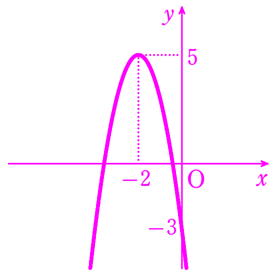
頂点の座標クイズ

$\boxed{1}$ 2 次関数 $y=-2x^2-8x-3$ のグラフをかけ。また，その軸と頂点を求めよ。

解答　[図]，軸は直線 $x=-2$，頂点は点 $(-2,\ 5)$



解説

$-2x^2-8x-3$

$=-2(x^2+4x)-3$

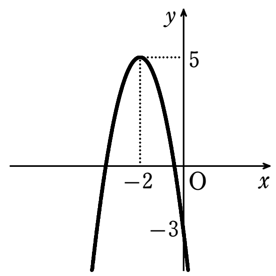
$=-2\{(x+2)^2-2^2\}-3$

$=-2(x+2)^2+5$

よって　　$y=-2(x+2)^2+5$

したがって，この関数のグラフは右の図のような放物線である。

また，軸は直線 $x=-2$，頂点は点 $(-2,\ 5)$ である。



$\boxed{2}$ 次の 2 次関数のグラフをかけ。また，その軸と頂点を求めよ。

(1)　$y=x^2-6x+4$　　(2)　$y=2x^2+4x+3$

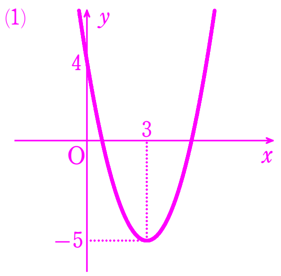
(3)　$y=-2x^2+8x-4$　　(4)　$y=-3x^2-6x-5$

(5)　$y=2x^2-2x+2$　　(6)　$y=-\dfrac{1}{2}x^2-3x$

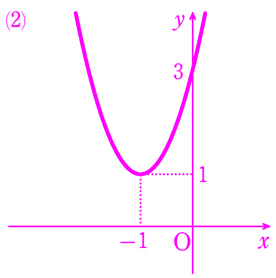
解答　(1)　[図]，軸は直線 $x=3$，頂点は点 $(3,\ -5)$

(2)　[図]，軸は直線 $x=-1$，頂点は点 $(-1,\ 1)$

(1)



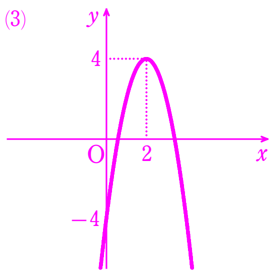
(2)



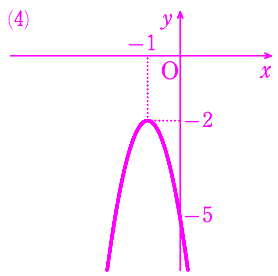
(3)　[図]，軸は直線 $x=2$，頂点は点 $(2,\ 4)$

(4)　[図]，軸は直線 $x=-1$，頂点は点 $(-1,\ -2)$

(3)



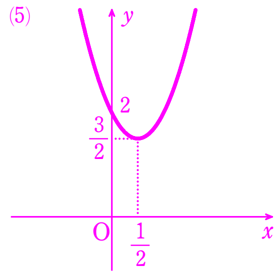
(4)



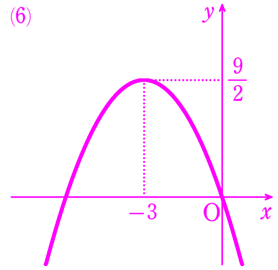
(5)　[図]，軸は直線 $x=\dfrac{1}{2}$，頂点は点 $\left(\dfrac{1}{2},\ \dfrac{3}{2}\right)$

(6)　[図]，軸は直線 $x=-3$，頂点は点 $\left(-3,\ \dfrac{9}{2}\right)$

(5)



(6)



解説

(1)　$x^2-6x+4=(x-3)^2-3^2+4$

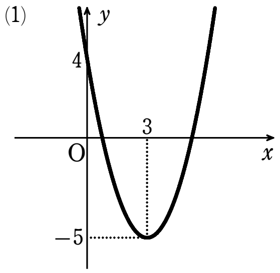
$=(x-3)^2-5$

よって　　$y=(x-3)^2-5$

したがって，この関数のグラフは右の図のような放物線である。

また，軸は直線 $x=3$，頂点は点 $(3,\ -5)$ である。

(1)



(2)　$2x^2+4x+3=2(x^2+2x)+3$

$=2\{(x+1)^2-1^2\}+3$

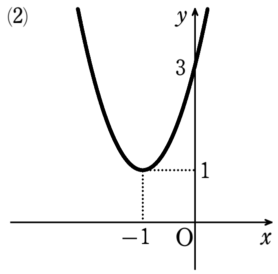
$=2(x+1)^2+1$

よって　　$y=2(x+1)^2+1$

したがって，この関数のグラフは右の図のような放物線である。

また，軸は直線 $x=-1$，頂点は点 $(-1,\ 1)$ である。

(2)



(3)　$-2x^2+8x-4=-2(x^2-4x)-4$

$=-2\{(x-2)^2-2^2\}-4$

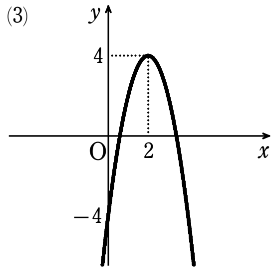
$=-2(x-2)^2+4$

よって　　$y=-2(x-2)^2+4$

したがって，この関数のグラフは右の図のような放物線である。

また，軸は直線 $x=2$，頂点は点 $(2,\ 4)$ である。

(3)



(4)　$-3x^2-6x-5=-3(x^2+2x)-5$

$=-3\{(x+1)^2-1^2\}-5$

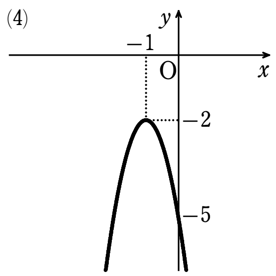
$=-3(x+1)^2-2$

よって　　$y=-3(x+1)^2-2$

したがって，この関数のグラフは右の図のような放物線である。

また，軸は直線 $x=-1$，頂点は点 $(-1,\ -2)$ である。

(4)



(5)　$2x^2-2x+2=2(x^2-x)+2$

$=2\left\{\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2-\left(\dfrac{1}{2}\right)^2\right\}+2$

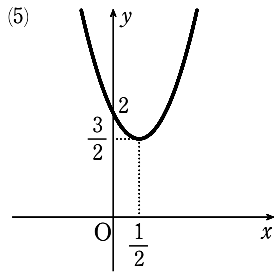
$=2\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{3}{2}$

よって　　$y=2\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{3}{2}$

したがって，この関数のグラフは右の図のような放物線である。

また，軸は直線 $x=\dfrac{1}{2}$，頂点は点 $\left(\dfrac{1}{2},\ \dfrac{3}{2}\right)$ である。

(5)



(6)　$-\dfrac{1}{2}x^2-3x=-\dfrac{1}{2}(x^2+6x)$

$=-\dfrac{1}{2}\{(x+3)^2-3^2\}$

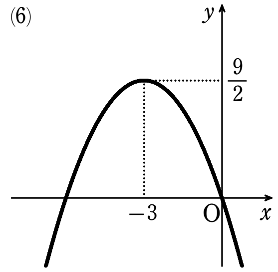
$=-\dfrac{1}{2}(x+3)^2+\dfrac{9}{2}$

よって　　$y=-\dfrac{1}{2}(x+3)^2+\dfrac{9}{2}$

したがって，この関数のグラフは右の図のような放物線である。

また，軸は直線 $x=-3$，頂点は点 $\left(-3,\ \dfrac{9}{2}\right)$ である。

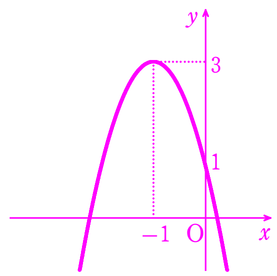
(6)



$\boxed{3}$ 次の 2 次関数のグラフをかけ。また，その軸と頂点を求めよ。

$$y=-2x^2-4x+1$$

解答　[図]，軸は直線 $x=-1$，頂点は点 $(-1,\ 3)$



解説

$-2x^2-4x+1=-2(x^2+2x)+1$

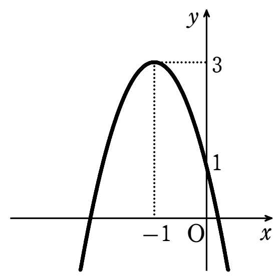
$=-2\{(x+1)^2-1^2\}+1$

$=-2(x+1)^2+3$

よって　　$y=-2(x+1)^2+3$

したがって，この関数のグラフは右の図のような放物線である。

その軸は直線 $x=-1$，頂点は点 $(-1,\ 3)$ である。



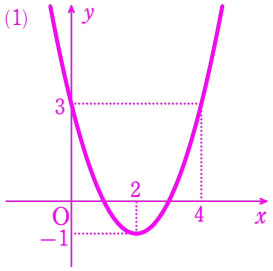
$\boxed{4}$ 次の 2 次関数のグラフをかけ。また，その軸と頂点を求めよ。

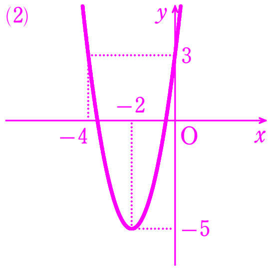
(1)　$y=x^2-4x+3$　　(2)　$y=2x^2+8x+3$

(3)　$y=-3x^2+6x+1$　　(4)　$y=-x^2-3x$

解答　(1)　グラフは [図]。軸は直線 $x=2$，頂点は点 $(2,\ -1)$

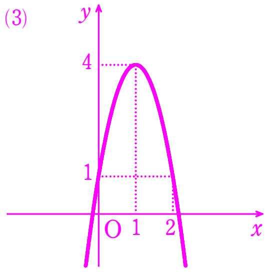
(2)　グラフは [図]。軸は直線 $x=-2$，頂点は点 $(-2,\ -5)$

