1}{8}$

解説

(1) $\displaystyle\lim_{x\to1}\frac{x^3-2x^2+1}{x^2-3x+2}=\lim_{x\to1}\frac{(x-1)(x^2-x-1)}{(x-1)(x-2)}$
$\displaystyle=\lim_{x\to1}\frac{x^2-x-1}{x-2}=\frac{-1}{-1}=1$

(2) $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{x}{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}=\lim_{x\to0}\frac{x(\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x})}{(\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x})(\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x})}$
$\displaystyle=\lim_{x\to0}\frac{x(\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x})}{(1+x)-(1-x)}$
$\displaystyle=\lim_{x\to0}\frac{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}}{2}=\frac{2}{2}=1$

(3) $\displaystyle\lim_{x\to1}\frac{\sqrt{x+3}-2}{x^2-1}=\lim_{x\to1}\frac{(\sqrt{x+3}-2)(\sqrt{x+3}+2)}{(x^2-1)(\sqrt{x+3}+2)}$
$\displaystyle=\lim_{x\to1}\frac{(x+3)-4}{(x+1)(x-1)(\sqrt{x+3}+2)}$
$\displaystyle=\lim_{x\to1}\frac{1}{(x+1)(\sqrt{x+3}+2)}=\frac{1}{2\cdot4}=\frac{1}{8}$

$\boxed{7}$ 次の極限を求めよ。[(1) 6 点 (2)(3) 各 7 点]

(1) $\displaystyle\lim_{x\to4}\log_2(x+4)$ (2) $\displaystyle\lim_{x\to3}\frac{x^2-5x+6}{x-3}$ (3) $\displaystyle\lim_{x\to1}\frac{x^2+x-2}{x^2-4x+3}$

解答 (1) $\displaystyle\lim_{x\to4}\log_2(x+4)=\log_2(4+4)=3$

(2) $\displaystyle\lim_{x\to3}\frac{x^2-5x+6}{x-3}=\lim_{x\to3}\frac{(x-2)(x-3)}{x-3}$
$\displaystyle=\lim_{x\to3}(x-2)=3-2=1$

(3) $\displaystyle\lim_{x\to1}\frac{x^2+x-2}{x^2-4x+3}=\lim_{x\to1}\frac{(x-1)(x+2)}{(x-1)(x-3)}$
$\displaystyle=\lim_{x\to1}\frac{x+2}{x-3}=-\frac{3}{2}$

解説

(1) $\displaystyle\lim_{x\to4}\log_2(x+4)=\log_2(4+4)=3$

(2) $\displaystyle\lim_{x\to3}\frac{x^2-5x+6}{x-3}=\lim_{x\to3}\frac{(x-2)(x-3)}{x-3}$
$\displaystyle=\lim_{x\to3}(x-2)=3-2=1$

(3) $\displaystyle\lim_{x\to1}\frac{x^2+x-2}{x^2-4x+3}=\lim_{x\to1}\frac{(x-1)(x+2)}{(x-1)(x-3)}$
$\displaystyle=\lim_{x\to1}\frac{x+2}{x-3}=-\frac{3}{2}$

$\boxed{8}$ 次の極限値を求めよ。

(1) $\displaystyle\lim_{x\to-2}\frac{x^3+x^2+4}{x^2+x-2}$ (2) $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{1}{x}\left\{1-\frac{4}{(x-2)^2}\right\}$ (3) $\displaystyle\lim_{x\to2}\frac{\sqrt{x+2}-2}{x-2}$

解答 (1) $-\dfrac{8}{3}$ (2) -1 (3) $\dfrac{1}{4}$

解説

(1) $\displaystyle\lim_{x\to-2}\frac{x^3+x^2+4}{x^2+x-2}=\lim_{x\to-2}\frac{(x+2)(x^2-x+2)}{(x+2)(x-1)}$
$\displaystyle=\lim_{x\to-2}\frac{x^2-x+2}{x-1}=-\frac{8}{3}$

