

整式の割り算クイズ

1 次の整式 A を整式 B で割った商と余りを求めるよ。

$$A = 2x^3 - 12x + 9, \quad B = x^2 - 3x + 2$$

解答 商 $2x+6$, 余り $2x-3$

解説

$$\begin{array}{r} 2x + 6 \\ x^2 - 3x + 2 \overline{) 2x^3 - 12x + 9} \\ 2x^3 - 6x^2 + 4x \\ \hline 6x^2 - 16x + 9 \\ 6x^2 - 18x + 12 \\ \hline 2x - 3 \end{array}$$

商 $2x+6$, 余り $2x-3$

2 次の整式 A, B について, A を B で割った商と余りを求めるよ。

$$(1) A = 3x^2 + 5x - 6, \quad B = x + 3$$

$$(2) A = 2x^3 + 9x^2 - 1, \quad B = x^2 + 4x - 3$$

$$(3) A = 4x^3 - 9x^2 + 7x, \quad B = 3 - 2x + x^2$$

解答 (1) 商 $3x-4$, 余り 6 (2) 商 $2x+1$, 余り $2x+2$

(3) 商 $4x-1$, 余り $-7x+3$

解説

$$\begin{array}{r} 3x - 4 \\ x + 3 \overline{) 3x^2 + 5x - 6} \\ 3x^2 + 9x \\ -4x - 6 \\ -4x - 12 \\ \hline 6 \end{array}$$

商 $3x-4$, 余り 6

$$\begin{array}{r} 2x + 1 \\ x^2 + 4x - 3 \overline{) 2x^3 + 9x^2 - 1} \\ 2x^3 + 8x^2 - 6x \\ \hline x^2 + 6x - 1 \\ x^2 + 4x - 3 \\ \hline 2x + 2 \end{array}$$

商 $2x+1$, 余り $2x+2$

$$\begin{array}{r} 4x - 1 \\ x^2 - 2x + 3 \overline{) 4x^3 - 9x^2 + 7x} \\ 4x^3 - 8x^2 + 12x \\ -x^2 - 5x \\ -x^2 + 2x - 3 \\ \hline -7x + 3 \end{array}$$

商 $4x-1$, 余り $-7x+3$

3 整式 $x^3 + x^2 - 2x + 1$ を整式 B で割ると, 商が $x-1$, 余りが $3x-2$ である。 B を求めるよ。

解答 $B = x^2 + 2x - 3$

解説

条件から, 次の等式が成り立つ。

$$x^3 + x^2 - 2x + 1 = B \times (x-1) + (3x-2)$$

ゆえに

$$x^3 + x^2 - 5x + 3 = B \times (x-1)$$

よって, $x^3 + x^2 - 5x + 3$ は $x-1$ で割り切れて, その商が B である。

右の計算により $B = x^2 + 2x - 3$

$$\begin{array}{r} x^2 + 2x - 3 \\ x-1 \overline{) x^3 + x^2 - 5x + 3} \\ x^3 - x^2 \\ \hline 2x^2 - 5x \\ 2x^2 - 2x \\ \hline -3x + 3 \\ -3x + 3 \\ \hline 0 \end{array}$$

4 整式 $2x^3 + 5x^2 - 6x + 3$ を整式 B で割ると, 商が $2x-1$, 余りが $x+1$ である。 B を求めるよ。

解答 $B = x^2 + 3x - 2$

解説

条件から, 次の等式が成り立つ。

$$2x^3 + 5x^2 - 6x + 3 = B(2x-1) + (x+1)$$

ゆえに $2x^3 + 5x^2 - 7x + 2 = B(2x-1)$

よって, $2x^3 + 5x^2 - 7x + 2$ は $2x-1$ で割り切れて, その商が B である。右の計算により

$$B = x^2 + 3x - 2$$

$$\begin{array}{r} x^2 + 3x - 2 \\ 2x - 1 \overline{) 2x^3 + 5x^2 - 7x + 2} \\ 2x^3 - x^2 \\ \hline 6x^2 - 7x + 2 \\ 6x^2 - 3x \\ \hline -4x + 2 \\ -4x + 2 \\ \hline 0 \end{array}$$