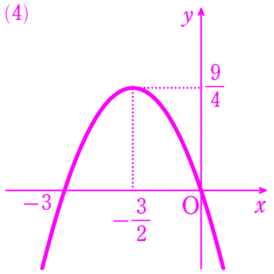
(1)


(2)


(3)　グラフは [図]。軸は直線 $x=1$，頂点は点 $(1,\ 4)$

(4)　グラフは [図]。軸は直線 $x=-\frac{3}{2}$，頂点は点 $\left(-\frac{3}{2},\ \frac{9}{4}\right)$

(3)


(4)


解説

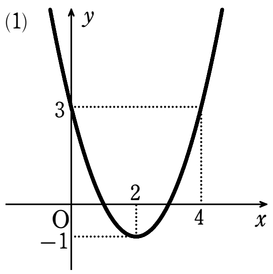
(1)　$x^2-4x+3=\{(x-2)^2-2^2\}+3$

$=(x-2)^2-1$

よって　　$y=(x-2)^2-1$

したがって，この関数のグラフは右の図のような放物線である。

その軸は直線 $x=2$，頂点は点 $(2,\ -1)$ である。

(1)


(2)　$2x^2+8x+3=2(x^2+4x)+3$

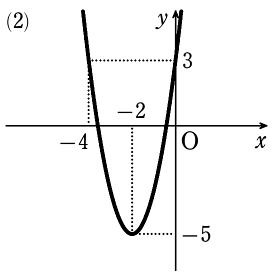
$=2\{(x+2)^2-2^2\}+3$

$=2(x+2)^2-5$

よって　　$y=2(x+2)^2-5$

したがって，この関数のグラフは右の図のような放物線である。

その軸は直線 $x=-2$，頂点は点 $(-2,\ -5)$ である。

(2)


(3)　$-3x^2+6x+1=-3(x^2-2x)+1$

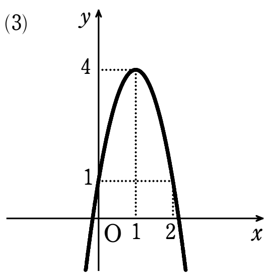
$=-3\{(x-1)^2-1^2\}+1$

$=-3(x-1)^2+4$

よって　　$y=-3(x-1)^2+4$

したがって，この関数のグラフは右の図のような放物線である。

その軸は直線 $x=1$，頂点は点 $(1,\ 4)$ である。

(3)


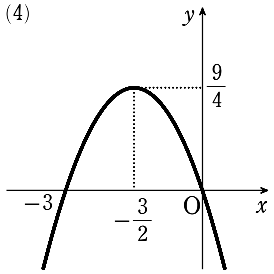
(4)　$-x^2-3x=-(x^2+3x)=-\left\{\left(x+\frac{3}{2}\right)^2-\left(\frac{3}{2}\right)^2\right\}$

$=-\left(x+\frac{3}{2}\right)^2+\frac{9}{4}$

よって　　$y=-\left(x+\frac{3}{2}\right)^2+\frac{9}{4}$

したがって，この関数のグラフは右の図のような放物線である。

その軸は直線 $x=-\frac{3}{2}$，頂点は点 $\left(-\frac{3}{2},\ \frac{9}{4}\right)$ である。

(4)


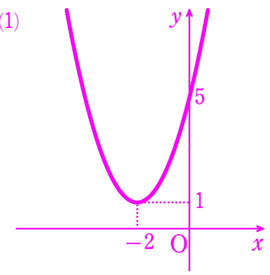
5 次の 2 次関数のグラフをかき，その軸と頂点を求めよ。

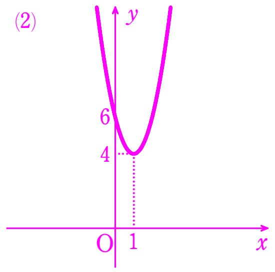
(1)　$y=(x+2)^2+1$　　(2)　$y=2x^2-4x+6$　　(3)　$y=-2x^2-6x+8$

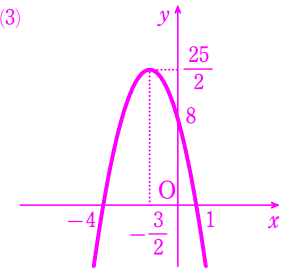
解答　(1)　[図]，軸は 直線 $x=-2$，頂点は 点 $(-2,\ 1)$

(2)　[図]，軸は 直線 $x=1$，頂点は 点 $(1,\ 4)$

(3)　[図]，軸は 直線 $x=-\frac{3}{2}$，頂点は 点 $\left(-\frac{3}{2},\ \frac{25}{2}\right)$

(1)


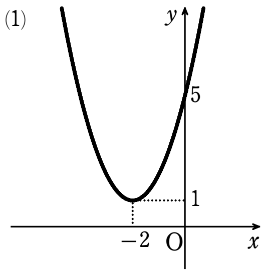
(2)


(3)


解説

(1)　グラフは図 (1)

軸は 直線 $x=-2$，頂点は 点 $(-2,\ 1)$

(1)


(2)　$2x^2-4x+6=2(x^2-2x)+6$

$=2(x^2-2x+1^2-1^2)+6$

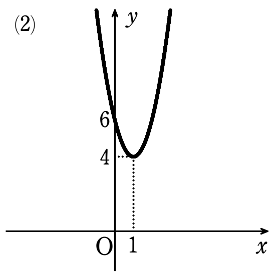
$=2\{(x-1)^2-1^2\}+6$

$=2(x-1)^2+4$

よって　　$y=2(x-1)^2+4$

ゆえに，グラフは図 (2)

軸は 直線 $x=1$，頂点は 点 $(1,\ 4)$

(2)


(3)　$-2x^2-6x+8=-2(x^2+3x)+8$

$=-2\left\{x+2\cdot\frac{3}{2}x+\left(\frac{3}{2}\right)^2-\left(\frac{3}{2}\right)^2\right\}+8$

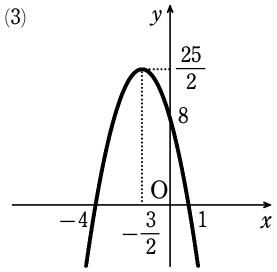
$=-2\left\{\left(x+\frac{3}{2}\right)^2-\left(\frac{3}{2}\right)^2\right\}+8$

$=-2\left(x+\frac{3}{2}\right)^2+\frac{25}{2}$

よって　　$y=-2\left(x+\frac{3}{2}\right)^2+\frac{25}{2}$

ゆえに，グラフは図 (3)

軸は 直線 $x=-\frac{3}{2}$，頂点は 点 $\left(-\frac{3}{2},\ \frac{25}{2}\right)$

(3)


6 次の 2 次関数のグラフをかき，その軸と頂点を求めよ。

(1)　$y=3x^2-2$　　(2)　$y=-2(x-1)^2$　　(3)　$y=-\frac{1}{2}(x-2)^2+4$

(4)　$y=x^2-6x$　　(5)　$y=2x^2+4x+2$　　(6)　$y=-2x^2+5x+4$

解答　(1)　[図]，軸は y 軸，頂点は 点 $(0,\ -2)$

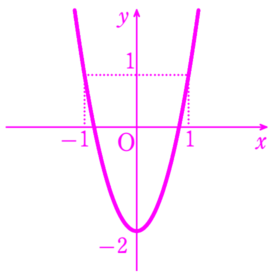
(2)　[図]，軸は 直線 $x=1$，頂点は 点 $(1,\ 0)$

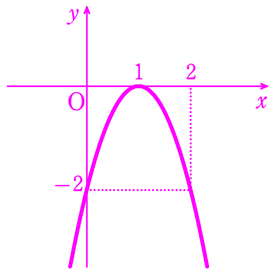
(3)　[図]，軸は 直線 $x=2$，頂点は 点 $(2,\ 4)$

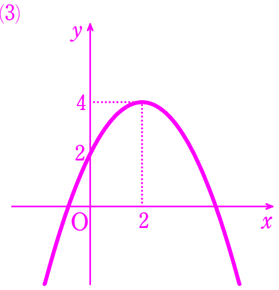
(4)　[図]，軸は 直線 $x=3$，頂点は 点 $(3,\ -9)$

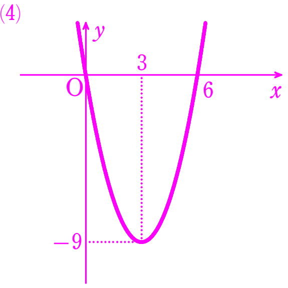
(5)　[図]，軸は 直線 $x=-1$，頂点は 点 $(-1,\ 0)$

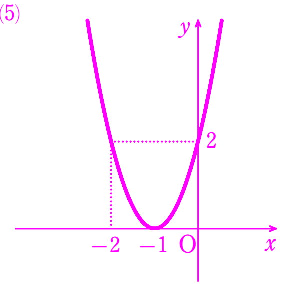
(6)　[図]，軸は 直線 $x=\frac{5}{4}$，頂点は 点 $\left(\frac{5}{4},\ \frac{57}{8}\right)$

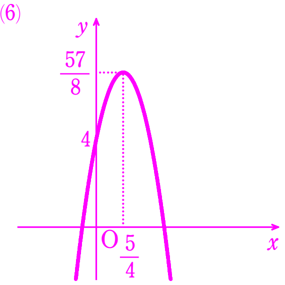
(1)


(2)


(3)


(4)


(5)


(6)


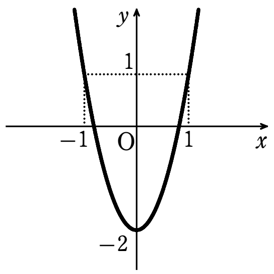
解説

(1)　グラフは図 (1)　　軸は y 軸，頂点は 点 $(0,\ -2)$

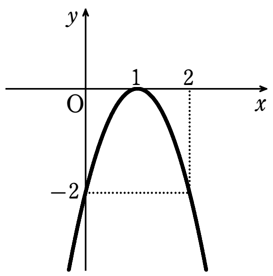
(2)　グラフは図 (2)　　軸は 直線 $x=1$，頂点は 点 $(1,\ 0)$