(2) $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{1}{x}\left\{1-\frac{4}{(x-2)^2}\right\}=\lim_{x\to0}\left\{\frac{1}{x}\cdot\frac{(x-2)^2-4}{(x-2)^2}\right\}$
$\displaystyle=\lim_{x\to0}\frac{x(x-4)}{x(x-2)^2}$
$\displaystyle=\lim_{x\to0}\frac{x-4}{(x-2)^2}=\frac{-4}{4}=-1$

(3) $\displaystyle\lim_{x\to2}\frac{\sqrt{x+2}-2}{x-2}=\lim_{x\to2}\frac{(x+2)-4}{(x-2)(\sqrt{x+2}+2)}=\lim_{x\to2}\frac{1}{\sqrt{x+2}+2}=\frac{1}{2+2}=\frac{1}{4}$

$\boxed{9}$ 次の極限値を求めよ。

(1) $\displaystyle\lim_{x\to2}\frac{x^3-4x}{x^2+x-6}$　(2) $\displaystyle\lim_{x\to-2}\frac{x^3+3x^2-4}{x^3+8}$　(3) $\displaystyle\lim_{x\to1}\frac{1}{x-1}\left(x+1+\frac{2}{x-2}\right)$

(4) $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{x}$　(5) $\displaystyle\lim_{x\to2}\frac{\sqrt{2x+5}-\sqrt{4x+1}}{\sqrt{2x}-\sqrt{x+2}}$

解答　(1) $\frac{8}{5}$　(2) 0　(3) -1　(4) 1　(5) $-\frac{4}{3}$

解説

(1) $\displaystyle\lim_{x\to2}\frac{x^3-4x}{x^2+x-6}=\lim_{x\to2}\frac{x(x+2)(x-2)}{(x+3)(x-2)}=\lim_{x\to2}\frac{x(x+2)}{x+3}=\frac{8}{5}$

(2) $\displaystyle\lim_{x\to-2}\frac{x^3+3x^2-4}{x^3+8}=\lim_{x\to-2}\frac{(x+2)^2(x-1)}{(x+2)(x^2-2x+4)}$

$\displaystyle=\lim_{x\to-2}\frac{(x+2)(x-1)}{x^2-2x+4}=\frac{0}{12}=0$

(3) $\displaystyle\lim_{x\to1}\frac{1}{x-1}\left(x+1+\frac{2}{x-2}\right)$

$\displaystyle=\lim_{x\to1}\frac{1}{x-1}\cdot\frac{(x+1)(x-2)+2}{x-2}=\lim_{x\to1}\frac{x^2-x}{(x-1)(x-2)}$

$\displaystyle=\lim_{x\to1}\frac{x(x-1)}{(x-1)(x-2)}=\lim_{x\to1}\frac{x}{x-2}=\frac{1}{-1}=-1$

(4) $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{x}=\lim_{x\to0}\frac{(1+x)-(1-x)}{x(\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x})}$

$\displaystyle=\lim_{x\to0}\frac{2}{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}}=\frac{2}{2}=1$

(5) $\displaystyle\lim_{x\to2}\frac{\sqrt{2x+5}-\sqrt{4x+1}}{\sqrt{2x}-\sqrt{x+2}}=\lim_{x\to2}\frac{(2x+5)-(4x+1)}{2x-(x+2)}\cdot\frac{\sqrt{2x}+\sqrt{x+2}}{\sqrt{2x+5}+\sqrt{4x+1}}$

$\displaystyle=\lim_{x\to2}\frac{-2x+4}{x-2}\cdot\frac{\sqrt{2x}+\sqrt{x+2}}{\sqrt{2x+5}+\sqrt{4x+1}}$

$\displaystyle=(-2)\cdot\frac{\sqrt{4}+\sqrt{4}}{\sqrt{9}+\sqrt{9}}=-\frac{4}{3}$

$\boxed{10}$ 次の極限を求めよ。

(1) $\displaystyle\lim_{x\to2}(x^2+5x-8)$　(2) $\displaystyle\lim_{t\to0}(t+1)(2t-3)$　(3) $\displaystyle\lim_{x\to1}\frac{2x-1}{x+2}$

