n 進法クイズ

1

次の数を 10 進法で表せ。

(1) $111_{(2)}$　(2) $1011_{(2)}$　(3) $101110_{(2)}$　(4) $10202_{(3)}$

(5) $4321_{(5)}$　(6) $543_{(6)}$　(7) $1624_{(7)}$　(8) $753_{(8)}$

解答　(1) 7　(2) 11　(3) 46　(4) 101　(5) 586　(6) 207　(7) 655　(8) 491

解説

(1) $111_{(2)}=1\cdot2^2+1\cdot2^1+1\cdot2^0=4+2+1=7$

(2) $1011_{(2)}=1\cdot2^3+0\cdot2^2+1\cdot2^1+1\cdot2^0=8+0+2+1=11$

(3) $101110_{(2)}=1\cdot2^5+0\cdot2^4+1\cdot2^3+1\cdot2^2+1\cdot2^1+0\cdot2^0$
$=32+0+8+4+2+0=46$

(4) $10202_{(3)}=1\cdot3^4+0\cdot3^3+2\cdot3^2+0\cdot3^1+2\cdot3^0$
$=81+0+18+0+2=101$

(5) $4321_{(5)}=4\cdot5^3+3\cdot5^2+2\cdot5^1+1\cdot5^0=500+75+10+1=586$

(6) $543_{(6)}=5\cdot6^2+4\cdot6^1+3\cdot6^0=180+24+3=207$

(7) $1624_{(7)}=1\cdot7^3+6\cdot7^2+2\cdot7^1+4\cdot7^0=343+294+14+4=655$

(8) $753_{(8)}=7\cdot8^2+5\cdot8^1+3\cdot8^0=448+40+3=491$

2

次の 10 進数を [ ] 内の表し方で表せ。

(1) 25 [2 進法]　(2) 36 [2 進法]　(3) 96 [5 進法]

(4) 248 [3 進法]　(5) 321 [7 進法]　(6) 965 [8 進法]

解答　(1) $11001_{(2)}$　(2) $100100_{(2)}$　(3) $341_{(5)}$　(4) $100012_{(3)}$　(5) $636_{(7)}$　(6) $1705_{(8)}$

解説

(1) 25 を 2 で割り，商を 2 で割る割り算を繰り返すと右のようになる。
余りを逆順に並べて　$11001_{(2)}$

```
2) 25    余り
2) 12 … 1
2)  6 … 0
2)  3 … 0
2)  1 … 1
    0 … 1
```

(2) 36 を 2 で割り，商を 2 で割る割り算を繰り返すと右のようになる。
余りを逆順に並べて　$100100_{(2)}$

```
2) 36    余り
2) 18 … 0
2)  9 … 0
2)  4 … 1
2)  2 … 0
2)  1 … 0
    0 … 1
```

(3) 96 を 5 で割り，商を 5 で割る割り算を繰り返すと右のようになる。
余りを逆順に並べて　$341_{(5)}$

```
5) 96    余り
5) 19 … 1
5)  3 … 4
    0 … 3
```

(4) 248 を 3 で割り，商を 3 で割る割り算を繰り返すと右のようになる。
余りを逆順に並べて　$100012_{(3)}$

```
3) 248    余り
3)  82 … 2
3)  27 … 1
3)   9 … 0
3)   3 … 0
3)   1 … 0
     0 … 1
```

(5) 321 を 7 で割り，商を 7 で割る割り算を繰り返すと右のようになる。
余りを逆順に並べて　$636_{(7)}$

```
7) 321    余り
7)  45 … 6
7)   6 … 3
     0 … 6
```

(6) 965 を 8 で割り，商を 8 で割る割り算を繰り返すと右のようになる。
余りを逆順に並べて　$1705_{(8)}$

```
8) 965    余り
8) 120 … 5
8)  15 … 0
8)   1 … 7
     0 … 1
```

3

次の計算の結果を，2 進法で表せ。

(1) $1010_{(2)}+1101_{(2)}$　(2) $11110_{(2)}+111_{(2)}$　(3) $101011_{(2)}+11011_{(2)}$

(4) $1101_{(2)}-110_{(2)}$　(5) $10100_{(2)}-1001_{(2)}$　(6) $101001_{(2)}-1010_{(2)}$

解答　(1) $10111_{(2)}$　(2) $100101_{(2)}$　(3) $1000110_{(2)}$　(4) $111_{(2)}$　(5) $1011_{(2)}$　(6) $11111_{(2)}$

解説

(1) $1010_{(2)}+1101_{(2)}=10111_{(2)}$

```
   1010
+  1101
  10111
```

10 進法で計算すると

```
  10
+ 13
  23
```

(2) $11110_{(2)}+111_{(2)}=100101_{(2)}$

```
  11110
+   111
 100101
```

10 進法で計算すると

```
  30
+  7
  37
```

(3) $101011_{(2)}+11011_{(2)}=1000110_{(2)}$

```
  101011
+  11011
 1000110
```

10 進法で計算すると

```
  43
+ 27
  70
```

(4) $1101_{(2)}-110_{(2)}=111_{(2)}$

```
  1101
-  110
   111
```

10 進法で計算すると

```
  13
-  6
   7
```

(5) $10100_{(2)}-1001_{(2)}=1011_{(2)}$

```
  10100
-  1001
   1011
```

10 進法で計算すると

```
  20
-  9
  11
```

(6) $101001_{(2)}-1010_{(2)}=11111_{(2)}$

```
  101001
-   1010
   11111
```

10 進法で計算すると

```
  41
- 10
  31
```

4

次の計算の結果を，2 進法で表せ。

(1) $11001_{(2)}\times101_{(2)}$　(2) $101110_{(2)}\times110_{(2)}$

(3) $101101_{(2)}\div101_{(2)}$　(4) $10111011_{(2)}\div10001_{(2)}$

解答　(1) $1111101_{(2)}$　(2) $100010100_{(2)}$　(3) $1001_{(2)}$　(4) $1011_{(2)}$

解説

(1) $11001_{(2)}\times101_{(2)}=1111101_{(2)}$

```
    11001
×     101
    11001
  11001
  1111101
```