(3)　グラフは図 (3)　　軸は 直線 $x=2$，頂点は 点 $(2,\ 4)$

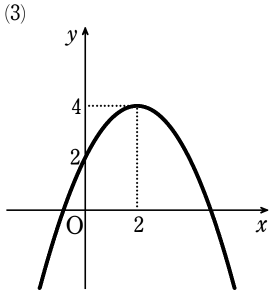
(1)



(2)



(3)



(4)　$x^2-6x=(x^2-6x+3^2)-3^2$

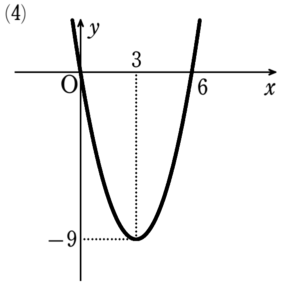
$\qquad=(x-3)^2-9$

よって　　$y=(x-3)^2-9$

グラフは図 (4)

軸は 直線 $x=3$，頂点は 点 $(3,\ -9)$

(4)



(5)　$2x^2+4x+2=2(x^2+2x)+2$

$\qquad=2(x^2+2x+1^2-1^2)+2$

$\qquad=2\{(x+1)^2-1^2\}+2$

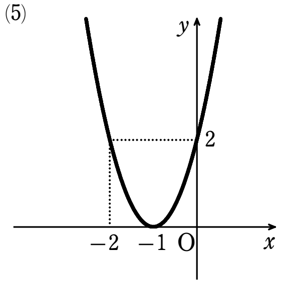
$\qquad=2(x+1)^2$

よって　　$y=2(x+1)^2$

グラフは図 (5)

軸は 直線 $x=-1$，頂点は 点 $(-1,\ 0)$

(5)



(6)　$-2x^2+5x+4=-2\left(x^2-\dfrac{5}{2}x\right)+4$

$=-2\left\{x^2-\dfrac{5}{2}x+\left(\dfrac{5}{4}\right)^2-\left(\dfrac{5}{4}\right)^2\right\}+4$

$=-2\left\{\left(x-\dfrac{5}{4}\right)^2-\left(\dfrac{5}{4}\right)^2\right\}+4$

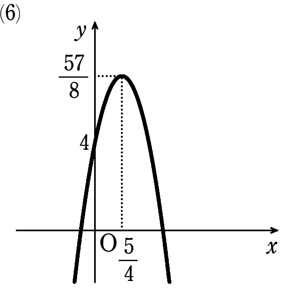
$=-2\left(x-\dfrac{5}{4}\right)^2+\dfrac{57}{8}$

よって　　$y=-2\left(x-\dfrac{5}{4}\right)^2+\dfrac{57}{8}$

グラフは図 (6)

軸は 直線 $x=\dfrac{5}{4}$，頂点は 点 $\left(\dfrac{5}{4},\ \dfrac{57}{8}\right)$

(6)



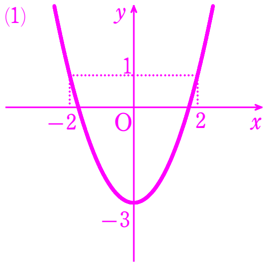
7　次の 2 次関数のグラフをかけ。また，その軸と頂点を求めよ。

(1)　$y=x^2-3$　　(2)　$y=2x^2+2$　　(3)　$y=-x^2+3$

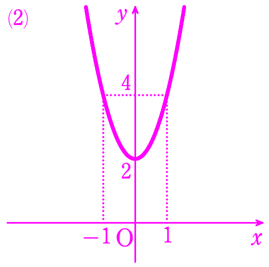
解答　(1)　[図]，y 軸，点 $(0,\ -3)$　　(2)　[図]，y 軸，点 $(0,\ 2)$

(3)　[図]，y 軸，点 $(0,\ 3)$

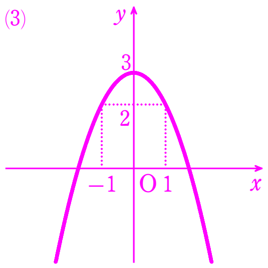
(1)



(2)



(3)



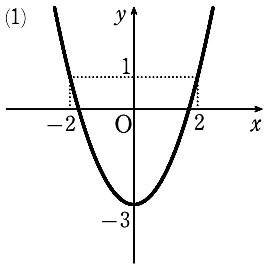
解説

(1)　グラフは [図] のようになる。また，軸は y 軸，頂点は点 $(0,\ -3)$

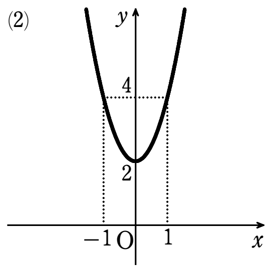
(2)　グラフは [図] のようになる。また，軸は y 軸，頂点は点 $(0,\ 2)$

(3)　グラフは [図] のようになる。また，軸は y 軸，頂点は点 $(0,\ 3)$

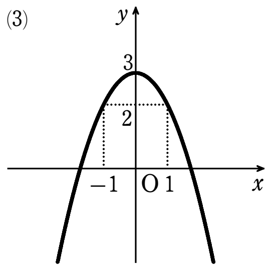
(1)



(2)



(3)



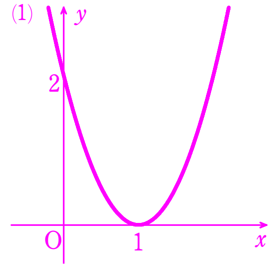
8　次の 2 次関数のグラフをかき，その軸と頂点を求めよ。更に，(1) は $y=2x^2$，(2) は $y=-x^2$ のグラフとの位置関係をいえ。

(1)　$y=2(x-1)^2$　　(2)　$y=-(x+1)^2$

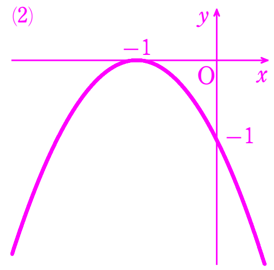
解答　(1)　[図]，直線 $x=1$，点 $(1,\ 0)$，$y=2x^2$ を x 軸方向に 1 だけ平行移動した放物線

(2)　[図]，直線 $x=-1$，点 $(-1,\ 0)$，$y=-x^2$ を x 軸方向に -1 だけ平行移動した放物線

(1)



(2)



解説

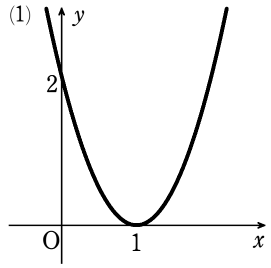
(1)　グラフは [図]，軸は直線 $x=1$，頂点は点 $(1,\ 0)$

$y=2x^2$ のグラフを x 軸方向に 1 だけ平行移動した放物線である。

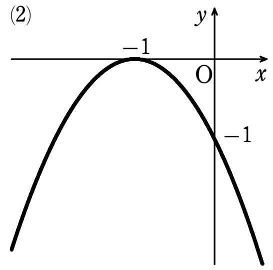
(2)　グラフは [図]，軸は直線 $x=-1$，頂点は点 $(-1,\ 0)$

$y=-x^2$ のグラフを x 軸方向に -1 だけ平行移動した放物線である。

(1)



(2)



9　次の 2 次関数のグラフをかき，その軸と頂点を求めよ。更に，(1) は $y=2x^2$，(2) は $y=-x^2$ のグラフとの位置関係をいえ。

(1)　$y=2(x+1)^2+1$　　(2)　$y=-(x-2)^2-2$

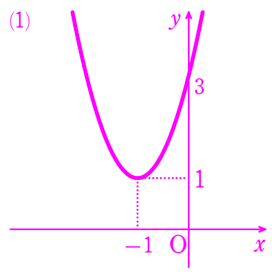
解答　(1)　[図]，直線 $x=-1$，点 $(-1,\ 1)$，

$y=2x^2$ を x 軸方向に -1，y 軸方向に 1 だけ平行移動した放物線

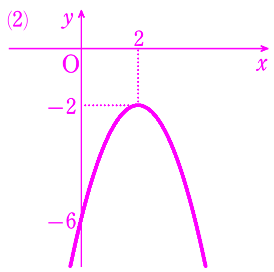
(2)　[図]，直線 $x=2$，点 $(2,\ -2)$，

$y=-x^2$ を x 軸方向に 2，y 軸方向に -2 だけ平行移動した放物線

(1)



(2)



解説

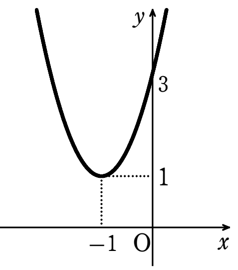
(1)　グラフは [図]，軸は直線 $x=-1$，頂点は点 $(-1,\ 1)$

$y=2x^2$ のグラフを x 軸方向に -1，y 軸方向に 1 だけ平行移動した放物線である。

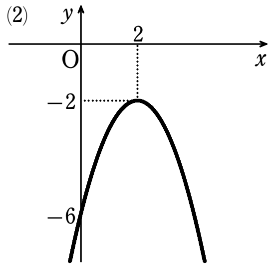
(2)　グラフは [図]，軸は直線 $x=2$，頂点は点 $(2,\ -2)$

$y=-x^2$ のグラフを x 軸方向に 2，y 軸方向に -2 だけ平行移動した放物線である。

(1)



(2)



$\boxed{10}$ 次の 2 次関数のグラフをかけ。また，その軸と頂点を求めよ。

(1) $y=x^2-2x+2$　　(2) $y=-x^2+2x+3$

(3) $y=-2x^2+6x+3$　　(4) $y=\frac{1}{2}x^2+2x$

(5) $y=(x+2)(x-1)$　　(6) $y=(3x+2)(x-2)$

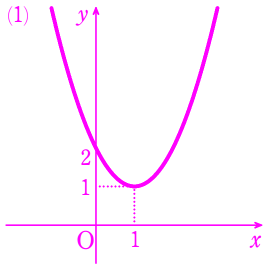
解答 (1) ［図］，直線 $x=1$，点 $(1,\ 1)$　(2) ［図］，直線 $x=1$，点 $(1,\ 4)$