(4) $\displaystyle\lim_{x\to-2}\frac{x+3}{(x+1)(x^2-3)}$　(5) $\displaystyle\lim_{x\to3}\sqrt{x+1}$　(6) $\displaystyle\lim_{x\to0}2^x$

(7) $\displaystyle\lim_{x\to1}\log_2 x$

解答　(1) 6　(2) -3　(3) $\frac{1}{3}$　(4) -1　(5) 2　(6) 1　(7) 0

解説

(1) $\displaystyle\lim_{x\to2}(x^2+5x-8)=2^2+5\cdot2-8=6$

(2) $\displaystyle\lim_{t\to0}(t+1)(2t-3)=1\cdot(-3)=-3$

(3) $\displaystyle\lim_{x\to1}\frac{2x-1}{x+2}=\frac{2-1}{1+2}=\frac{1}{3}$

(4) $\displaystyle\lim_{x\to-2}\frac{x+3}{(x+1)(x^2-3)}=\frac{-2+3}{(-2+1)\cdot(4-3)}=-1$

(5) $\displaystyle\lim_{x\to3}\sqrt{x+1}=\sqrt{4}=2$

(6) $\displaystyle\lim_{x\to0}2^x=2^0=1$

(7) $\displaystyle\lim_{x\to1}\log_2 x=\log_2 1=0$

$\boxed{11}$ 次の極限を求めよ。

(1) $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{x^2+3x}{x}$　(2) $\displaystyle\lim_{t\to-2}\frac{t^3+8}{t+2}$　(3) $\displaystyle\lim_{x\to\frac{1}{2}}\frac{2x^2-5x+2}{2x-1}$

(4) $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{(x+2)^2-4}{x}$　(5) $\displaystyle\lim_{x\to-1}\frac{x^3+x+2}{x^2+x}$　(6) $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{1}{x}\left(\frac{6}{x+3}-2\right)$

解答　(1) 3　(2) 12　(3) $-\frac{3}{2}$　(4) 4　(5) -4　(6) $-\frac{2}{3}$

解説

(1) $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{x^2+3x}{x}=\lim_{x\to0}\frac{x(x+3)}{x}=\lim_{x\to0}(x+3)=3$

(2) $\displaystyle\lim_{t\to-2}\frac{t^3+8}{t+2}=\lim_{t\to-2}\frac{(t+2)(t^2-2t+4)}{t+2}=\lim_{t\to-2}(t^2-2t+4)=12$

(3) $\displaystyle\lim_{x\to\frac{1}{2}}\frac{2x^2-5x+2}{2x-1}=\lim_{x\to\frac{1}{2}}\frac{(2x-1)(x-2)}{2x-1}=\lim_{x\to\frac{1}{2}}(x-2)=-\frac{3}{2}$

(4) $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{(x+2)^2-4}{x}=\lim_{x\to0}\frac{x^2+4x}{x}=\lim_{x\to0}(x+4)=4$

(5) $\displaystyle\lim_{x\to-1}\frac{x^3+x+2}{x^2+x}=\lim_{x\to-1}\frac{(x+1)(x^2-x+2)}{x(x+1)}=\lim_{x\to-1}\frac{x^2-x+2}{x}=-4$

(6) $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{1}{x}\left(\frac{6}{x+3}-2\right)=\lim_{x\to0}\frac{1}{x}\cdot\frac{6-2(x+3)}{x+3}=\lim_{x\to0}\frac{-2x}{x(x+3)}=\lim_{x\to0}\frac{-2}{x+3}=-\frac{2}{3}$

$\boxed{12}$ 次の極限を求めよ。

(1) $\displaystyle\lim_{x\to3}\frac{2x^2-x-15}{x^2-8x+15}$　(2) $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{1}{x}\left(\frac{12}{x-4}+3\right)$

(3) $\displaystyle\lim_{x\to2}\frac{x-2}{\sqrt{x+7}-3}$　(4) $\displaystyle\lim_{x\to-3}\frac{5x^3}{(x+3)^2}$