5 次の整式 A, B について, A を B で割った商と余りを求めるよ。

$$(1) A = 4x^3 + 4x^2 - 7x - 2, \quad B = 2x^2 - 3x + 1$$

$$(2) A = 2x^3 - 3x^2 + 2x - 8, \quad B = 2x - 1$$

解答 (1) 商 $2x+5$, 余り $6x-7$ (2) 商 $x^2 - x + \frac{1}{2}$, 余り $-\frac{15}{2}$

解説

$$\begin{array}{r} 2x + 5 \\ 2x^2 - 3x + 1 \overline{) 4x^3 + 4x^2 - 7x - 2} \\ 4x^3 - 6x^2 + 2x \\ \hline 10x^2 - 9x - 2 \\ 10x^2 - 15x + 5 \\ \hline 6x - 7 \end{array}$$

商 $2x+5$, 余り $6x-7$

$$\begin{array}{r} x^2 - x + \frac{1}{2} \\ 2x - 1 \overline{) 2x^3 - 3x^2 + 2x - 8} \\ 2x^3 - x^2 \\ \hline -2x^2 + 2x \\ -2x^2 + x \\ \hline x - 8 \\ x - \frac{1}{2} \\ \hline -\frac{15}{2} \end{array}$$

商 $x^2 - x + \frac{1}{2}$, 余り $-\frac{15}{2}$

6 ある整式を $x^2 - x - 3$ で割ると, 商が $3x+1$, 余りが $5x+4$ である。この整式を求めるよ。

解答 $3x^3 - 2x^2 - 5x + 1$

解説

求める整式を A とすると, 次の等式が成り立つ。

$$A = (x^2 - x - 3)(3x + 1) + (5x + 4)$$

よって, 展開して整理すると

$$A = 3x^3 - 2x^2 - 5x + 1$$

7 次の整式 A, B について, A を B で割った商と余りを求めるよ。[各 10 点]

$$(1) A = x^3 - x^2 + 2x - 1, \quad B = x + 1$$

$$(2) A = 2x^3 + 5 - 2x, \quad B = x - 3$$

$$(3) A = 3x^3 - 5x^2 - x + 2, \quad B = x^2 + 2x - 1$$

$$(4) A = 4x^3 - 8x^2 + 5x, \quad B = 2 - x + x^2$$

$$(1) \quad \begin{array}{r} x^2 - 2x + 4 \\ x + 1 \overline{) x^3 - x^2 + 2x - 1} \\ x^3 + x^2 \\ \hline -2x^2 + 2x \\ -2x^2 - 2x \\ \hline 4x - 1 \\ 4x + 4 \\ \hline -5 \end{array}$$

$$(2) \quad \begin{array}{r} 2x^2 + 6x + 16 \\ x - 3 \overline{) 2x^3 - 2x + 5} \\ 2x^3 - 6x^2 \\ \hline 6x^2 - 2x \\ 6x^2 - 18x \\ \hline 16x + 5 \\ 16x - 48 \\ \hline 53 \end{array}$$

商: $x^2 - 2x + 4$, 余り: -5

商: $2x^2 + 6x + 16$, 余り: 53

$$(3) \quad \begin{array}{r} 3x - 11 \\ x^2 + 2x - 1 \overline{) 3x^3 - 5x^2 - x + 2} \\ 3x^3 + 6x^2 - 3x \\ \hline -11x^2 + 2x + 2 \\ -11x^2 - 22x + 11 \\ \hline 24x - 9 \end{array}$$

$$(4) \quad \begin{array}{r} 4x - 4 \\ x^2 - x + 2 \overline{) 4x^3 - 8x^2 + 5x} \\ 4x^3 - 4x^2 + 8x \\ \hline -4x^2 - 3x \\ -4x^2 + 4x - 8 \\ \hline -7x + 8 \end{array}$$

商: $3x-11$, 余り: $24x-9$

商: $4x-4$, 余り: $-7x+8$

$$(1) \quad \begin{array}{r} x^2 - 2x + 4 \\ x + 1 \overline{) x^3 - x^2 + 2x - 1} \\ x^3 + x^2 \\ \hline -2x^2 + 2x \\ -2x^2 - 2x \\ \hline 4x - 1 \\ 4x + 4 \\ \hline -5 \end{array}$$

$$(2) \quad \begin{array}{r} 2x^2 + 6x + 16 \\ x - 3 \overline{) 2x^3 - 2x + 5} \\ 2x^3 - 6x^2 \\ \hline 6x^2 - 2x \\ 6x^2 - 18x \\ \hline 16x + 5 \\ 16x - 48 \\ \hline 53 \end{array}$$