(3) ［図］，直線 $x=\frac{3}{2}$，点 $\left(\frac{3}{2},\ \frac{15}{2}\right)$　(4) ［図］，直線 $x=-2$，点 $(-2,\ -2)$

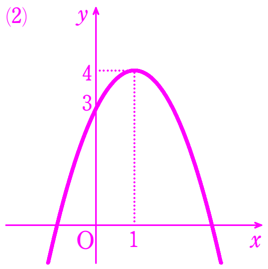
(5) ［図］，直線 $x=-\frac{1}{2}$，点 $\left(-\frac{1}{2},\ -\frac{9}{4}\right)$

(6) ［図］，直線 $x=\frac{2}{3}$，点 $\left(\frac{2}{3},\ -\frac{16}{3}\right)$

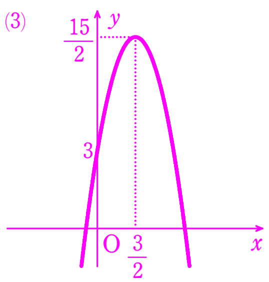
(1)



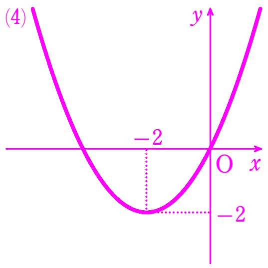
(2)



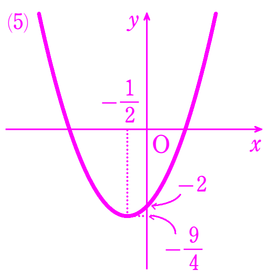
(3)



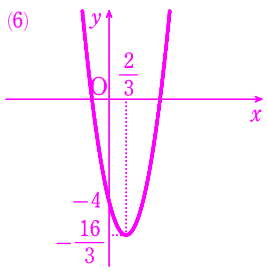
(4)



(5)



(6)



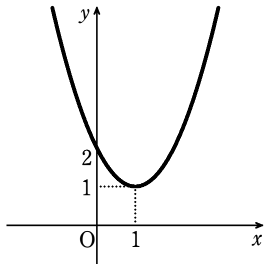
解説

(1) $y=x^2-2x+2$

$=(x^2-2x+1^2-1^2)+2$

$=\{(x-1)^2-1^2\}+2=(x-1)^2+1$

グラフは［図］，軸は直線 $x=1$，頂点は点 $(1,\ 1)$

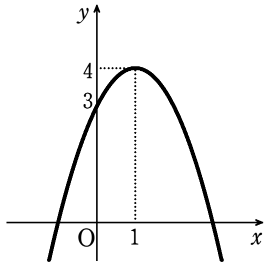


(2) $y=-x^2+2x+3=-(x^2-2x)+3$

$=-(x^2-2x+1^2-1^2)+3$

$=-\{(x-1)^2-1^2\}+3=-(x-1)^2+4$

グラフは［図］，軸は直線 $x=1$，頂点は点 $(1,\ 4)$



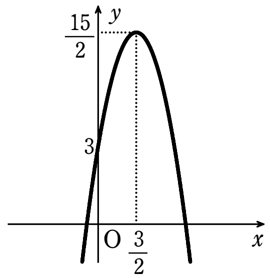
(3) $y=-2x^2+6x+3=-2(x^2-3x)+3$

$=-2\left\{x^2-3x+\left(\frac{3}{2}\right)^2-\left(\frac{3}{2}\right)^2\right\}+3$

$=-2\left\{\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-\left(\frac{3}{2}\right)^2\right\}+3$

$=-2\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{15}{2}$

グラフは［図］，軸は直線 $x=\frac{3}{2}$，頂点は点 $\left(\frac{3}{2},\ \frac{15}{2}\right)$



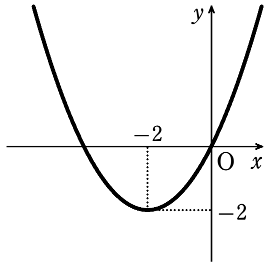
(4) $y=\frac{1}{2}x^2+2x=\frac{1}{2}(x^2+4x)$

$=\frac{1}{2}(x^2+4x+2^2-2^2)$

$=\frac{1}{2}\{(x+2)^2-2^2\}=\frac{1}{2}(x+2)^2-2$

グラフは［図］，軸は直線 $x=-2$，

頂点は点 $(-2,\ -2)$



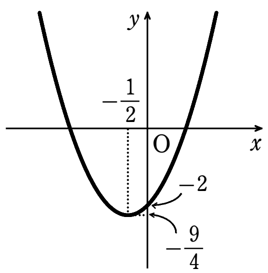
(5) $y=(x+2)(x-1)=x^2+x-2$

$=\left\{x^2+x+\left(\frac{1}{2}\right)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2\right\}-2$

$=\left\{\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2\right\}-2=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{9}{4}$

グラフは［図］，軸は直線 $x=-\frac{1}{2}$，

頂点は点 $\left(-\frac{1}{2},\ -\frac{9}{4}\right)$



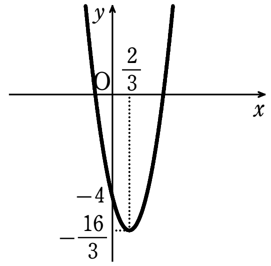
(6) $y=(3x+2)(x-2)=3x^2-4x-4$

$=3\left(x^2-\frac{4}{3}x\right)-4$

$=3\left\{x^2-\frac{4}{3}x+\left(\frac{2}{3}\right)^2-\left(\frac{2}{3}\right)^2\right\}-4$

$=3\left\{\left(x-\frac{2}{3}\right)^2-\left(\frac{2}{3}\right)^2\right\}-4=3\left(x-\frac{2}{3}\right)^2-\frac{16}{3}$

グラフは［図］，軸は直線 $x=\frac{2}{3}$，頂点は点 $\left(\frac{2}{3},\ -\frac{16}{3}\right)$



$\boxed{11}$ 次の 2 次関数のグラフをかけ。また，その軸と頂点を求めよ。

(1) $y=x^2+4x+1$　　(2) $y=-2x^2+4x+3$

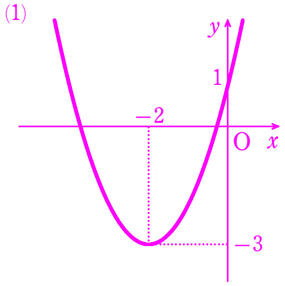
(3) $y=\frac{1}{3}x^2+2x$　　(4) $y=-(x-2)(2x+1)$

解答 グラフ，軸，頂点の順に

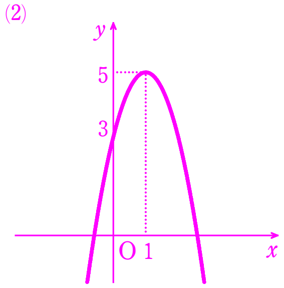
(1) ［図］，直線 $x=-2$，点 $(-2,\ -3)$　(2) ［図］，直線 $x=1$，点 $(1,\ 5)$

(3) ［図］，直線 $x=-3$，点 $(-3,\ -3)$　(4) ［図］，直線 $x=\frac{3}{4}$，点 $\left(\frac{3}{4},\ \frac{25}{8}\right)$

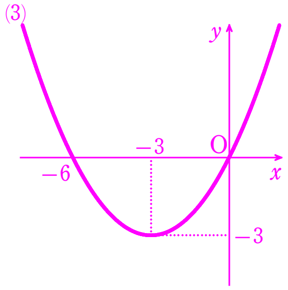
(1)



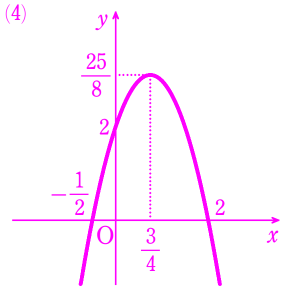
(2)



(3)



(4)



解説

(1) $y=x^2+4x+1$

$=(x^2+4x+2^2-2^2)+1$

$=\{(x+2)^2-2^2\}+1$

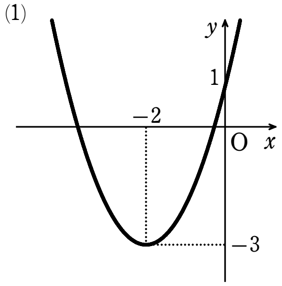
$=(x+2)^2-3$

グラフは［図］。

軸は直線 $x=-2$

頂点は点 $(-2,\ -3)$

(1)



解説

(2) $y=-2x^2+4x+3=-2(x^2-2x)+3$

$=-2(x^2-2x+1^2-1^2)+3$

$=-2\{(x-1)^2-1^2\}+3$

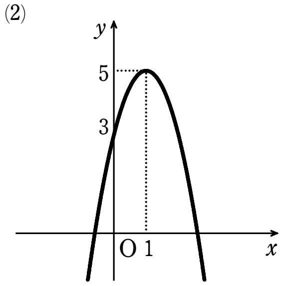
$=-2(x-1)^2+5$

よって，グラフは[図]。

軸は直線 $x=1$

頂点は点 $(1,\ 5)$

(2)



(3) $y=\frac{1}{3}x^2+2x=\frac{1}{3}(x^2+6x)$

$=\frac{1}{3}(x^2+6x+3^2-3^2)$

$=\frac{1}{3}\{(x+3)^2-3^2\}$

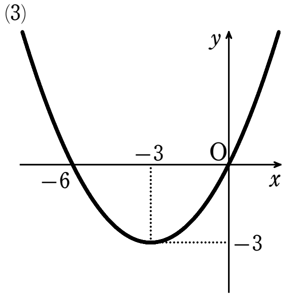
$=\frac{1}{3}(x+3)^2-3$

よって，グラフは[図]。

軸は直線 $x=-3$

頂点は点 $(-3,\ -3)$

(3)



(4) $y=-(x-2)(2x+1)=-(2x^2-3x-2)$

$=-2\left(x^2-\frac{3}{2}x\right)+2$

$=-2\left\{x^2-\frac{3}{2}x+\left(\frac{3}{4}\right)^2-\left(\frac{3}{4}\right)^2\right\}+2$