解答　(1) $-\frac{11}{2}$　(2) $-\frac{3}{4}$　(3) 6　(4) $-\infty$

解説

(1) $\displaystyle\lim_{x\to3}\frac{2x^2-x-15}{x^2-8x+15}=\lim_{x\to3}\frac{(x-3)(2x+5)}{(x-3)(x-5)}=\lim_{x\to3}\frac{2x+5}{x-5}$

$\displaystyle=\frac{2\cdot3+5}{3-5}=-\frac{11}{2}$

(2) $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{1}{x}\left(\frac{12}{x-4}+3\right)=\lim_{x\to0}\frac{1}{x}\cdot\frac{12+3(x-4)}{x-4}=\lim_{x\to0}\frac{1}{x}\cdot\frac{3x}{x-4}$

$\displaystyle=\lim_{x\to0}\frac{3}{x-4}=-\frac{3}{4}$

(3) $\displaystyle\lim_{x\to2}\frac{x-2}{\sqrt{x+7}-3}=\lim_{x\to2}\frac{(x-2)(\sqrt{x+7}+3)}{(\sqrt{x+7}-3)(\sqrt{x+7}+3)}$

$\displaystyle=\lim_{x\to2}\frac{(x-2)(\sqrt{x+7}+3)}{(x+7)-9}=\lim_{x\to2}\frac{(x-2)(\sqrt{x+7}+3)}{x-2}$

$\displaystyle=\lim_{x\to2}(\sqrt{x+7}+3)=3+3=6$

(4) $x\longrightarrow-3$ のとき　$5x^3\longrightarrow-135$,　$\dfrac{1}{(x+3)^2}\longrightarrow\infty$

よって　$\displaystyle\lim_{x\to-3}\frac{5x^3}{(x+3)^2}=-\infty$

$\boxed{13}$ 次の極限を求めよ。

(1) $\displaystyle\lim_{x\to2}(x^2+2x+5)$　(2) $\displaystyle\lim_{x\to1}\frac{3x-4}{x+5}$　(3) $\displaystyle\lim_{x\to5}\sqrt{3x+1}$

解答　(1) 13　(2) $-\frac{1}{6}$　(3) 4

解説

(1) $\displaystyle\lim_{x\to2}(x^2+2x+5)=2^2+2\cdot2+5=13$

(2) $\displaystyle\lim_{x\to1}\frac{3x-4}{x+5}=\frac{3\cdot1-4}{1+5}=-\frac{1}{6}$

(3) $\displaystyle\lim_{x\to5}\sqrt{3x+1}=\sqrt{3\cdot5+1}=4$

$\boxed{14}$ 次の極限を求めよ。

(1) $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{x^2+3x}{x}$　(2) $\displaystyle\lim_{x\to\frac{1}{2}}\frac{2x^2-5x+2}{2x-1}$　(3) $\displaystyle\lim_{t\to-2}\frac{t^3+8}{t+2}$

(4) $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{(x+1)^2-1}{x}$　(5) $\displaystyle\lim_{x\to-1}\frac{x^3+x+2}{x^2+x}$　(6) $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{1}{x}\left(\frac{4}{x+2}-2\right)$

解答　(1) 3　(2) $-\frac{3}{2}$　(3) 12　(4) 2　(5) -4　(6) -1

解説

(1) $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{x^2+3x}{x}=\lim_{x\to0}(x+3)=3$

(2) $\displaystyle\lim_{x\to\frac{1}{2}}\frac{2x^2-5x+2}{2x-1}=\lim_{x\to\frac{1}{2}}\frac{(2x-1)(x-2)}{2x-1}=\lim_{x\to\frac{1}{2}}(x-2)=-\frac{3}{2}$

(3) $\displaystyle\lim_{t\to-2}\frac{t^3+8}{t+2}=\lim_{t\to-2}\frac{(t+2)(t^2-2t+4)}{t+2}=\lim_{t\to-2}(t^2-2t+4)=12$

(4) $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{(x+1)^2-1}{x}=\lim_{x\to0}\frac{x^2+2x}{x}=\lim_{x\to0}(x+2)=2$