10 進法で計算すると

```
   25
×   5
  125
```

(2) $101110_{(2)}\times110_{(2)}=100010100_{(2)}$

```
      101110
×        110
     101110
    101110
   100010100
```

10 進法で計算すると

```
   46
×   6
  276
```

(3) $101101_{(2)}\div101_{(2)}=1001_{(2)}$

```
       1001
101) 101101
     101
        101
        101
          0
```

10 進法で計算すると

```
     9
5) 45
   45
    0
```

(4) $10111011_{(2)}\div10001_{(2)}=1011_{(2)}$

```
            1011
10001) 10111011
       10001
         11001
         10001
          10001
          10001
              0
```

10 進法で計算すると

```
     11
17) 187
    17
     17
     17
      0
```

5

次の計算をせよ。

(1) $201_{(3)}+122_{(3)}$　(2) $1044_{(5)}+2104_{(5)}$　(3) $453_{(6)}-124_{(6)}$

(4) $7654_{(8)}-5765_{(8)}$　(5) $3012_{(4)}\times13_{(4)}$　(6) $1032_{(5)}\times24_{(5)}$

(7)　$1163_{(7)} \div 25_{(7)}$　　　(8)　$3041_{(5)} \div 21_{(5)}$

解答　(1)　$1100_{(3)}$　(2)　$3203_{(5)}$　(3)　$325_{(6)}$　(4)　$1667_{(8)}$　(5)　$111222_{(4)}$
(6)　$30423_{(5)}$　(7)　$32_{(7)}$　(8)　$121_{(5)}$

解説

(1)　$201_{(3)} + 122_{(3)} = 1100_{(3)}$

$$\begin{array}{r} 201 \\ +\ 122 \\ \hline 1100 \end{array}$$

10 進法で計算すると

$$\begin{array}{r} 19 \\ +\ 17 \\ \hline 36 \end{array}$$

(2)　$1044_{(5)} + 2104_{(5)} = 3203_{(5)}$

$$\begin{array}{r} 1044 \\ +\ 2104 \\ \hline 3203 \end{array}$$

10 進法で計算すると

$$\begin{array}{r} 149 \\ +\ 279 \\ \hline 428 \end{array}$$

(3)　$453_{(6)} - 124_{(6)} = 325_{(6)}$

$$\begin{array}{r} 453 \\ -\ 124 \\ \hline 325 \end{array}$$

10 進法で計算すると

$$\begin{array}{r} 177 \\ -\ 52 \\ \hline 125 \end{array}$$

(4)　$7654_{(8)} - 5765_{(8)} = 1667_{(8)}$

$$\begin{array}{r} 7654 \\ -\ 5765 \\ \hline 1667 \end{array}$$

10 進法で計算すると

$$\begin{array}{r} 4012 \\ -\ 3061 \\ \hline 951 \end{array}$$

(5)　$3012_{(4)} \times 13_{(4)} = 111222_{(4)}$

$$\begin{array}{r} 3012 \\ \times\ \ 13 \\ \hline 21102 \\ 3012\ \ \\ \hline 111222 \end{array}$$

10 進法で計算すると

$$\begin{array}{r} 198 \\ \times\ \ 7 \\ \hline 1386 \end{array}$$

(6)　$1032_{(5)} \times 24_{(5)} = 30423_{(5)}$

$$\begin{array}{r} 1032 \\ \times\ \ 24 \\ \hline 4233 \\ 2114\ \ \\ \hline 30423 \end{array}$$

10 進法で計算すると

$$\begin{array}{r} 142 \\ \times\ \ 14 \\ \hline 568 \\ 142\ \ \\ \hline 1988 \end{array}$$

(7)　$1163_{(7)} \div 25_{(7)} = 32_{(7)}$

$$\begin{array}{r} 32 \\ 25\overline{)1163} \\ \underline{111\ \ } \\ 53 \\ \underline{53} \\ 0 \end{array}$$

10 進法で計算すると

$$\begin{array}{r} 23 \\ 19\overline{)437} \\ \underline{38\ \ } \\ 57 \\ \underline{57} \\ 0 \end{array}$$

(8)　$3041_{(5)} \div 21_{(5)} = 121_{(5)}$

$$\begin{array}{r} 121 \\ 21\overline{)3041} \\ \underline{21\ \ \ } \\ 44\ \ \\ \underline{42\ \ } \\ 21 \\ \underline{21} \\ 0 \end{array}$$

10 進法で計算すると

$$\begin{array}{r} 36 \\ 11\overline{)396} \\ \underline{33\ \ } \\ 66 \\ \underline{66} \\ 0 \end{array}$$

$\boxed{6}$

次の数を[　]内の表し方で表せ。

(1)　215　[2 進法]　　(2)　2678　[5 進法]　　(3)　$1100101_{(2)}$　[3 進法]