$=-2\left\{\left(x-\frac{3}{4}\right)^2-\left(\frac{3}{4}\right)^2\right\}+2$

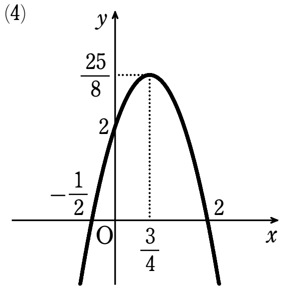
$=-2\left(x-\frac{3}{4}\right)^2+2\cdot\frac{9}{16}+2$

$=-2\left(x-\frac{3}{4}\right)^2+\frac{25}{8}$

よって，グラフは[図]。

軸は直線 $x=\frac{3}{4}$，頂点は点 $\left(\frac{3}{4},\ \frac{25}{8}\right)$

(4)



12 次の２次関数のグラフをかけ。また，その軸と頂点を求めよ。

(1) $y=x^2-3$　　(2) $y=-2x^2+1$

(3) $y=2(x-1)^2$　　(4) $y=-3(x+2)^2$

(5) $y=2(x-2)^2-1$　　(6) $y=-(x+1)^2-2$

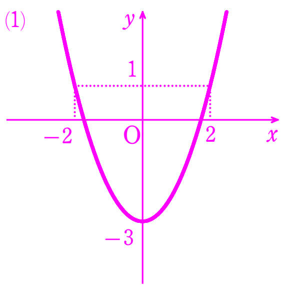
解答 グラフ，軸，頂点の順に

(1) [図]，y 軸，点 $(0,\ -3)$　　(2) [図]，y 軸，点 $(0,\ 1)$

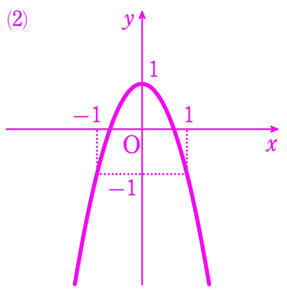
(3) [図]，直線 $x=1$，点 $(1,\ 0)$　　(4) [図]，直線 $x=-2$，点 $(-2,\ 0)$

(5) [図]，直線 $x=2$，点 $(2,\ -1)$　　(6) [図]，直線 $x=-1$，点 $(-1,\ -2)$

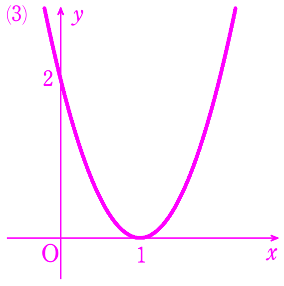
(1)



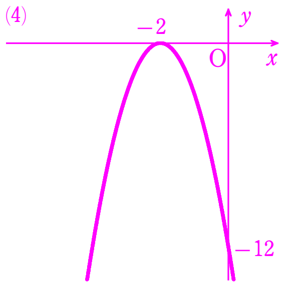
(2)



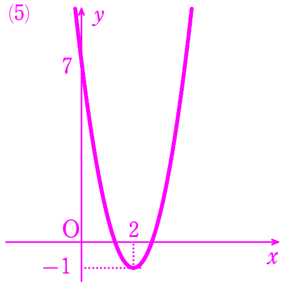
(3)



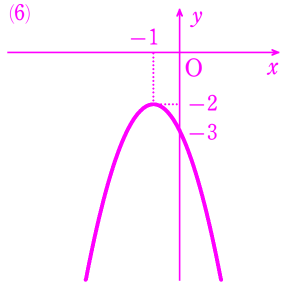
(4)



(5)



(6)



解説

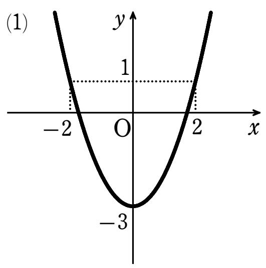
(1) グラフは図。

軸は　y 軸，頂点は　点 $(0,\ -3)$

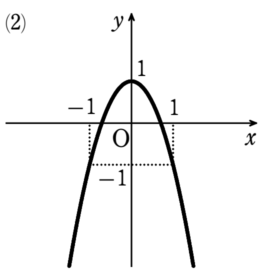
(2) グラフは図。

軸は　y 軸，頂点は　点 $(0,\ 1)$

(1)



(2)



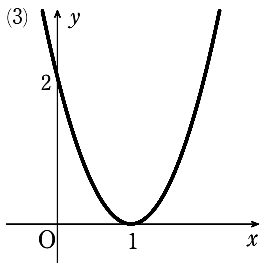
(3) グラフは図。

軸は　直線 $x=1$，頂点は　点 $(1,\ 0)$

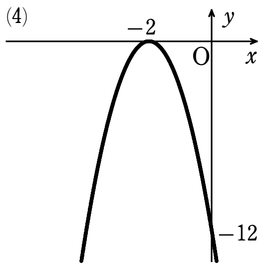
(4) グラフは図。

軸は　直線 $x=-2$，頂点は　点 $(-2,\ 0)$

(3)



(4)



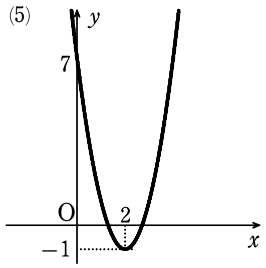
(5) グラフは図。

軸は　直線 $x=2$，頂点は　点 $(2,\ -1)$

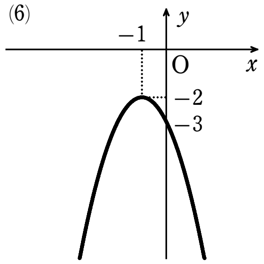
(6) グラフは図。

軸は　直線 $x=-1$，頂点は　点 $(-1,\ -2)$

(5)



(6)



13 次の２次関数のグラフをかけ。また，その軸と頂点を求めよ。

(1) $y=x^2-6x$　　(2) $y=3x^2-6x+2$

(3) $y=-x^2-4x+1$　　(4) $y=-2x^2-8x-5$

(5) $y=-x^2+5x-5$　　(6) $y=2x^2-6x+3$

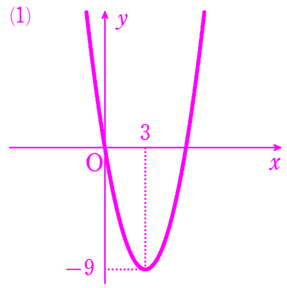
解答 グラフ，軸，頂点の順に

(1) [図]，直線 $x=3$，点 $(3,\ -9)$　　(2) [図]，直線 $x=1$，点 $(1,\ -1)$

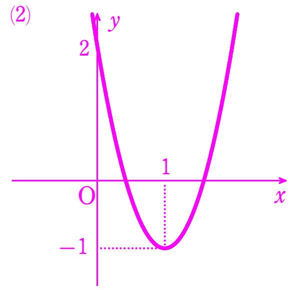
(3) [図]，直線 $x=-2$，点 $(-2,\ 5)$　　(4) [図]，直線 $x=-2$，点 $(-2,\ 3)$

(5) [図]，直線 $x=\frac{5}{2}$，点 $\left(\frac{5}{2},\ \frac{5}{4}\right)$　　(6) [図]，直線 $x=\frac{3}{2}$，点 $\left(\frac{3}{2},\ -\frac{3}{2}\right)$

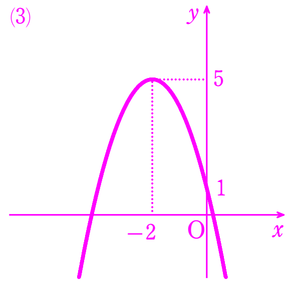
(1)



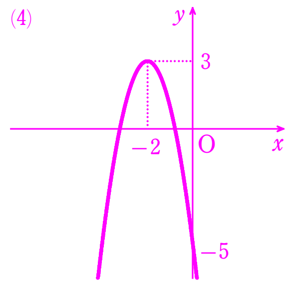
(2)



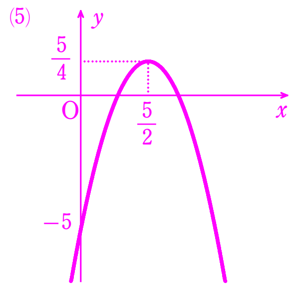
(3)



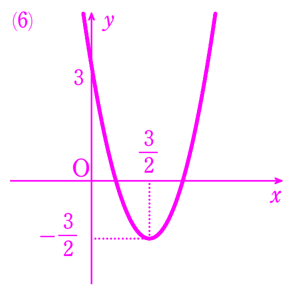
(4)



(5)



(6)



解説

(1) $x^2-6x=(x-3)^2-3^2=(x-3)^2-9$

よって　　$y=(x-3)^2-9$

したがって，グラフは図。

軸は　直線 $x=3$，頂点は　点 $(3,\ -9)$

(2) $3x^2-6x+2=3(x^2-2x)+2=3\{(x-1)^2-1^2\}+2$

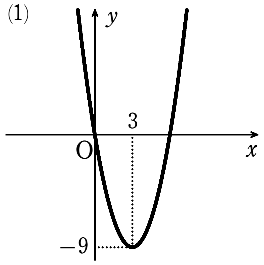
$=3(x-1)^2-1$

よって　$y=3(x-1)^2-1$

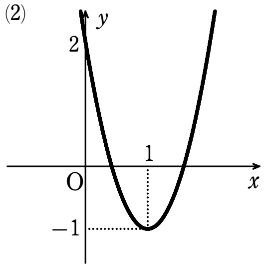
したがって，グラフは図。

軸は　直線 $x=1$，頂点は　点 $(1,\ -1)$

(1)



(2)