(5) $\displaystyle\lim_{x\to-1}\frac{x^3+x+2}{x^2+x}=\lim_{x\to-1}\frac{(x+1)(x^2-x+2)}{x(x+1)}=\lim_{x\to-1}\frac{x^2-x+2}{x}=-4$

(6) $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{1}{x}\left(\frac{4}{x+2}-2\right)=\lim_{x\to0}\left\{\frac{1}{x}\cdot\frac{4-2(x+2)}{x+2}\right\}=\lim_{x\to0}\left(\frac{1}{x}\cdot\frac{-2x}{x+2}\right)=\lim_{x\to0}\frac{-2}{x+2}=-1$

$\boxed{15}$ 次の極限を求めよ。

(1) $\displaystyle\lim_{x\to2}(3x^2-6x+2)$　(2) $\displaystyle\lim_{t\to-3}t(t^2-5)$

(3) $\displaystyle\lim_{x\to-1}\frac{3x-1}{(x+2)(x^2+1)}$　(4) $\displaystyle\lim_{x\to1}\sqrt{7-4x}$

(5) $\displaystyle\lim_{x\to3}\log_3 x$　(6) $\displaystyle\lim_{x\to-\frac{\pi}{4}}\frac{1}{\tan x}$

解答　(1) 2　(2) -12　(3) -2　(4) $\sqrt{3}$　(5) 1　(6) -1

解説

(1) $\displaystyle\lim_{x\to2}(3x^2-6x+2)=3\cdot2^2-6\cdot2+2=2$

(2) $\displaystyle\lim_{t\to-3} t(t^2-5)=-3\{(-3)^2-5\}=-12$

(3) $\displaystyle\lim_{x\to-1}\frac{3x-1}{(x+2)(x^2+1)}=\frac{3(-1)-1}{(-1+2)\{(-1)^2+1\}}=-2$

(4) $\displaystyle\lim_{x\to1}\sqrt{7-4x}=\sqrt{7-4\cdot1}=\sqrt{3}$

(5) $\displaystyle\lim_{x\to3}\log_3 x=\log_3 3=1$

(6) $\displaystyle\lim_{x\to-\frac{\pi}{4}}\frac{1}{\tan x}=\frac{1}{\tan\left(-\frac{\pi}{4}\right)}=-1$

$\boxed{16}$ 次の極限を求めよ。

(1) $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{x}{x^2-x}$　(2) $\displaystyle\lim_{x\to1}\frac{x^2-3x+2}{x-1}$

(3) $\displaystyle\lim_{x\to-\frac{1}{3}}\frac{3x^2-2x-1}{3x+1}$　(4) $\displaystyle\lim_{x\to2}\frac{x^3-x^2-2x}{x^2-3x+2}$

(5) $\displaystyle\lim_{x\to-1}\frac{x+1}{x^3-x^2-x+1}$　(6) $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{1}{x}\left(\frac{12}{x-4}+3\right)$

解答　(1) -1　(2) -1　(3) $-\frac{4}{3}$　(4) 6　(5) $\frac{1}{4}$　(6) $-\frac{3}{4}$

解説

(1) $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{x}{x^2-x}=\lim_{x\to0}\frac{x}{x(x-1)}=\lim_{x\to0}\frac{1}{x-1}=\frac{1}{-1}=-1$

(2) $\displaystyle\lim_{x\to1}\frac{x^2-3x+2}{x-1}=\lim_{x\to1}\frac{(x-1)(x-2)}{x-1}=\lim_{x\to1}(x-2)=1-2=-1$

(3) $\displaystyle\lim_{x\to-\frac{1}{3}}\frac{3x^2-2x-1}{3x+1}=\lim_{x\to-\frac{1}{3}}\frac{(x-1)(3x+1)}{3x+1}=\lim_{x\to-\frac{1}{3}}(x-1)=-\frac{1}{3}-1=-\frac{4}{3}$

(4) $\displaystyle\lim_{x\to2}\frac{x^3-x^2-2x}{x^2-3x+2}=\lim_{x\to2}\frac{x(x+1)(x-2)}{(x-1)(x-2)}=\lim_{x\to2}\frac{x(x+1)}{x-1}=\frac{2(2+1)}{2-1}=6$