(4)　$12121_{(3)}$　[2 進法]　　(5)　$1234_{(5)}$　[2 進法]　　(6)　$5743_{(8)}$　[3 進法]

解答　(1)　$11010111_{(2)}$　(2)　$41203_{(5)}$　(3)　$10202_{(3)}$　(4)　$10010111_{(2)}$
(5)　$11000010_{(2)}$　(6)　$11011201_{(3)}$

解説

(1)　215 を 2 で割り，商を 2 で割る割り算を繰り返すと右のようになる。
余りを逆順に並べて　　$11010111_{(2)}$

$$\begin{array}{r|rl} 2 & 215 & \text{余り} \\ 2 & 107 & \cdots 1 \\ 2 & 53 & \cdots 1 \\ 2 & 26 & \cdots 1 \\ 2 & 13 & \cdots 0 \\ 2 & 6 & \cdots 1 \\ 2 & 3 & \cdots 0 \\ 2 & 1 & \cdots 1 \\ & 0 & \cdots 1 \end{array}$$

(2)　2678 を 5 で割り，商を 5 で割る割り算を繰り返すと右のようになる。
余りを逆順に並べて　　$41203_{(5)}$

$$\begin{array}{r|rl} 5 & 2678 & \text{余り} \\ 5 & 535 & \cdots 3 \\ 5 & 107 & \cdots 0 \\ 5 & 21 & \cdots 2 \\ 5 & 4 & \cdots 1 \\ & 0 & \cdots 4 \end{array}$$

(3)　$1100101_{(2)}$ を 10 進法で表すと

$1100101_{(2)}$

$= 1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$

$= 64 + 32 + 0 + 0 + 4 + 0 + 1 = 101$

101 を 3 で割り，商を 3 で割る割り算を繰り返すと右のようになる。
余りを逆順に並べて　$10202_{(3)}$

$$\begin{array}{r|rl} 3 & 101 & \text{余り} \\ 3 & 33 & \cdots 2 \\ 3 & 11 & \cdots 0 \\ 3 & 3 & \cdots 2 \\ 3 & 1 & \cdots 0 \\ & 0 & \cdots 1 \end{array}$$

(4)　$12121_{(3)}$ を 10 進法で表すと

$12121_{(3)} = 1 \cdot 3^4 + 2 \cdot 3^3 + 1 \cdot 3^2 + 2 \cdot 3^1 + 1 \cdot 3^0$

$= 81 + 54 + 9 + 6 + 1 = 151$

151 を 2 で割り，商を 2 で割る割り算を繰り返すと右のようになる。
余りを逆順に並べて　　$10010111_{(2)}$

$$\begin{array}{r|rl} 2 & 151 & \text{余り} \\ 2 & 75 & \cdots 1 \\ 2 & 37 & \cdots 1 \\ 2 & 18 & \cdots 1 \\ 2 & 9 & \cdots 0 \\ 2 & 4 & \cdots 1 \\ 2 & 2 & \cdots 0 \\ 2 & 1 & \cdots 0 \\ & 0 & \cdots 1 \end{array}$$

(5)　$1234_{(5)}$ を 10 進法で表すと

$1234_{(5)} = 1 \cdot 5^3 + 2 \cdot 5^2 + 3 \cdot 5^1 + 4 \cdot 5^0$

$= 125 + 50 + 15 + 4 = 194$

194 を 2 で割り，商を 2 で割る割り算を繰り返すと右のようになる。
余りを逆順に並べて　　$11000010_{(2)}$

$$\begin{array}{r|rl} 2 & 194 & \text{余り} \\ 2 & 97 & \cdots 0 \\ 2 & 48 & \cdots 1 \\ 2 & 24 & \cdots 0 \\ 2 & 12 & \cdots 0 \\ 2 & 6 & \cdots 0 \\ 2 & 3 & \cdots 0 \\ 2 & 1 & \cdots 1 \\ & 0 & \cdots 1 \end{array}$$

(6)　$5743_{(8)}$ を 10 進法で表すと

$5743_{(8)} = 5 \cdot 8^3 + 7 \cdot 8^2 + 4 \cdot 8^1 + 3 \cdot 8^0$

$= 2560 + 448 + 32 + 3 = 3043$

3043 を 3 で割り，商を 3 で割る割り算を繰り返すと右のようになる。
余りを逆順に並べて　　$11011201_{(3)}$

$$\begin{array}{r|rl} 3 & 3043 & \text{余り} \\ 3 & 1014 & \cdots 1 \\ 3 & 338 & \cdots 0 \\ 3 & 112 & \cdots 2 \\ 3 & 37 & \cdots 1 \\ 3 & 12 & \cdots 1 \\ 3 & 4 & \cdots 0 \\ 3 & 1 & \cdots 1 \\ & 0 & \cdots 1 \end{array}$$