(3) $-x^2-4x+1=-(x^2+4x)+1=-\{(x+2)^2-2^2\}+1$

$=-(x+2)^2+5$

よって　$y=-(x+2)^2+5$

したがって，グラフは図。

軸は　直線 $x=-2$，頂点は　点 $(-2,\ 5)$

(4) $-2x^2-8x-5=-2(x^2+4x)-5=-2\{(x+2)^2-2^2\}-5$

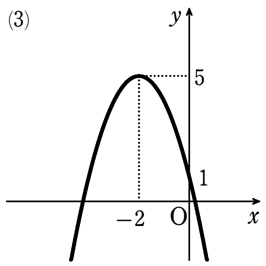
$=-2(x+2)^2+3$

よって　$y=-2(x+2)^2+3$

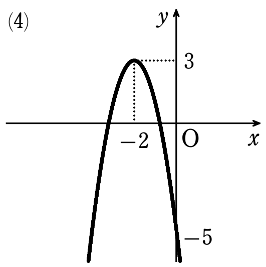
したがって，グラフは図。

軸は　直線 $x=-2$，頂点は　点 $(-2,\ 3)$

(3)



(4)



(5) $-x^2+5x-5=-(x^2-5x)-5=-\left\{\left(x-\frac{5}{2}\right)^2-\left(\frac{5}{2}\right)^2\right\}-5$

$=-\left(x-\frac{5}{2}\right)^2+\frac{5}{4}$

よって　$y=-\left(x-\frac{5}{2}\right)^2+\frac{5}{4}$

したがって，グラフは図。

軸は　直線 $x=\frac{5}{2}$，頂点は　点 $\left(\frac{5}{2},\ \frac{5}{4}\right)$

(6) $2x^2-6x+3=2(x^2-3x)+3=2\left\{\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-\left(\frac{3}{2}\right)^2\right\}+3$

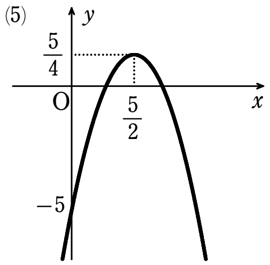
$=2\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-\frac{3}{2}$

よって　$y=2\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-\frac{3}{2}$

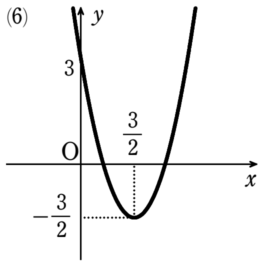
したがって，グラフは図。

軸は　直線 $x=\frac{3}{2}$，頂点は　点 $\left(\frac{3}{2},\ -\frac{3}{2}\right)$

(5)



(6)



$\boxed{14}$ 次の 2 次関数のグラフをかけ。また，その軸と頂点を求めよ。

(1)　$y=-3x^2+5$　　(2)　$y=x^2+6x+9$

(3)　$y=x^2+x-1$　　(4)　$y=-2x^2-6x-5$

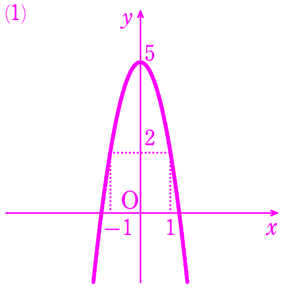
解答　グラフ，軸，頂点の順に

(1)　[図]，y 軸，点 $(0,\ 5)$　　(2)　[図]，直線 $x=-3$，点 $(-3,\ 0)$

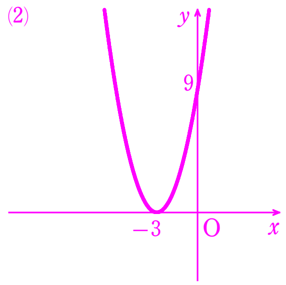
(3)　[図]，直線 $x=-\frac{1}{2}$，点 $\left(-\frac{1}{2},\ -\frac{5}{4}\right)$

(4)　[図]，直線 $x=-\frac{3}{2}$，点 $\left(-\frac{3}{2},\ -\frac{1}{2}\right)$

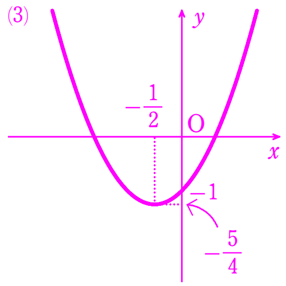
(1)



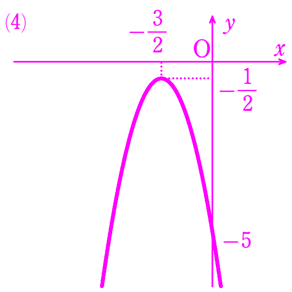
(2)



(3)



(4)



解説

(1)　グラフは図。

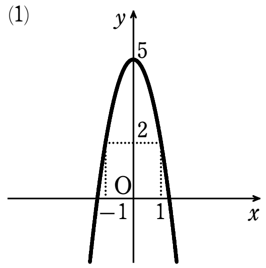
軸は　y 軸，頂点は　点 $(0,\ 5)$

(2)　$y=(x+3)^2$

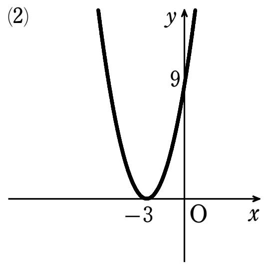
したがって，グラフは図。

軸は　直線 $x=-3$，頂点は　点 $(-3,\ 0)$

(1)



(2)



(3)　$x^2+x-1=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2-1=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{5}{4}$

よって　$y=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{5}{4}$

したがって，グラフは図。

軸は　直線 $x=-\frac{1}{2}$，頂点は　点 $\left(-\frac{1}{2},\ -\frac{5}{4}\right)$

(4)　$-2x^2-6x-5=-2(x^2+3x)-5=-2\left\{\left(x+\frac{3}{2}\right)^2-\left(\frac{3}{2}\right)^2\right\}-5$

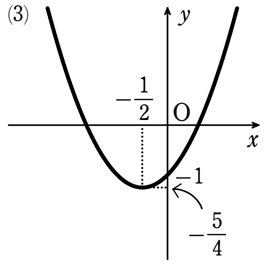
$=-2\left(x+\frac{3}{2}\right)^2-\frac{1}{2}$

よって　$y=-2\left(x+\frac{3}{2}\right)^2-\frac{1}{2}$

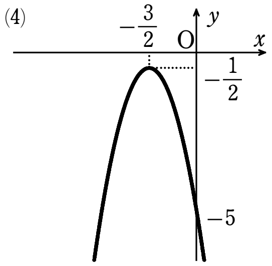
したがって，グラフは図。

軸は　直線 $x=-\frac{3}{2}$，頂点は　点 $\left(-\frac{3}{2},\ -\frac{1}{2}\right)$

(3)



(4)



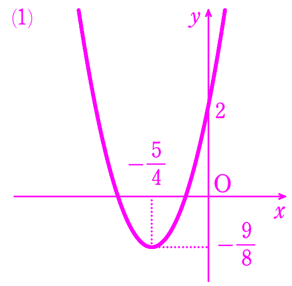
$\boxed{15}$ 次の 2 次関数のグラフをかけ。

(1)　$y=2x^2+5x+2$　　(2)　$y=\frac{1}{2}x^2+2x$　　(3)　$y=-\frac{2}{3}x^2-4x$

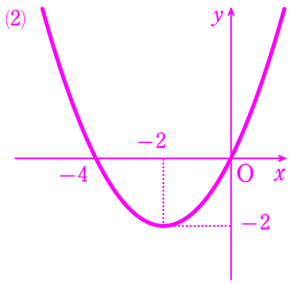
(4)　$y=(x+2)(x-1)$　　(5)　$y=(2x+1)(x-2)$

解答　(1)～(5)　[図]

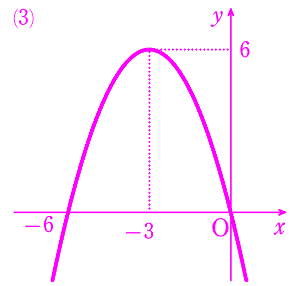
(1)



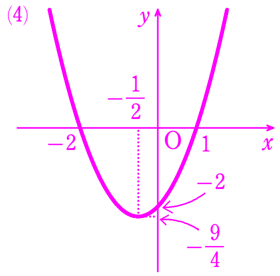
(2)



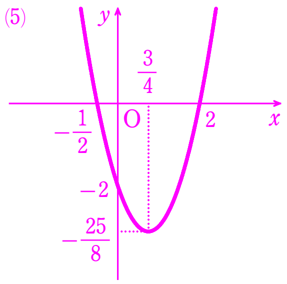
(3)



(4)



(5)



解説

(1)　$2x^2+5x+2=2\left(x^2+\frac{5}{2}x\right)+2=2\left\{\left(x+\frac{5}{4}\right)^2-\left(\frac{5}{4}\right)^2\right\}+2$

$$=2\left(x+\frac{5}{4}\right)^2-\frac{9}{8}$$

よって　$y=2\left(x+\frac{5}{4}\right)^2-\frac{9}{8}$

グラフは図。

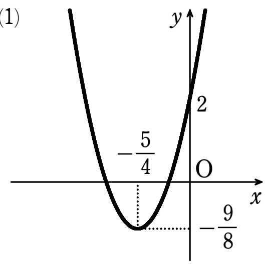
(2)　$\frac{1}{2}x^2+2x=\frac{1}{2}(x^2+4x)=\frac{1}{2}\{(x+2)^2-2^2\}$

$$=\frac{1}{2}(x+2)^2-2$$

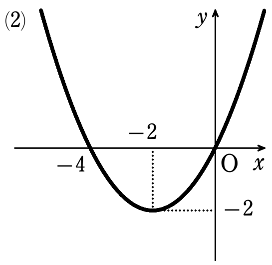
よって　$y=\frac{1}{2}(x+2)^2-2$

グラフは図。

(1)



(2)



(3)　$-\frac{2}{3}x^2-4x=-\frac{2}{3}(x^2+6x)=-\frac{2}{3}\{(x+3)^2-3^2\}$

$$=-\frac{2}{3}(x+3)^2+6$$

よって　$y=-\frac{2}{3}(x+3)^2+6$

グラフは図。

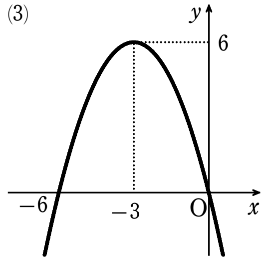
(4)　$(x+2)(x-1)=x^2+x-2=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2-2$

$$=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{9}{4}$$

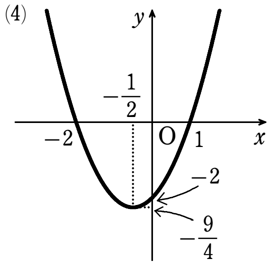
よって　$y=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{9}{4}$