商: $x^2 - 2x + 4$, 余り: -5

商: $2x^2 + 6x + 16$, 余り: 53

$$(3) \quad \begin{array}{r} 3x - 11 \\ x^2 + 2x - 1 \overline{) 3x^3 - 5x^2 - x + 2} \\ 3x^3 + 6x^2 - 3x \\ \hline -11x^2 + 2x + 2 \\ -11x^2 - 22x + 11 \\ \hline 24x - 9 \end{array}$$

$$(4) \quad \begin{array}{r} 4x - 4 \\ x^2 - x + 2 \overline{) 4x^3 - 8x^2 + 5x} \\ 4x^3 - 4x^2 + 8x \\ \hline -4x^2 - 3x \\ -4x^2 + 4x - 8 \\ \hline -7x + 8 \end{array}$$

商: $3x-11$, 余り: $24x-9$

商: $4x-4$, 余り: $-7x+8$

8 整式 $2x^3 - 3x^2 + x - 1$ を整式 B で割ると, 商が $2x^2 + x + 3$, 余りが 5 である。整式 B を求めるよ。[10 点]

解答 条件から、次の等式が成り立つ。

$$2x^3 - 3x^2 + x - 1 = B(2x^2 + x + 3) + 5$$

ゆえに

$$2x^3 - 3x^2 + x - 6 = B(2x^2 + x + 3)$$

よって、右の計算により

$$B = x - 2$$

$$\begin{array}{r} x-2 \\ 2x^2+x+3 \) 2x^3-3x^2+x-6 \\ 2x^3+x^2+3x \\ \hline -4x^2-2x-6 \\ -4x^2-2x-6 \\ \hline 0 \end{array}$$

解説

条件から、次の等式が成り立つ。

$$2x^3 - 3x^2 + x - 1 = B(2x^2 + x + 3) + 5$$

ゆえに

$$2x^3 - 3x^2 + x - 6 = B(2x^2 + x + 3)$$

よって、右の計算により

$$B = x - 2$$

9 A を B で割った商と余りを求めるよ。

(1) $A = 2x^3 - 6x^2 - 5, B = 2x^2 - 1$

(2) $A = 2x^3 - x^2 + 1, B = 3x - 9$

解答 (1) 商 $x - 3$, 余り $x - 8$ (2) 商 $\frac{2}{3}x^2 + \frac{5}{3}x + 5$, 余り 46

解説

$$\begin{array}{r} x-3 \\ 2x^2-1 \) 2x^3-6x^2-5 \\ 2x^3-x \\ \hline -6x^2+x-5 \\ -6x^2+3 \\ \hline x-8 \end{array}$$

商 $x - 3$, 余り $x - 8$

$$\begin{array}{r} \frac{2}{3}x^2+\frac{5}{3}x+5 \\ 3x-9 \) 2x^3-x^2+1 \\ 2x^3-6x^2 \\ \hline 5x^2 \\ 5x^2-15x \\ \hline 15x+1 \\ 15x-45 \\ \hline 46 \end{array}$$

商 $\frac{2}{3}x^2 + \frac{5}{3}x + 5$, 余り 46

10 A を B で割った商と余りを求めるよ。

(1) $A = 3x^2 + 5x + 4, B = x + 1$

(2) $A = 3x^3 - 2x^2 + 4x - 6, B = 2x - 1$

(3) $A = x^4 + 8 - 2x^3 - x, B = x^2 - x - 2$

解答 (1) 商 $3x + 2$, 余り 2 (2) 商 $\frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{4}x + \frac{15}{8}$, 余り $-\frac{33}{8}$

(3) 商 $x^2 - x + 1$, 余り $-2x + 10$

解説

$$\begin{array}{r} 3x+2 \\ x+1 \) 3x^2+5x+4 \\ 3x^2+3x \\ \hline 2x+4 \\ 2x+2 \\ \hline 2 \end{array}$$

商 $3x + 2$, 余り 2

$$\begin{array}{r} x-2 \\ 2x^2+x+3 \) 2x^3-3x^2+x-6 \\ 2x^3+x^2+3x \\ \hline -4x^2-2x-6 \\ -4x^2-2x-6 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \frac{3}{2}x^2-\frac{1}{4}x+\frac{15}{8} \\ 2x-1 \) 3x^3-2x^2+4x-6 \\ 3x^3-\frac{3}{2}x^2 \\ \hline -\frac{1}{2}x^2+4x \\ -\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{4}x \\ \hline \frac{15}{4}x-6 \\ \frac{15}{4}x-\frac{15}{8} \\ \hline -\frac{33}{8} \end{array}$$