$\boxed{7}$

n は 2 以上の自然数とする。次の問いに答えよ。

(1)　10 進数の 72 を n 進法で表すと $132_{(n)}$ となる。n を求めよ。

(2)　10 進数の 218 を n 進法で表すと $332_{(n)}$ となる。n を求めよ。

解答　(1)　$n=7$　　(2)　$n=8$

解説

(1)　$72 = 1 \cdot n^2 + 3 \cdot n^1 + 2 \cdot n^0$

整理すると　　$n^2 + 3n - 70 = 0$　　　すなわち　　$(n+10)(n-7) = 0$

n は 2 以上の自然数であるから　　$n = 7$

(2)　$218 = 3 \cdot n^2 + 3 \cdot n^1 + 2 \cdot n^0$

整理すると　　$n^2 + n - 72 = 0$　　　すなわち　　$(n+9)(n-8) = 0$

n は 2 以上の自然数であるから　　$n = 8$

$\boxed{8}$

次の個数を 10 進数で答えよ。

(1)　2 進法で表したとき，6 桁 (この 6 は 10 進数) となるような数の個数

(2)　5 進法で表したとき，4 桁 (この 4 は 10 進数) となるような数の個数

解答　(1)　32 個　　(2)　500 個

解説

(1)　2 進法で表したとき，6 桁となる数は，$1□□□□□_{(2)}$ の □ に 0 または 1 を入れた

数である。

このような数の個数は　$2^5=32$（個）

(2)　5 進法で表したとき，4 桁となる数は，○□□$□_{(5)}$ の○に 1，2，3，4 のいずれかを，□に 0，1，2，3，4 のいずれかを入れた数である。

このような数の個数は　$4\times5^3=500$（個）

別解　(1)　2 進法で表したとき，6 桁となる 10 進法の整数を N とすると　$2^5\leqq N<2^6$

したがって，その個数は　$(2^6-1)-2^5+1=32$（個）

(2)　5 進法で表したとき，4 桁となる 10 進法の整数を N とすると　$5^3\leqq N<5^4$

したがって，その個数は　$(5^4-1)-5^3+1=500$（個）

9

3 桁の自然数 N を 7 進法で表すと 3 桁の数 $a0b_{(7)}$ となり，5 進法で表すと，逆の並びの 3 桁の数 $b0a_{(5)}$ となるという。a，b を求めよ。また，N を 10 進法で表せ。

解答　$a=2$，$b=4$，$N=102$

解説

$a0b_{(7)}$ は 7 進数であるから　$1\leqq a\leqq6$，$0\leqq b\leqq6$

$b0a_{(5)}$ は 5 進数であるから　$1\leqq b\leqq4$，$0\leqq a\leqq4$

よって　$1\leqq a\leqq4$，$1\leqq b\leqq4$　……①

N を 10 進法で表すと

$$N=a0b_{(7)}=a\cdot7^2+0\cdot7^1+b\cdot7^0=49a+b$$

$$N=b0a_{(5)}=b\cdot5^2+0\cdot5^1+a\cdot5^0=25b+a$$

ゆえに　$49a+b=25b+a$　　整理すると　$2a=b$

これと①を満たす整数 a，b の組は　$(a,\ b)=(1,\ 2),\ (2,\ 4)$

[1]　$(a,\ b)=(1,\ 2)$ のとき

$$N=49\cdot1+2=51$$

これは 2 桁の数であり，適さない。

[2]　$(a,\ b)=(2,\ 4)$ のとき

$$N=49\cdot2+4=102$$

これは 3 桁の数であり，適する。

したがって　$a=2$，$b=4$，$N=102$

10

自然数 N を 5 進法と 7 進法で表すと，それぞれ 3 桁の数 $abc_{(5)}$，$cab_{(7)}$ になるという。a，b，c を求めよ。また，N を 10 進法で表せ。

解答　$a=2$，$b=3$，$c=1$，$N=66$

解説

$abc_{(5)}$ は 3 桁の 5 進数であるから　$1\leqq a\leqq4$，$0\leqq b\leqq4$，$0\leqq c\leqq4$　……①

$cab_{(7)}$ は 3 桁の 7 進数であるから　$1\leqq c\leqq6$，$0\leqq a\leqq6$，$0\leqq b\leqq6$　……②

①，②から　$1\leqq a\leqq4$，$0\leqq b\leqq4$，$1\leqq c\leqq4$　……③

N を 10 進法で表すと

$$N=abc_{(5)}=a\cdot5^2+b\cdot5^1+c\cdot5^0=25a+5b+c$$

$$N=cab_{(7)}=c\cdot7^2+a\cdot7^1+b\cdot7^0=49c+7a+b$$

よって　$25a+5b+c=49c+7a+b$

整理すると　$9a+2b=24c$　……④

ここで，③より　$24c=9a+2b\leqq9\cdot4+2\cdot4=44$

ゆえに　$c\leqq\dfrac{11}{6}=1.8\cdots\cdots$　　よって，③から　$c=1$

④に代入すると　$9a+2b=24$

ゆえに　$2b=3(8-3a)$　……⑤

2 と 3 は互いに素であるから，b は 3 の倍数である。

よって，③より　$b=0,\ 3$

[1]　$b=0$ のとき

⑤を満たす整数 a は存在しないから不適。

[2]　$b=3$ のとき

⑤から　$a=2$　　これは③を満たす。

以上から　$a=2$，$b=3$，$c=1$

したがって　$N=25\cdot2+5\cdot3+1=66$

11

5 種類の数字 0，1，2，3，4 を用いて表される自然数を，次のように小さい方から順に並べる。

1，2，3，4，10，11，12，13，14，20，21，22，……

(1)　2020 番目の数をいえ。　　(2)　2020 は何番目の数か。

解答　(1)　31040　　(2)　260 番目

解説

この数の列は，5 進法で表された自然数の列と考えられる。

		余り
5)	2020	
5)	404	… 0
5)	80	… 4
5)	16	… 0
5)	3	… 1
	0	… 3

(1)　$2020=31040_{(5)}$ であるから，2020 番目の数は　31040

(2)　$2020_{(5)}=2\cdot5^3+0\cdot5^2+2\cdot5^1+0\cdot5^0=260$

よって，2020 は 260 番目の数である。

12

自然数 N を 2 進法で表すと 5 桁の数 $11a01_{(2)}$ となり，7 進法で表すと 2 桁の数 $3b_{(7)}$ となるという。a，b を求めよ。また，N を 10 進法で表せ。

