変量の変換クイズ

1 変量 x のデータの平均値 $\overline{x}$ が 35，分散 $s_x{}^2$ が 16 であるとする。このとき，次の式によって得られる新しい変量 y のデータについて，平均値 $\overline{y}$，分散 $s_y{}^2$，標準偏差 s_y を求めよ。

(1)　$y=x-10$　　(2)　$y=3x$　　(3)　$y=-\dfrac{1}{2}x+6$

解答　$\overline{y}$，$s_y{}^2$，s_y の順に

(1)　25，16，4　　(2)　105，144，12　　(3)　$-\dfrac{23}{2}$，4，2

解説

(1)　$\overline{y}=\overline{x}-10=35-10=25$，$s_y{}^2=1^2s_x{}^2=1\times16=16$，$s_y=\sqrt{s_y{}^2}=\sqrt{16}=4$

(2)　$\overline{y}=3\overline{x}=3\times35=105$，$s_y{}^2=3^2s_x{}^2=9\times16=144$，$s_y=\sqrt{s_y{}^2}=\sqrt{144}=12$

(3)　$\overline{y}=-\dfrac{1}{2}\overline{x}+6=-\dfrac{1}{2}\times35+6=-\dfrac{23}{2}$，$s_y{}^2=\left(-\dfrac{1}{2}\right)^2s_x{}^2=\dfrac{1}{4}\times16=4$

$s_y=\sqrt{s_y{}^2}=\sqrt{4}=2$

参考　s_y については，$s_y=|a|s_x$ を用いて求めてもよい。(a は x の係数)

(1)　$s_y=|1|s_x=\sqrt{s_x{}^2}=\sqrt{16}=4$

(2)　$s_y=|3|s_x=3\sqrt{s_x{}^2}=3\sqrt{16}=12$

(3)　$s_y=\left|-\dfrac{1}{2}\right|s_x=\dfrac{1}{2}\sqrt{s_x{}^2}=\dfrac{1}{2}\sqrt{16}=2$

2 あるクラスの生徒を対象に 100 点満点の試験を行ったところ，平均値は 68 点，分散は 36 であった。得点調整のため，生徒全員の得点を 2.5 倍して，更に 30 点を加えたとき，得点調整後の平均値，分散，標準偏差を求めよ。

解答　平均値 200 点，分散 225，標準偏差 15 点

解説

もとの得点を x (点)，調整後の得点を y (点) とすると　　$y=2.5x+30$

よって，y の平均値 $\overline{y}$，分散 $s_y{}^2$，標準偏差 s_y は

$\overline{y}=2.5\overline{x}+30=2.5\times68+30=200$ (点)

$s_y{}^2=2.5^2s_x{}^2=\dfrac{25}{4}\times36=225$

$s_y=\sqrt{s_y{}^2}=\sqrt{225}=15$ (点)

3 変量 x のデータが次のように与えられている。

672，693，644，665，630，644

$c=7$，$x_0=644$，$u=\dfrac{x-x_0}{c}$ として新たな変量 u を作る。

(1)　変量 u のデータの平均値，分散，標準偏差を求めよ。

(2)　変量 x のデータの平均値，分散，標準偏差を求めよ。

解答　平均値，分散，標準偏差の順に

(1)　2，9，3　　(2)　658，441，21

解説

(1)　$u=\dfrac{x-644}{7}$ から

u のデータ　　4，7，0，3，-2，0

u^2 のデータ　　16，49，0，9，4，0

よって，変量 u のデータの平均値は　　$\overline{u}=\dfrac{1}{6}\{4+7+0+3+(-2)+0\}=\dfrac{1}{6}\times12=2$

また　　$\overline{u^2}=\dfrac{1}{6}(16+49+0+9+4+0)=\dfrac{1}{6}\times78=13$

よって，変量 u のデータの分散は　　$s_u{}^2=13-2^2=9$

変量 u のデータの標準偏差は　　$s_u=\sqrt{9}=3$

(2)　$u=\dfrac{x-644}{7}$ から　　$x=7u+644$

よって，変量 x のデータの平均値 $\overline{x}$，分散 $s_x{}^2$，標準偏差 s_x は

$\overline{x}=7\overline{u}+644=7\times2+644=658$

$s_x{}^2=7^2s_u{}^2=49\times9=441$

$s_x=\sqrt{s_x{}^2}=\sqrt{441}=21$

4 変量 x のデータの平均値 $\overline{x}$ が 25，分散 $s_x{}^2$ が 16 であるとする。このとき，次の式によって得られる新しい変量 y のデータについて，平均値 $\overline{y}$，分散 $s_y{}^2$，標準偏差 s_y を求めよ。