商 $\frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{4}x + \frac{15}{8}$, 余り $-\frac{33}{8}$

$$\begin{array}{r} x^2-x+1 \\ x^2-x-2 \) x^4-2x^3-x+8 \\ x^4-x^3-2x^2 \\ \hline -x^3+2x^2-x \\ -x^3+x^2+2x \\ \hline x^2-3x+8 \\ x^2-x-2 \\ \hline -2x+10 \end{array}$$

商 $x^2 - x + 1$, 余り $-2x + 10$

11 次の条件を満たす整式 A, B を求めよ。

(1) $2x^2 - 2x + 1$ を B で割ると、商が $3x + 2$, 余りが $x + 1$ である整式 A

(2) $x^4 - 4x + 5$ を B で割ると、商が $x^2 + 3x + 7$, 余りが $11x - 9$

解答 (1) $A = 6x^3 - 2x^2 + 3$ (2) $B = x^2 - 3x + 2$

解説

(1) 与えられた条件から、次の等式が成り立つ。

$$A = (2x^2 - 2x + 1) \times (3x + 2) + x + 1$$

よって

$$A = 6x^3 + 4x^2 - 6x^2 - 4x + 3x + 2 + x + 1 \\ = 6x^3 - 2x^2 + 3$$

(2) 与えられた条件から、次の等式が成り立つ。

$$x^4 - 4x + 5 = B \times (x^2 + 3x + 7) + 11x - 9$$

よって

$$x^4 - 4x + 5 - (11x - 9) = B \times (x^2 + 3x + 7)$$

すなわち $x^4 - 15x + 14 = B \times (x^2 + 3x + 7)$

$x^4 - 15x + 14$ を $x^2 + 3x + 7$ で割ると、

商は $x^2 - 3x + 2$, 余りは 0 であるから

$$B = x^2 - 3x + 2$$

$$\begin{array}{r} \frac{3}{2}x^2-\frac{1}{4}x+\frac{15}{8} \\ 2x-1 \) 3x^3-2x^2+4x-6 \\ 3x^3-\frac{3}{2}x^2 \\ \hline -\frac{1}{2}x^2+4x \\ -\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{4}x \\ \hline \frac{15}{4}x-6 \\ \frac{15}{4}x-\frac{15}{8} \\ \hline -\frac{33}{8} \end{array}$$

(4) $x^2 + 3x + 1$

解説

(1) 求める整式を A とすると

$$\begin{aligned} A &= (x^2 + 3x - 1) \times (2x - 1) + 3 \\ &= 2x^3 - x^2 + 6x^2 - 3x - 2x + 1 + 3 \\ &= 2x^3 + 5x^2 - 5x + 4 \end{aligned}$$

(2) 求める整式を A とすると

$$\begin{aligned} A &= (2x^2 - x - 1) \times (4x + 5) - 2x + 1 \\ &= 8x^3 + 10x^2 - 4x^2 - 5x - 4x - 5 - 2x + 1 \\ &= 8x^3 + 6x^2 - 11x - 4 \end{aligned}$$

(3) 求める整式を B とすると

$$3x^3 - 2x^2 + 1 = B \times (x + 1) + x - 3$$

よって $3x^3 - 2x^2 + 1 - (x - 3) = B \times (x + 1)$

すなわち $3x^3 - 2x^2 - x + 4 = B \times (x + 1)$

$3x^3 - 2x^2 - x + 4$ を $x + 1$ で割ると、商は

$3x^2 - 5x + 4$, 余りは 0 であるから

$$B = 3x^2 - 5x + 4$$

$$\begin{array}{r} 3 -5 4 \\ 1 1) 3 -2 -1 4 \\ 3 3 \\ \hline -5 -1 \\ -5 -5 \\ \hline 4 4 \\ 0 \end{array}$$

(4) 求める整式を B とすると

$$x^4 + 3x^3 + 2x^2 - 1 = B \times (x^2 + 1) - 3x - 2$$

よって

$$x^4 + 3x^3 + 2x^2 - 1 - (-3x - 2) = B \times (x^2 + 1)$$

すなわち $x^4 + 3x^3 + 2x^2 + 3x + 1 = B \times (x^2 + 1)$

$x^4 + 3x^3 + 2x^2 + 3x + 1$ を $x^2 + 1$ で割ると、商は

$x^2 + 3x + 1$, 余りは 0 であるから

$$B = x^2 + 3x + 1$$

$$\begin{array}{r} 1 3 1 \\ 1 0 1) 1 3 2 3 1 \\ 1 0 1 \\ 3 1 3 \\ 3 0 3 \\ \hline 1 0 1 \\ 1 0 1 \\ 0 \end{array}$$