解答　$a=0$，$b=4$，$N=25$

解説

$11a01_{(2)}$ は 2 進数であるから　$0\leqq a\leqq1$

$3b_{(7)}$ は 7 進数であるから　$0\leqq b\leqq6$

N を 10 進法で表すと　$N=11a01_{(2)}=1\cdot2^4+1\cdot2^3+a\cdot2^2+0\cdot2^1+1\cdot2^0=4a+25$

$$N=3b_{(7)}=3\cdot7^1+b\cdot7^0=b+21$$

よって　$4a+25=b+21$　　整理すると　$4(a+1)=b$

ゆえに　$a=0$ のとき　$b=4$　　これは $0\leqq b\leqq6$ を満たす。

$a=1$ のとき　$b=8$　　これは $0\leqq b\leqq6$ を満たさない。

したがって　$a=0$，$b=4$　　また　$N=25$

13

3 種類の数字 0，1，2 を用いて表される自然数を，次のように小さい方から順に並べる。

1，2，10，11，12，20，21，22，100，101，102，110，……

(1)　212 番目の数をいえ。　　(2)　2212 は何番目の数か。

解答　(1)　21212　　(2)　77 番目

解説

この数の列は，3 進法で表された自然数の列と考えられる。

		余り
3)	212	
3)	70	… 2
3)	23	… 1
3)	7	… 2
3)	2	… 1
	0	… 2

(1)　$212=21212_{(3)}$ であるから，212 番目の数は　21212

(2)　$2212_{(3)}=2\cdot3^3+2\cdot3^2+1\cdot3^1+2\cdot3^0=77$

よって，2212 は 77 番目の数である。

14

ある工場では，1 日に生産する製品に 1 から順に番号を付けていた。しかし，ある日番号を付ける機械が故障し，0，1，2，5，8 の数字しか使えなくなり，以下のように番号が付けられた。

1，2，5，8，10，11，12，15，18，20，21，22，25，……

(1)　この日に生産された製品に異常が見つかり，その製品に付いていた番号は 258 であった。異常が発見された製品はこの日の何番目に生産された製品か。

(2)　この日の工場では 595 個の製品が生産された。最後に生産された製品に付けられた番号は何番か。

解答　(1)　69 番目　　(2)　8580

解説

製品に付けられる番号は，0，1，2，5，8 の 5 種類の数字を用いて表されているから，5 進法に結び付けて考える。

つまり，0，1，2，5，8 をそれぞれ 0，1，2，3，4 に対応させて考える。

(1)　258 において，5 を 3 に，8 を 4 におき換えると　234

5 進数の $234_{(5)}$ を 10 進法で表すと　$234_{(5)}=2\cdot5^2+3\cdot5^1+4\cdot5^0=69$

よって，258 は 69 番目に生産された製品である。

(2)　595 を 5 進法で表すと　$4340_{(5)}$

3 を 5 に，4 を 8 におき換えると　8580

よって，最後に生産された製品に付けられた番号は　8580

15

次の数を 10 進法で表せ。

(1)　$11010_{(2)}$	(2)　$110111_{(2)}$	(3)　$1100010_{(2)}$
(4)　$12012_{(3)}$	(5)　$202021_{(3)}$	(6)　$3412_{(5)}$
(7)　$451_{(6)}$	(8)　$2356_{(7)}$	(9)　$765_{(8)}$

解答　(1)　26　　(2)　55　　(3)　98　　(4)　140　　(5)　547　　(6)　482　　(7)　175　　(8)　874　　(9)　501

解説

(1)　$11010_{(2)}=1\cdot2^4+1\cdot2^3+0\cdot2^2+1\cdot2^1+0\cdot2^0$

$=16+8+0+2+0=26$

(2)　$110111_{(2)}=1\cdot2^5+1\cdot2^4+0\cdot2^3+1\cdot2^2+1\cdot2^1+1\cdot2^0$

$=32+16+0+4+2+1=55$

(3)　$1100010_{(2)}=1\cdot2^6+1\cdot2^5+0\cdot2^4+0\cdot2^3+0\cdot2^2+1\cdot2^1+0\cdot2^0$

$=64+32+0+0+0+2+0=98$

(4)　$12012_{(3)}=1\cdot3^4+2\cdot3^3+0\cdot3^2+1\cdot3^1+2\cdot3^0$

$=81+54+0+3+2=140$

(5)　$202021_{(3)}=2\cdot3^5+0\cdot3^4+2\cdot3^3+0\cdot3^2+2\cdot3^1+1\cdot3^0$

$=486+0+54+0+6+1=547$

(6)　$3412_{(5)}=3\cdot5^3+4\cdot5^2+1\cdot5^1+2\cdot5^0$

$=375+100+5+2=482$

(7) $451_{(6)}=4\cdot6^2+5\cdot6^1+1\cdot6^0$

$=144+30+1=175$

(8) $2356_{(7)}=2\cdot7^3+3\cdot7^2+5\cdot7^1+6\cdot7^0$

$=686+147+35+6=874$

(9) $765_{(8)}=7\cdot8^2+6\cdot8^1+5\cdot8^0$

$=448+48+5=501$

16

次の 10 進数を[ ]内の表し方で表せ。

(1) 35 [2 進法]　(2) 84 [2 進法]　(3) 96 [3 進法]