グラフは図。

(3)



(4)



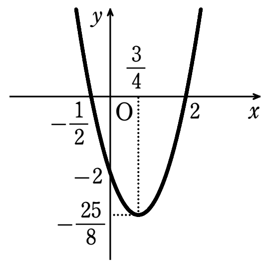
(5)　$(2x+1)(x-2)=2x^2-3x-2=2\left(x^2-\frac{3}{2}x\right)-2$

$$=2\left\{\left(x-\frac{3}{4}\right)^2-\left(\frac{3}{4}\right)^2\right\}-2$$

$$=2\left(x-\frac{3}{4}\right)^2-\frac{25}{8}$$

よって　$y=2\left(x-\frac{3}{4}\right)^2-\frac{25}{8}$

グラフは図。



16　次の２次関数のグラフをかけ。また，その軸と頂点を求めよ。

(1)　$y=x^2+2x-1$　(2)　$y=-x^2+2x+3$　(3)　$y=2x^2-4x-2$

(4)　$y=-2x^2-8x-6$　(5)　$y=x^2+x-1$　(6)　$y=-2x^2+6x$

(7)　$y=3x^2+6x+3$　(8)　$y=-3x^2-18x-17$　(9)　$y=-x^2+8x$

解答　(1)　[図]，直線 $x=-1$，点 $(-1,\ -2)$　(2)　[図]，直線 $x=1$，点 $(1,\ 4)$

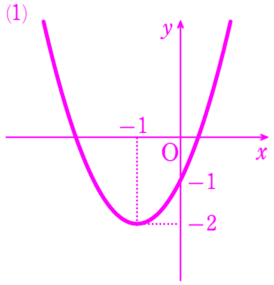
(3)　[図]，直線 $x=1$，点 $(1,\ -4)$　(4)　[図]，直線 $x=-2$，点 $(-2,\ 2)$

(5)　[図]，直線 $x=-\frac{1}{2}$，点 $\left(-\frac{1}{2},\ -\frac{5}{4}\right)$　(6)　[図]，直線 $x=\frac{3}{2}$，点 $\left(\frac{3}{2},\ \frac{9}{2}\right)$

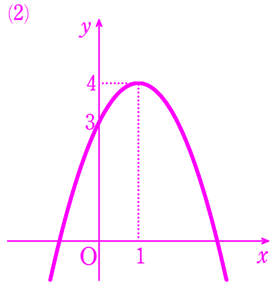
(7)　[図]，直線 $x=-1$，点 $(-1,\ 0)$　(8)　[図]，直線 $x=-3$，点 $(-3,\ 10)$

(9)　[図]，直線 $x=4$，点 $(4,\ 16)$

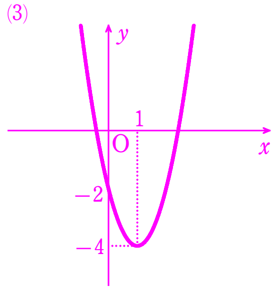
(1)



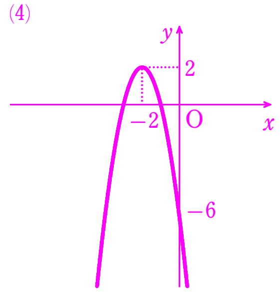
(2)



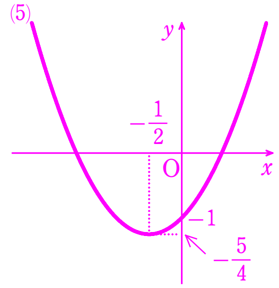
(3)



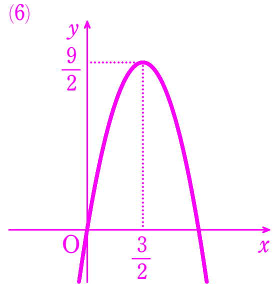
(4)



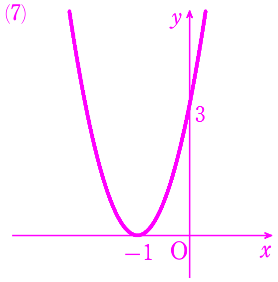
(5)



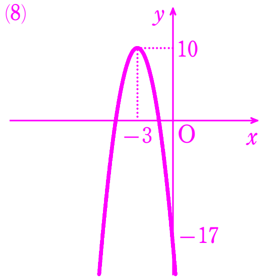
(6)



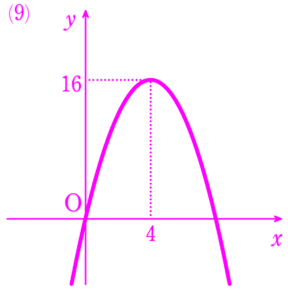
(7)



(8)



(9)



解説

(1)　$x^2+2x-1=(x+1)^2-1^2-1$

$$=(x+1)^2-2$$

よって　グラフは[図]

軸は 直線 $x=-1$，頂点は 点 $(-1,\ -2)$

(2)　$-x^2+2x+3=-(x^2-2x)+3$

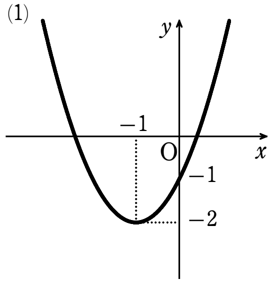
$$=-\{(x-1)^2-1^2\}+3$$

$$=-(x-1)^2+4$$

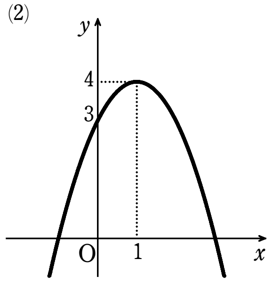
よって　グラフは[図]

軸は 直線 $x=1$，頂点は 点 $(1,\ 4)$

(1)



(2)



(3)　$2x^2-4x-2=2(x^2-2x)-2$

$$=2\{(x-1)^2-1^2\}-2$$

$$=2(x-1)^2-2\cdot1-2$$

$$=2(x-1)^2-4$$

よって　グラフは[図]

軸は 直線 $x=1$，頂点は 点$(1,\ -4)$

(4) $-2x^2-8x-6=-2(x^2+4x)-6$

$=-2\{(x+2)^2-2^2\}-6$

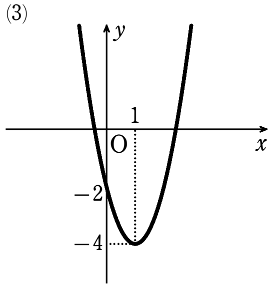
$=-2(x+2)^2+2\cdot4-6$

$=-2(x+2)^2+2$

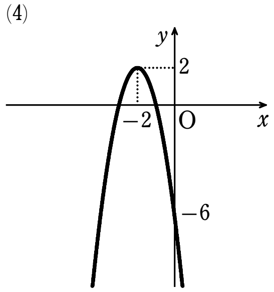
よって　グラフは［図］

軸は 直線 $x=-2$，頂点は 点$(-2,\ 2)$

(3)



(4)



(5) $x^2+x-1=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2-1$

$=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{5}{4}$

よって　グラフは［図］

軸は 直線 $x=-\frac{1}{2}$，頂点は 点$\left(-\frac{1}{2},\ -\frac{5}{4}\right)$

(6) $-2x^2+6x=-2(x^2-3x)$

$=-2\left\{\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-\left(\frac{3}{2}\right)^2\right\}$

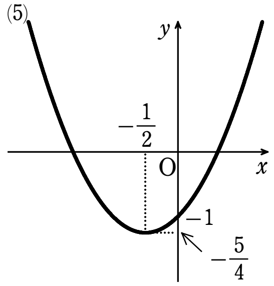
$=-2\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+2\cdot\frac{9}{4}$

$=-2\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{9}{2}$

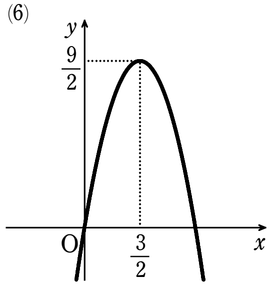
よって　グラフは［図］

軸は 直線 $x=\frac{3}{2}$，頂点は 点$\left(\frac{3}{2},\ \frac{9}{2}\right)$

(5)



(6)



(7) $3x^2+6x+3=3(x^2+2x)+3$

$=3\{(x+1)^2-1^2\}+3$

$=3(x+1)^2-3\cdot1+3$

$=3(x+1)^2$

よって　グラフは［図］

軸は 直線 $x=-1$，頂点は 点$(-1,\ 0)$

(8) $-3x^2-18x-17=-3(x^2+6x)-17$

$=-3\{(x+3)^2-3^2\}-17$

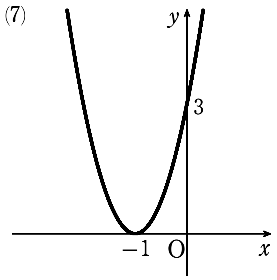
$=-3(x+3)^2+3\cdot9-17$

$=-3(x+3)^2+10$

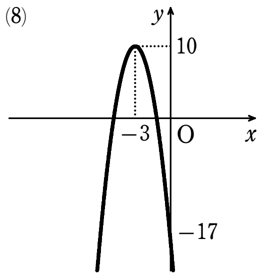
よって　グラフは［図］

軸は 直線 $x=-3$，頂点は 点$(-3,\ 10)$

(7)



(8)



(9) $-x^2+8x$

$=-(x^2-8x)$

$=-\{(x-4)^2-4^2\}$

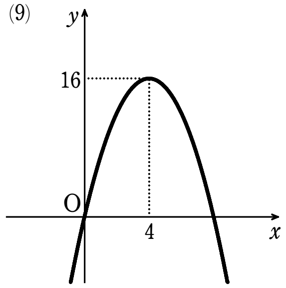
$=-(x-4)^2+16$

よって　グラフは［図］

軸は 直線 $x=4$，

頂点は 点$(4,\ 16)$

(9)