13 次の整式 A, B について、A を B で割った商と余りを求めるよ。

(1) $A = x^2 + 7x + 10, B = x + 2$

(2) $A = x^2 - 3x - 5, B = 2x - 2$

(3) $A = x^3 + 5x - 6, B = x - 1$

(4) $A = 4x^3 - 2x^2 - 6, B = 2x - 3$

(5) $A = 1 - 2a + 6a^2 + 4a^3, B = 1 + 2a$

(6) $A = a^3 + 2a - 3, B = a^2 + 2a - 1$

解答 (1) 商 $x + 5$, 余り 0 (2) 商 $\frac{1}{2}x - 1$, 余り -7 (3) 商 $x^2 + x + 6$, 余り 0

(4) 商 $2x^2 + 2x + 3$, 余り 3 (5) 商 $2a^2 + 2a - 2$, 余り 3

(6) 商 $a - 2$, 余り $7a - 5$

解説

(1) $\frac{x+5}{x+2}$

$$\begin{array}{r} x+5 \\ x+2 \) x^2+7x+10 \\ x^2+2x \\ \hline 5x+10 \\ 5x+10 \\ \hline 0 \end{array}$$

よって 商 $x + 5$, 余り 0

(2) $\frac{\frac{1}{2}x-1}{2x-2}$

$$\begin{array}{r} \frac{1}{2}x-1 \\ 2x-2 \) x^2-3x-5 \\ x^2-2x \\ \hline -2x-5 \\ -2x-2 \\ \hline -7 \end{array}$$

12 次のような整式を求めよ。

(1) $x^2 + 3x - 1$ で割ると、商が $2x - 1$, 余りが 3

(2) $2x^2 - x - 1$ で割ると、商が $4x + 5$, 余りが $-2x + 1$

(3) $3x^3 - 2x^2 + 1$ を割ると、商が $x + 1$, 余りが $x - 3$

(4) $x^4 + 3x^3 + 2x^2 - 1$ を割ると、商が $x^2 + 1$, 余りが $-3x - 2$

解答 (1) $2x^3 + 5x^2 - 5x + 4$ (2) $8x^3 + 6x^2 - 11x - 4$ (3) $3x^2 - 5x + 4$

よって 商 $\frac{1}{2}x - 1$, 余り -7

(3)

$$\begin{array}{r} x^2+x+6 \\ x-1 \overline{) x^3 + 5x - 6} \\ \underline{x^3 - x^2} \\ x^2 + 5x \\ \underline{x^2 - x} \\ 6x - 6 \\ \underline{6x - 6} \\ 0 \end{array}$$

よって 商 $x^2 + x + 6$, 余り 0

(4)

$$\begin{array}{r} 2x^2+2x+3 \\ 2x-3 \overline{) 4x^3-2x^2 - 6} \\ \underline{4x^3-6x^2} \\ 4x^2 \\ \underline{4x^2-6x} \\ 6x-6 \\ \underline{6x-9} \\ 3 \end{array}$$

よって 商 $2x^2 + 2x + 3$, 余り 3

(5)

$$\begin{array}{r} 2a^2+2a-2 \\ 2a+1 \overline{) 4a^3+6a^2-2a+1} \\ \underline{4a^3+2a^2} \\ 4a^2-2a \\ \underline{4a^2+2a} \\ -4a+1 \\ \underline{-4a-2} \\ 3 \end{array}$$

よって 商 $2a^2 + 2a - 2$, 余り 3

(6)

$$\begin{array}{r} a-2 \\ a^2+2a-1 \overline{) a^3 + 2a-3} \\ \underline{a^3+2a^2-a} \\ -2a^2+3a-3 \\ \underline{-2a^2-4a+2} \\ 7a-5 \end{array}$$

よって 商 $a - 2$, 余り $7a - 5$

14 次の整式 A , B について, A を B で割った商と余りを求めよ。また, その結果を $A = BQ + R$ の形に書け。

(1) $A = 2x^2 - 3x + 1$, $B = x + 1$ (2) $A = 2x^3 - 5x^2 + 4x - 1$, $B = x^2 - x + 1$