(4) 457 [5 進法]　(5) 634 [7 進法]　(6) 2549 [8 進法]

解答 (1) $100011_{(2)}$　(2) $1010100_{(2)}$　(3) $10120_{(3)}$　(4) $3312_{(5)}$　(5) $1564_{(7)}$

(6) $4765_{(8)}$

解説

(1) 35 を 2 で割り，商を 2 で割る割り算を繰り返すと右のようになる。

余りを逆に並べて　$100011_{(2)}$

$$\begin{array}{r|rl} 2 & 35 & \text{余り} \\ 2 & 17 & \cdots 1 \\ 2 & 8 & \cdots 1 \\ 2 & 4 & \cdots 0 \\ 2 & 2 & \cdots 0 \\ 2 & 1 & \cdots 0 \\ & 0 & \cdots 1 \end{array}$$

(2) 84 を 2 で割り，商を 2 で割る割り算を繰り返すと右のようになる。

余りを逆に並べて　$1010100_{(2)}$

$$\begin{array}{r|rl} 2 & 84 & \text{余り} \\ 2 & 42 & \cdots 0 \\ 2 & 21 & \cdots 0 \\ 2 & 10 & \cdots 1 \\ 2 & 5 & \cdots 0 \\ 2 & 2 & \cdots 1 \\ 2 & 1 & \cdots 0 \\ & 0 & \cdots 1 \end{array}$$

(3) 96 を 3 で割り，商を 3 で割る割り算を繰り返すと右のようになる。

余りを逆に並べて　$10120_{(3)}$

$$\begin{array}{r|rl} 3 & 96 & \text{余り} \\ 3 & 32 & \cdots 0 \\ 3 & 10 & \cdots 2 \\ 3 & 3 & \cdots 1 \\ 3 & 1 & \cdots 0 \\ & 0 & \cdots 1 \end{array}$$

(4) 457 を 5 で割り，商を 5 で割る割り算を繰り返すと右のようになる。

余りを逆に並べて　$3312_{(5)}$

$$\begin{array}{r|rl} 5 & 457 & \text{余り} \\ 5 & 91 & \cdots 2 \\ 5 & 18 & \cdots 1 \\ 5 & 3 & \cdots 3 \\ & 0 & \cdots 3 \end{array}$$

(5) 634 を 7 で割り，商を 7 で割る割り算を繰り返すと右のようになる。

余りを逆に並べて　$1564_{(7)}$

$$\begin{array}{r|rl} 7 & 634 & \text{余り} \\ 7 & 90 & \cdots 4 \\ 7 & 12 & \cdots 6 \\ 7 & 1 & \cdots 5 \\ & 0 & \cdots 1 \end{array}$$

(6) 2549 を 8 で割り，商を 8 で割る割り算を繰り返すと右のようになる。

余りを逆に並べて　$4765_{(8)}$

$$\begin{array}{r|rl} 8 & 2549 & \text{余り} \\ 8 & 318 & \cdots 5 \\ 8 & 39 & \cdots 6 \\ 8 & 4 & \cdots 7 \\ & 0 & \cdots 4 \end{array}$$

17

次の 10 進数を[ ]内の表し方で表せ。

(1) 3871 [6 進法]　(2) 0.6875 [8 進法]

解答 (1) $25531_{(6)}$　(2) $0.54_{(8)}$

解説

(1) 3871 を 6 で割り，商を 6 で割る割り算を繰り返すと右のようになる。

余りを逆に並べて

$25531_{(6)}$

$$\begin{array}{r|rl} 6 & 3871 & \text{余り} \\ 6 & 645 & \cdots 1 \\ 6 & 107 & \cdots 3 \\ 6 & 17 & \cdots 5 \\ 6 & 2 & \cdots 5 \\ & 0 & \cdots 2 \end{array}$$

(2) 0.6875 に 8 を掛け，小数部分に 8 を掛けることを繰り返すと右のようになる。

出てきた整数部分を順に並べて

$0.54_{(8)}$

$$\begin{array}{r} 0.6875 \\ \times\quad 8 \\ \hline 5.5000 \\ \times\quad 8 \\ \hline 4.0 \end{array}$$