(5) $\displaystyle\lim_{x\to-1}\frac{x+1}{x^3-x^2-x+1}=\lim_{x\to-1}\frac{x+1}{(x+1)(x-1)^2}=\lim_{x\to-1}\frac{1}{(x-1)^2}=\frac{1}{(-1-1)^2}=\frac{1}{4}$

(6) $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{1}{x}\left(\frac{12}{x-4}+3\right)=\lim_{x\to0}\left\{\frac{1}{x}\cdot\frac{12+3(x-4)}{x-4}\right\}$

$\displaystyle=\lim_{x\to0}\left(\frac{1}{x}\cdot\frac{3x}{x-4}\right)=\lim_{x\to0}\frac{3}{x-4}=\frac{3}{-4}=-\frac{3}{4}$

$\boxed{17}$ 次の極限値を求めよ。

(1) $\displaystyle\lim_{x\to2}(x^2+1)$　(2) $\displaystyle\lim_{h\to0}(6+h)$　(3) $\displaystyle\lim_{h\to0}(12+6h+h^2)$

解答　(1) 5　(2) 6　(3) 12

解説

(1) $\displaystyle\lim_{x\to2}(x^2+1)=5$

(2) $\displaystyle\lim_{h\to0}(6+h)=6$

(3) $\displaystyle\lim_{h\to0}(12+6h+h^2)=12$

$\boxed{18}$ $\displaystyle\lim_{x\to3}(x^2-2x+4)=3^2-2\cdot3+4=7$

解説

$\boxed{19}$ 次の極限値を求めよ。

(1) $\displaystyle\lim_{x\to2}(2x^2-3x-1)$　(2) $\displaystyle\lim_{x\to-1}(3x^3-x^2-5x+2)$

解答　(1) 1　(2) 3

解説

(1) 与式$=2\cdot2^2-3\cdot2-1=1$

(2) 与式$=3\cdot(-1)^3-(-1)^2-5\cdot(-1)+2=3$

$\boxed{20}$ $f(x)=\dfrac{x^2-4}{x-2}$ について，$f(x)$ は

$x=2$ では定義されない。

しかし，$x\neq2$ のとき

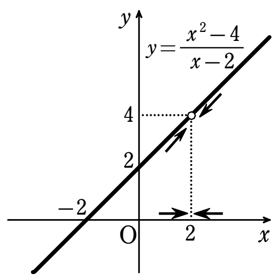
$f(x)=\dfrac{(x+2)(x-2)}{x-2}=x+2$

よって，x が 2 と異なる値をとり

ながら 2 に限りなく近づくとき，

$f(x)$ の極限値は存在し，次のようになる。

$$\lim_{x\to2}\frac{x^2-4}{x-2}=\lim_{x\to2}(x+2)=2+2=4$$



解説

$\boxed{21}$ 次の極限値を求めよ。

(1) $\displaystyle\lim_{x\to-3}\frac{x^2-9}{x+3}$　(2) $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{x^3}{x}$

解答　(1) -6　(2) 0

解説

(1) 与式$=\displaystyle\lim_{x\to-3}\frac{(x+3)(x-3)}{x+3}=\lim_{x\to-3}(x-3)=-6$

(2) 与式$=\displaystyle\lim_{x\to0}x^2=0$

$\boxed{22}$ (1) $\displaystyle\lim_{x\to3}\frac{2x}{x-5}=\frac{6}{-2}=-3$

(2) $\displaystyle\lim_{x\to2}\frac{2x^2-5x+2}{x^2-4}=\lim_{x\to2}\frac{(x-2)(2x-1)}{(x+2)(x-2)}$

$\displaystyle=\lim_{x\to2}\frac{2x-1}{x+2}=\frac{3}{4}$

(3) $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{1}{x}\left(\frac{1}{x-1}+1\right)=\lim_{x\to0}\frac{1}{x}\cdot\frac{x}{x-1}$