解答 (1) 商 $2x - 5$, 余り 6 ; $2x^2 - 3x + 1 = (x+1)(2x-5) + 6$

(2) 商 $2x - 3$, 余り $-x + 2$; $2x^3 - 5x^2 + 4x - 1 = (x^2 - x + 1)(2x - 3) - x + 2$

解説

(1)

$$\begin{array}{r} 2x - 5 \\ x+1 \overline{) 2x^2 - 3x + 1} \\ \underline{2x^2+2x} \\ -5x + 1 \\ \underline{-5x-5} \\ 6 \end{array}$$

よって 商 $2x - 5$, 余り 6

また $2x^2 - 3x + 1 = (x+1)(2x-5) + 6$

(2)

$$\begin{array}{r} 2x - 3 \\ x^2-x+1 \overline{) 2x^3-5x^2+4x-1} \\ \underline{2x^3-2x^2+2x} \\ -3x^2+2x-1 \\ \underline{-3x^2+3x-3} \\ -x+2 \end{array}$$

よって 商 $2x - 3$, 余り $-x + 2$

また $2x^3 - 5x^2 + 4x - 1 = (x^2 - x + 1)(2x - 3) - x + 2$

15 (1) $x^2 - 2x - 1$ で割ると, 商が $2x - 3$, 余りが $-2x$ である整式を求めよ。

(2) $x^2 + x + 1$ で割ると, 商が $x - 3$, 余りが $2x - 1$ である整式を求めよ。

解答 (1) $2x^3 - 7x^2 + 2x + 3$ (2) $x^3 - 2x^2 - 4$

解説

(1) 求める整式は $(x^2 - 2x - 1)(2x - 3) - 2x$

よって $2x^3 - 7x^2 + 2x + 3$

(2) 求める整式は $(x^2 + x + 1)(x - 3) + 2x - 1$

よって $x^3 - 2x^2 - 4$

16 次のような整式 B を, それぞれ求めよ。

(1) $x^3 - x^2 + 3x + 1$ を B で割ると, 商が $x + 1$, 余りが $3x - 1$

(2) $6x^4 + 7x^3 - 9x^2 - x + 2$ を B で割ると, 商が $2x^2 + x - 3$, 余りが $6x - 1$

(3) $x^4 - 6x^2 + 2x + 8$ を B で割ると, 商が B と一致し, 余りが $2x - 1$

解答 (1) $x^2 - 2x + 2$ (2) $3x^2 + 2x - 1$ (3) $x^2 - 3$, $-x^2 + 3$

解説

(1) 条件から, 次の等式が成り立つ。

$$x^3 - x^2 + 3x + 1 = B \times (x+1) + (3x-1)$$

ゆえに $x^3 - x^2 + 2 = B \times (x+1)$

よって, $x^3 - x^2 + 2$ は $x+1$ で割り切れて, その商が B

である。

右の計算により

$$B = x^2 - 2x + 2$$

$$x+1 \overline{) x^3-x^2+2}$$

$$\underline{x^3+x^2}$$

$$\begin{array}{r} -2x^2 \\ -2x^2-2x \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2x+2 \\ 2x+2 \end{array}$$

$$0$$

(2) 条件から, 次の等式が成り立つ。

$$6x^4 + 7x^3 - 9x^2 - x + 2$$

$$= B \times (2x^2 + x - 3) + (6x - 1)$$

ゆえに

$$6x^4 + 7x^3 - 9x^2 - 7x + 3 = B \times (2x^2 + x - 3)$$

よって, $6x^4 + 7x^3 - 9x^2 - 7x + 3$ は

$2x^2 + x - 3$ で割り切れて, その商が B である。

$$2x^2+x-3 \overline{) 6x^4+7x^3-9x^2-7x+3}$$

$$\underline{6x^4+3x^3-9x^2}$$

$$\begin{array}{r} 4x^3 \\ 4x^3+2x^2-6x \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -2x^2-x+3 \\ -2x^2-x+3 \end{array}$$

$$0$$

右の計算により $B = 3x^2 + 2x - 1$

(3) 条件から, 次の等式が成り立つ。

$$x^4 - 6x^2 + 2x + 8 = B^2 + 2x - 1$$

よって $B^2 = x^4 - 6x^2 + 9$ すなわち $B^2 = (x^2 - 3)^2$

ゆえに $B = \pm(x^2 - 3)$ より $B = x^2 - 3$, $-x^2 + 3$