18

次の計算の結果を，2 進法で表せ。

(1) $1010_{(2)}+111_{(2)}$　(2) $10101_{(2)}+11011_{(2)}$

(3) $11001_{(2)}-101_{(2)}$　(4) $110101_{(2)}-1100_{(2)}$

解答 (1) $10001_{(2)}$　(2) $110000_{(2)}$　(3) $10100_{(2)}$　(4) $101001_{(2)}$

解説

(1) $1010_{(2)}+111_{(2)}=10001_{(2)}$

$$\begin{array}{r} 1010 \\ +\ 111 \\ \hline 10001 \end{array}$$

10 進法で計算すると

$$\begin{array}{r} 10 \\ +\ 7 \\ \hline 17 \end{array}$$

(2) $10101_{(2)}+11011_{(2)}=110000_{(2)}$

$$\begin{array}{r} 10101 \\ +\ 11011 \\ \hline 110000 \end{array}$$

10 進法で計算すると

$$\begin{array}{r} 21 \\ +\ 27 \\ \hline 48 \end{array}$$

(3) $11001_{(2)}-101_{(2)}=10100_{(2)}$

$$\begin{array}{r} 11001 \\ -\ 101 \\ \hline 10100 \end{array}$$

10 進法で計算すると

$$\begin{array}{r} 25 \\ -\ 5 \\ \hline 20 \end{array}$$

(4) $110101_{(2)}-1100_{(2)}=101001_{(2)}$

$$\begin{array}{r} 110101 \\ -\ 1100 \\ \hline 101001 \end{array}$$

10 進法で計算すると

$$\begin{array}{r} 53 \\ -\ 12 \\ \hline 41 \end{array}$$

19

次の計算の結果を，2 進法で表せ。

(1) $11101_{(2)}\times101_{(2)}$　(2) $10010_{(2)}\times1101_{(2)}$

(3) $110111_{(2)}\div101_{(2)}$　(4) $100101001_{(2)}\div1011_{(2)}$

解答 (1) $10010001_{(2)}$　(2) $11101010_{(2)}$　(3) $1011_{(2)}$　(4) $11011_{(2)}$

解説

(1) $11101_{(2)}\times101_{(2)}=10010001_{(2)}$

$$\begin{array}{r} 11101 \\ \times\ \ 101 \\ \hline 11101 \\ 11101\ \ \\ \hline 10010001 \end{array}$$

10 進法で計算すると

$$\begin{array}{r} 29 \\ \times\ 5 \\ \hline 145 \end{array}$$

(2) $10010_{(2)}\times1101_{(2)}=11101010_{(2)}$

$$\begin{array}{r} 10010 \\ \times\ 1101 \\ \hline 10010 \\ 10010\ \ \\ 10010\ \ \ \\ \hline 11101010 \end{array}$$

10 進法で計算すると

$$\begin{array}{r} 18 \\ \times\ 13 \\ \hline 54 \\ 18\ \\ \hline 234 \end{array}$$

(3) $110111_{(2)}\div101_{(2)}=1011_{(2)}$

$$\begin{array}{r} 1011 \\ 101\overline{)110111} \\ 101 \\ \hline 111 \\ 101 \\ \hline 101 \\ 101 \\ \hline 0 \end{array}$$

10 進法で計算すると

$$\begin{array}{r} 11 \\ 5\overline{)55} \\ 5 \\ \hline 5 \\ 5 \\ \hline 0 \end{array}$$

(4) $100101001_{(2)}\div1011_{(2)}=11011_{(2)}$

$$\begin{array}{r} 11011 \\ 1011\overline{)100101001} \\ 1011 \\ \hline 1111 \\ 1011 \\ \hline 10000 \\ 1011 \\ \hline 1011 \\ 1011 \\ \hline 0 \end{array}$$

10 進法で計算すると

$$\begin{array}{r} 27 \\ 11\overline{)297} \\ 22 \\ \hline 77 \\ 77 \\ \hline 0 \end{array}$$

20

次の計算をせよ。

(1)　$212_{(3)}+121_{(3)}$　　(2)　$3412_{(5)}+2344_{(5)}$　　(3)　$543_{(6)}-225_{(6)}$
(4)　$6241_{(7)}-1426_{(7)}$　　(5)　$3112_{(4)}\times 33_{(4)}$　　(6)　$3434_{(5)}\div 23_{(5)}$

解答　(1)　$1110_{(3)}$　(2)　$11311_{(5)}$　(3)　$314_{(6)}$　(4)　$4512_{(7)}$　(5)　$302022_{(4)}$
(6)　$123_{(5)}$

解説
(1)　$212_{(3)}+121_{(3)}=1110_{(3)}$

$$\begin{array}{r} 212 \\ +\ 121 \\ \hline 1110 \end{array}$$

10 進法で計算すると

$$\begin{array}{r} 23 \\ +\ 16 \\ \hline 39 \end{array}$$

(2)　$3412_{(5)}+2344_{(5)}=11311_{(5)}$

$$\begin{array}{r} 3412 \\ +\ 2344 \\ \hline 11311 \end{array}$$

10 進法で計算すると

$$\begin{array}{r} 482 \\ +\ 349 \\ \hline 831 \end{array}$$

(3)　$543_{(6)}-225_{(6)}=314_{(6)}$

$$\begin{array}{r} 543 \\ -\ 225 \\ \hline 314 \end{array}$$

10 進法で計算すると

$$\begin{array}{r} 207 \\ -\ 89 \\ \hline 118 \end{array}$$

(4)　$6241_{(7)}-1426_{(7)}=4512_{(7)}$

$$\begin{array}{r} 6241 \\ -\ 1426 \\ \hline 4512 \end{array}$$

10 進法で計算すると

$$\begin{array}{r} 2185 \\ -\ 559 \\ \hline 1626 \end{array}$$

(5)　$3112_{(4)}\times 33_{(4)}=302022_{(4)}$

$$\begin{array}{r} 3112 \\ \times\ \ 33 \\ \hline 22002 \\ 22002\ \\ \hline 302022 \end{array}$$

10 進法で計算すると

$$\begin{array}{r} 214 \\ \times\ 15 \\ \hline 1070 \\ 214\ \\ \hline 3210 \end{array}$$