$\displaystyle=\lim_{x\to0}\frac{1}{x-1}=-1$

解説

$\boxed{23}$ 次の極限値を求めよ。

(1) $\displaystyle\lim_{x\to1}\frac{3x+1}{2x-3}$　(2) $\displaystyle\lim_{x\to-2}\frac{x^2+3x+2}{x^2+2x}$　(3) $\displaystyle\lim_{x\to2}\frac{1}{x-2}\left(1-\frac{2}{x}\right)$

解答　(1) -4　(2) $\frac{1}{2}$　(3) $\frac{1}{2}$

解説

(1) 与式$=\dfrac{4}{-1}=-4$

(2) 与式$=\displaystyle\lim_{x\to-2}\frac{(x+1)(x+2)}{x(x+2)}=\lim_{x\to-2}\frac{x+1}{x}=\frac{-1}{-2}=\frac{1}{2}$

(3) 与式$=\displaystyle\lim_{x\to2}\frac{1}{x-2}\cdot\frac{x-2}{x}=\lim_{x\to2}\frac{1}{x}=\frac{1}{2}$

$\boxed{24}$ 次の極限値を求めよ。

(1) $\displaystyle\lim_{x\to1}2x^2$　(2) $\displaystyle\lim_{x\to3}(x^2+x)$　(3) $\displaystyle\lim_{x\to-1}(3x^2-1)$

解答　(1) 2　(2) 12　(3) 2

解説

(1) $\displaystyle\lim_{x\to1}2x^2=2\cdot1^2=2$

(2) $\displaystyle\lim_{x\to3}(x^2+x)=3^2+3=12$

(3) $\displaystyle\lim_{x\to-1}(3x^2-1)=3\cdot(-1)^2-1=2$

$\boxed{25}$ 次の極限値を求めよ。

(1) $\displaystyle\lim_{x\to1}\frac{x^2-1}{x-1}$　(2) $\displaystyle\lim_{x\to2}\frac{3x^2-4x-4}{2x^2-7x+6}$　(3) $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{\sqrt{x+4}-2}{x}$

解答　(1) 2　(2) 8　(3) $\frac{1}{4}$

解説

(1) $\displaystyle\lim_{x\to1}\frac{x^2-1}{x-1}=\lim_{x\to1}\frac{(x+1)(x-1)}{x-1}=\lim_{x\to1}(x+1)=1+1=2$

(2) $\displaystyle\lim_{x\to2}\frac{3x^2-4x-4}{2x^2-7x+6}=\lim_{x\to2}\frac{(x-2)(3x+2)}{(x-2)(2x-3)}=\lim_{x\to2}\frac{3x+2}{2x-3}=8$

(3) $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{\sqrt{x+4}-2}{x}=\lim_{x\to0}\frac{(\sqrt{x+4}-2)(\sqrt{x+4}+2)}{x(\sqrt{x+4}+2)}=\lim_{x\to0}\frac{x}{x(\sqrt{x+4}+2)}$

$\displaystyle=\lim_{x\to0}\frac{1}{\sqrt{x+4}+2}=\frac{1}{4}$

$\boxed{26}$ 次の極限値を求めよ。

(1) $\displaystyle\lim_{x\to1}(x^3+5x-2)$　(2) $\displaystyle\lim_{x\to4}\frac{x^2-16}{x-4}$　(3) $\displaystyle\lim_{x\to-2}\frac{x^3+8}{x+2}$

(4) $\displaystyle\lim_{x\to3}\frac{x^2-2x-3}{x^2-x-6}$　(5) $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{1}{x}\left(\frac{1}{x+4}-\frac{1}{4}\right)$　(6) $\displaystyle\lim_{x\to9}\frac{\sqrt{x}-3}{x-9}$

解答　(1)　4　(2)　8　(3)　12　(4)　$\frac{4}{5}$　(5)　$-\frac{1}{16}$　(6)　$\frac{1}{6}$

解説

(1)　$\lim_{x\to 1}(x^3+5x-2)=1^3+5\cdot 1-2=4$

(2)　$\lim_{x\to 4}\frac{x^2-16}{x-4}=\lim_{x\to 4}\frac{(x+4)(x-4)}{x-4}=\lim_{x\to 4}(x+4)=8$