17 次の2次関数のグラフをかけ。また，その軸と頂点を求めよ。

(1) $y=\frac{1}{2}x^2+3x$　(2) $y=\frac{1}{3}x^2-\frac{4}{3}x+\frac{10}{3}$　(3) $y=2x^2-3x-2$

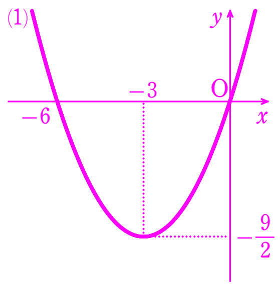
(4) $y=-\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{4}x$　(5) $y=(2x+1)(1-x)$

解答 (1) ［図］，直線 $x=-3$，点$\left(-3,\ -\frac{9}{2}\right)$　(2) ［図］，直線 $x=2$，点$(2,\ 2)$

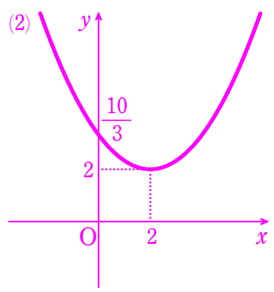
(3) ［図］，直線 $x=\frac{3}{4}$，点$\left(\frac{3}{4},\ -\frac{25}{8}\right)$

(4) ［図］，直線 $x=-\frac{1}{4}$，点$\left(-\frac{1}{4},\ \frac{1}{32}\right)$　(5) ［図］，直線 $x=\frac{1}{4}$，点$\left(\frac{1}{4},\ \frac{9}{8}\right)$

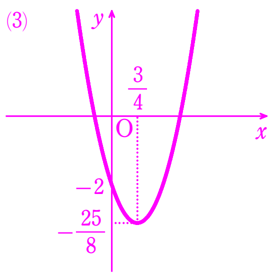
(1)



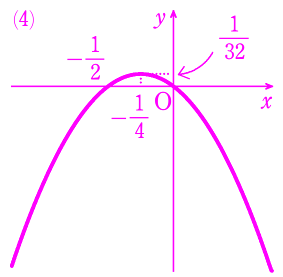
(2)



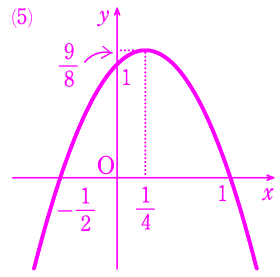
(3)



(4)



(5)



解説

(1) $\frac{1}{2}x^2+3x=\frac{1}{2}(x^2+6x)$

$=\frac{1}{2}\{(x+3)^2-3^2\}$

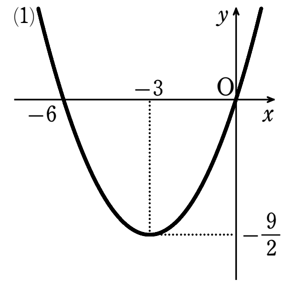
$=\frac{1}{2}(x+3)^2-\frac{1}{2}\cdot9$

$=\frac{1}{2}(x+3)^2-\frac{9}{2}$

よって，グラフは　［図］

軸は 直線 $x=-3$，頂点は 点$\left(-3,\ -\frac{9}{2}\right)$

(1)



(2) $\frac{1}{3}x^2-\frac{4}{3}x+\frac{10}{3}=\frac{1}{3}(x^2-4x)+\frac{10}{3}$

$=\frac{1}{3}\{(x-2)^2-2^2\}+\frac{10}{3}$

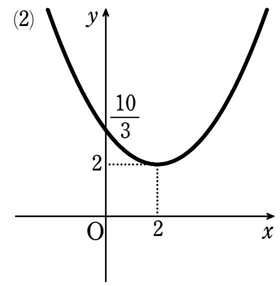
$=\frac{1}{3}(x-2)^2-\frac{1}{3}\cdot4+\frac{10}{3}$

$=\frac{1}{3}(x-2)^2+2$

よって，グラフは　［図］

軸は 直線 $x=2$，　頂点は 点$(2,\ 2)$

(2)



(3) $2x^2-3x-2=2\left(x^2-\frac{3}{2}x\right)-2$

$=2\left\{\left(x-\frac{3}{4}\right)^2-\left(\frac{3}{4}\right)^2\right\}-2$

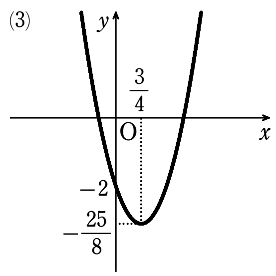
$=2\left(x-\frac{3}{4}\right)^2-2\cdot\frac{9}{16}-2$

$=2\left(x-\frac{3}{4}\right)^2-\frac{25}{8}$

よって，グラフは　［図］

軸は 直線 $x=\frac{3}{4}$，　頂点は 点$\left(\frac{3}{4},\ -\frac{25}{8}\right)$

(3)



(4) $-\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{4}x=-\frac{1}{2}\left(x^2+\frac{1}{2}x\right)$

$=-\frac{1}{2}\left\{\left(x+\frac{1}{4}\right)^2-\left(\frac{1}{4}\right)^2\right\}$

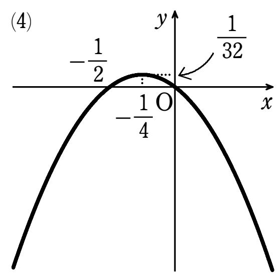
$=-\frac{1}{2}\left(x+\frac{1}{4}\right)^2+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{16}$

$=-\frac{1}{2}\left(x+\frac{1}{4}\right)^2+\frac{1}{32}$

よって，グラフは　［図］

軸は 直線 $x=-\frac{1}{4}$，頂点は 点$\left(-\frac{1}{4},\ \frac{1}{32}\right)$

(4)



(5) $(2x+1)(1-x)=-2x^2+x+1$

$$=-2\left(x^2-\frac{1}{2}x\right)+1$$

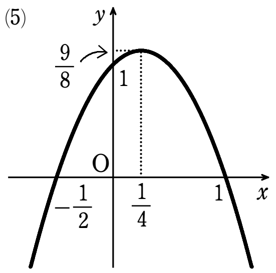
$$=-2\left\{\left(x-\frac{1}{4}\right)^2-\left(\frac{1}{4}\right)^2\right\}+1$$

$$=-2\left(x-\frac{1}{4}\right)^2+2\cdot\frac{1}{16}+1$$

$$=-2\left(x-\frac{1}{4}\right)^2+\frac{9}{8}$$

よって，グラフは ［図］

軸は 直線 $x=\frac{1}{4}$，　頂点は 点 $\left(\frac{1}{4},\ \frac{9}{8}\right)$



18 次の２次関数のグラフをかけ。また，その軸と頂点を求めよ。

(1) $y=x^2-4$　　(2) $y=-4x^2+8x-4$

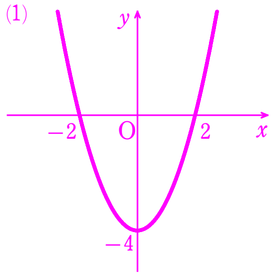
(3) $y=-2x^2-8x-5$　　(4) $y=2x^2-6x+3$

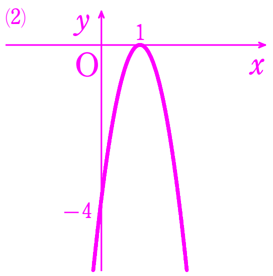
解答 (1) ［図］，y 軸 (直線 $x=0$)，点 $(0,\ -4)$

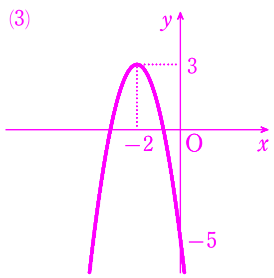
(2) ［図］，直線 $x=1$，点 $(1,\ 0)$

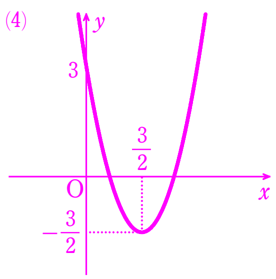
(3) ［図］，直線 $x=-2$，点 $(-2,\ 3)$

(4) ［図］，直線 $x=\frac{3}{2}$，点 $\left(\frac{3}{2},\ -\frac{3}{2}\right)$









解説

(1) グラフは［図］。

軸は y 軸 (直線 $x=0$)，頂点は 点 $(0,\ -4)$

(2) $-4x^2+8x-4=-4(x^2-2x)-4$

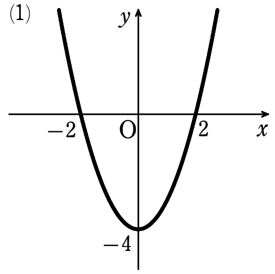
$$=-4\{(x-1)^2-1\}-4$$

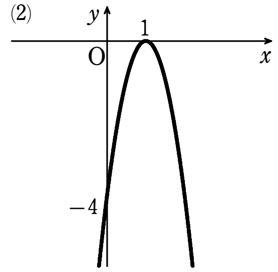
$$=-4(x-1)^2-4\cdot(-1)-4$$

$$=-4(x-1)^2$$

よって　　グラフは［図］

軸は 直線 $x=1$，頂点は 点 $(1,\ 0)$





(3) $-2x^2-8x-5=-2(x^2+4x)-5$

$$=-2\{(x+2)^2-2^2\}-5$$

$$=-2(x+2)^2-2\cdot(-4)-5$$

$$=-2(x+2)^2+3$$

よって　　グラフは［図］

軸は 直線 $x=-2$，頂点は 点 $(-2,\ 3)$

(4) $2x^2-6x+3=2(x^2-3x)+3$

$$=2\left\{\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-\left(\frac{3}{2}\right)^2\right\}+3$$

$$=2\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+2\cdot\left(-\frac{9}{4}\right)+3$$

$$=2\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-\frac{3}{2}$$

よって　　グラフは［図］

軸は 直線 $x=\frac{3}{2}$，頂点は 点 $\left(\frac{3}{2},\ -\frac{3}{2}\right)$