(1)　$y=x+2$　　(2)　$y=3x$　　(3)　$y=-2x+4$

解答　平均値，分散，標準偏差の順に

(1)　27，16，4　　(2)　75，144，12　　(3)　-46，64，8

解説

(1)　$\overline{y}=\overline{x}+2=25+2=27$

$s_y{}^2=1^2s_x{}^2=16$

$s_y=|1|s_x=\sqrt{16}=4$

(2)　$\overline{y}=3\overline{x}=3\times25=75$

$s_y{}^2=3^2s_x{}^2=9\times16=144$

$s_y=|3|s_x=3\times\sqrt{16}=12$

(3)　$\overline{y}=-2\overline{x}+4=-2\times25+4=-46$

$s_y{}^2=(-2)^2s_x{}^2=4\times16=64$

$s_y=|-2|s_x=2\times\sqrt{16}=8$

参考　s_y については，(標準偏差)$=\sqrt{(\text{分散})}$ を用いても同様の結果が得られる。

(2)　$s_y=\sqrt{144}=12$

(3)　$s_y=\sqrt{64}=8$

5 変量 x のデータの平均値 $\overline{x}$ が 10，分散 $s_x{}^2$ が 36 であるとする。次の式によって得られる新しい変量 y のデータについて，平均値 $\overline{y}$，分散 $s_y{}^2$，標準偏差 s_y を求めよ。

(1)　$y=x+4$　　(2)　$y=3x$　　(3)　$y=4x-8$

解答　(1)　$\overline{y}=14$，$s_y{}^2=36$，$s_y=6$　　(2)　$\overline{y}=30$，$s_y{}^2=324$，$s_y=18$

(3)　$\overline{y}=32$，$s_y{}^2=576$，$s_y=24$

解説

(1)　$\overline{y}=\overline{x}+4=10+4=14$

$s_y{}^2=1^2s_x{}^2=1\times36=36$

$s_y=|1|s_x=\sqrt{s_x{}^2}=\sqrt{36}=6$

(2)　$\overline{y}=3\overline{x}=3\times10=30$

$s_y{}^2=3^2s_x{}^2=3^2\times36=324$

$s_y=|3|s_x=3\sqrt{s_x{}^2}=3\times\sqrt{36}=18$

(3)　$\overline{y}=4\overline{x}-8=4\times10-8=32$

$s_y{}^2=4^2s_x{}^2=4^2\times36=576$

$s_y=|4|s_x=4\sqrt{s_x{}^2}=4\times\sqrt{36}=24$

参考　s_y は $s_y=\sqrt{s_y{}^2}$ から求めてもよい。

6 あるクラスで 100 点満点の試験を行ったところ，平均点は 60 点，分散は 25 であった。得点調整のため，生徒全員の得点を $\dfrac{1}{2}$ 倍して，さらに 10 点を加えた。得点調整をした後の平均値，分散，標準偏差を求めよ。

解答　平均値 40 点，分散 $\dfrac{25}{4}$，標準偏差 $\dfrac{5}{2}$ 点

解説

初めの得点のデータを変量 x，得点調整をした後の得点のデータを変量 y とし，x，y のデータの平均値を $\overline{x}$，$\overline{y}$，分散を $s_x{}^2$，$s_y{}^2$，標準偏差を s_x，s_y とする。

$y=\dfrac{1}{2}x+10$ であるから，得点調整をした後の

平均値は　　$\overline{y}=\dfrac{1}{2}\overline{x}+10=\dfrac{1}{2}\times60+10=40$ (点)

分散は　　$s_y{}^2=\left(\dfrac{1}{2}\right)^2s_x{}^2=\left(\dfrac{1}{2}\right)^2\times25=\dfrac{25}{4}$

標準偏差は　　$s_y=\sqrt{s_y{}^2}=\sqrt{\dfrac{25}{4}}=\dfrac{5}{2}$ (点)

7 変量 x のデータの平均値 $\overline{x}$ が 7，分散 $s_x{}^2$ が 49 であるとする。$y=3x+5$ によって得られる新しい変量 y のデータについて，平均値 $\overline{y}$，分散 $s_y{}^2$，標準偏差 s_y を求めよ。

解答　$\overline{y}=26$，$s_y{}^2=441$，$s_y=21$

解説

$\overline{y}=3\overline{x}+5=3\times7+5=26$

$s_y{}^2=3^2s_x{}^2=3^2\times49=441$

$s_y=|3|s_x=3\sqrt{s_x{}^2}=3\times\sqrt{49}=21$

参考　s_y は $s_y=\sqrt{s_y{}^2}$ から求めてもよい。