(3)　$\lim_{x\to -2}\frac{x^3+8}{x+2}=\lim_{x\to -2}\frac{(x+2)(x^2-2x+4)}{x+2}=\lim_{x\to -2}(x^2-2x+4)=12$

(4)　$\lim_{x\to 3}\frac{x^2-2x-3}{x^2-x-6}=\lim_{x\to 3}\frac{(x+1)(x-3)}{(x+2)(x-3)}=\lim_{x\to 3}\frac{x+1}{x+2}=\frac{4}{5}$

(5)　$\lim_{x\to 0}\frac{1}{x}\left(\frac{1}{x+4}-\frac{1}{4}\right)=\lim_{x\to 0}\frac{1}{x}\cdot\frac{4-(x+4)}{4(x+4)}=\lim_{x\to 0}\frac{1}{x}\cdot\frac{-x}{4(x+4)}$

$=\lim_{x\to 0}\frac{-1}{4(x+4)}=-\frac{1}{16}$

(6)　$\lim_{x\to 9}\frac{\sqrt{x}-3}{x-9}=\lim_{x\to 9}\frac{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}{(x-9)(\sqrt{x}+3)}=\lim_{x\to 9}\frac{x-9}{(x-9)(\sqrt{x}+3)}$

$=\lim_{x\to 9}\frac{1}{\sqrt{x}+3}=\frac{1}{6}$

27　次の極限値を求めよ。

(1)　$\lim_{x\to 2}(2x+3)$　(2)　$\lim_{h\to 0}(27+9h+h^2)$

(3)　$\lim_{h\to 0}\frac{h^2-2h}{h}$　(4)　$\lim_{h\to 0}\frac{h^3-10h^2+8h}{h}$

解答　(1)　7　(2)　27　(3)　-2　(4)　8

解説

(1)　与式$=2\cdot 2+3=7$

(2)　与式$=27+9\cdot 0+0^2=27$

(3)　与式$=\lim_{h\to 0}(h-2)=0-2=-2$

(4)　与式$=\lim_{h\to 0}(h^2-10h+8)=0^2-10\cdot 0+8=8$

28　次の極限値を求めよ。

(1)　$\lim_{x\to -1}(x^2+x)$　(2)　$\lim_{x\to -2}(x^2+1)(x-1)$　(3)　$\lim_{x\to -1}\frac{x^2+1}{x-2}$

(4)　$\lim_{x\to 1}\frac{x^3-1}{x-1}$　(5)　$\lim_{x\to 2}\frac{x^2-x-2}{x^2+x-6}$　(6)　$\lim_{x\to -3}\frac{1}{x+3}\left(\frac{12}{x-3}+2\right)$

解答　(1)　0　(2)　-15　(3)　$-\frac{2}{3}$　(4)　3　(5)　$\frac{3}{5}$　(6)　$-\frac{1}{3}$

解説

(1)　$\lim_{x\to -1}(x^2+x)=(-1)^2+(-1)=0$

(2)　$\lim_{x\to -2}(x^2+1)(x-1)=\{(-2)^2+1\}(-2-1)=-15$

(3)　$\lim_{x\to -1}\frac{x^2+1}{x-2}=\frac{(-1)^2+1}{-1-2}=-\frac{2}{3}$

(4)　$\lim_{x\to 1}\frac{x^3-1}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x^2+x+1)}{x-1}=\lim_{x\to 1}(x^2+x+1)=1^2+1+1=3$

(5)　$\lim_{x\to 2}\frac{x^2-x-2}{x^2+x-6}=\lim_{x\to 2}\frac{(x+1)(x-2)}{(x-2)(x+3)}=\lim_{x\to 2}\frac{x+1}{x+3}=\frac{2+1}{2+3}=\frac{3}{5}$

(6)　$\lim_{x\to -3}\frac{1}{x+3}\left(\frac{12}{x-3}+2\right)=\lim_{x\to -3}\frac{1}{x+3}\cdot\frac{2(x+3)}{x-3}=\lim_{x\to -3}\frac{2}{x-3}$

$=\frac{2}{-3-3}=-\frac{1}{3}$