(6)　$3434_{(5)}\div 23_{(5)}=123_{(5)}$

$$\begin{array}{r} 123 \\ 23 \overline{)\,3434} \\ 23 \\ \hline 113 \\ 101 \\ \hline 124 \\ 124 \\ \hline 0 \end{array}$$

10 進法で計算すると

$$\begin{array}{r} 38 \\ 13 \overline{)\,494} \\ 39 \\ \hline 104 \\ 104 \\ \hline 0 \end{array}$$

21

次の数を［　］内の表し方で表せ。
(1)　$1101001_{(2)}$　［8 進法］　(2)　$22111_{(3)}$　［2 進法］　(3)　$4232_{(5)}$　［3 進法］

解答　(1)　$151_{(8)}$　(2)　$11100101_{(2)}$　(3)　$210000_{(3)}$

解説
(1)　$1101001_{(2)}$ を 10 進法で表すと

$$1101001_{(2)}=1\cdot 2^6+1\cdot 2^5+0\cdot 2^4+1\cdot 2^3+0\cdot 2^2+0\cdot 2^1+1\cdot 2^0$$
$$=64+32+0+8+0+0+1$$
$$=105$$

105 を 8 で割り，商を 8 で割る割り算を繰り返すと右のようになる。

$$\begin{array}{r|rl} 8 & 105 & 余り \\ 8 & 13 & \cdots 1 \\ 8 & 1 & \cdots 5 \\ & 0 & \cdots 1 \end{array}$$

余りを逆に並べて　$151_{(8)}$

別解　$1101001_{(2)}$ を 10 進法で表すと

$$1101001_{(2)}=1\cdot 2^6+1\cdot 2^5+0\cdot 2^4+1\cdot 2^3+0\cdot 2^2+0\cdot 2^1+1\cdot 2^0$$
$$=1\cdot(2^3)^2+2^3(1\cdot 2^2+0\cdot 2^1+1\cdot 2^0)+(0\cdot 2^2+0\cdot 2^1+1\cdot 2^0)$$
$$=1\cdot 8^2+5\cdot 8^1+1\cdot 8^0$$
$$=151_{(8)}$$

(2)　$22111_{(3)}$ を 10 進法で表すと

$$22111_{(3)}=2\cdot 3^4+2\cdot 3^3+1\cdot 3^2+1\cdot 3^1+1\cdot 3^0$$
$$=162+54+9+3+1=229$$

229 を 2 で割り，商を 2 で割る割り算を繰り返すと右のようになる。

$$\begin{array}{r|rl} 2 & 229 & 余り \\ 2 & 114 & \cdots 1 \\ 2 & 57 & \cdots 0 \\ 2 & 28 & \cdots 1 \\ 2 & 14 & \cdots 0 \\ 2 & 7 & \cdots 0 \\ 2 & 3 & \cdots 1 \\ 2 & 1 & \cdots 1 \\ & 0 & \cdots 1 \end{array}$$

余りを逆に並べて
$11100101_{(2)}$

(3)　$4232_{(5)}$ を 10 進法で表すと

$$4232_{(5)}=4\cdot 5^3+2\cdot 5^2+3\cdot 5^1+2\cdot 5^0$$
$$=500+50+15+2=567$$

567 を 3 で割り，商を 3 で割る割り算を繰り返すと右のようになる。

$$\begin{array}{r|rl} 3 & 567 & 余り \\ 3 & 189 & \cdots 0 \\ 3 & 63 & \cdots 0 \\ 3 & 21 & \cdots 0 \\ 3 & 7 & \cdots 0 \\ 3 & 2 & \cdots 1 \\ & 0 & \cdots 2 \end{array}$$

余りを逆に並べて
$210000_{(3)}$

22

10 進数の 51 を n 進法 (n は 4 以上の自然数) で表すと $123_{(n)}$ となるとき，n を求めよ。

解答　$n=6$

解説
$51=1\cdot n^2+2\cdot n^1+3\cdot n^0$
整理して　$n^2+2n-48=0$
　　$(n-6)(n+8)=0$
n は 4 以上の自然数であるから　$n=6$

23

自然数 N を 4 進法で表すと 3 桁の数 $3a1_{(4)}$ となり，6 進法で表すと 3 桁の数 $1b3_{(6)}$ となるという。a，b を求めよ。また，N を 10 進法で表せ。

解答　$a=2$，$b=3$，$N=57$

解説
$3a1_{(4)}$ は 4 進数であるから　$0\leqq a\leqq 3$
$1b3_{(6)}$ は 6 進数であるから　$0\leqq b\leqq 5$
N を 10 進法で表すと

$$N=3a1_{(4)}=3\cdot 4^2+a\cdot 4^1+1\cdot 4^0=4a+49$$
$$N=1b3_{(6)}=1\cdot 6^2+b\cdot 6^1+3\cdot 6^0=6b+39$$

よって　$4a+49=6b+39$
整理すると　$2a+5=3b$
$3b$ は 3 の倍数であるから，$2a+5$ も 3 の倍数である。
$0\leqq a\leqq 3$ であるから　$a=2$
このとき　$b=3$　これは $0\leqq b\leqq 5$ を満たす。
したがって　$a=2$，$b=3$
また　$N=4\cdot 2+49=57$

24

自然数 N を 5 進法と 9 進法で表すと，ともに 2 桁の数であり，各位の数字の並びが逆になるという。N を 10 進法で表せ。

解答　$N=11$，22

解説
$N=ab_{(5)}$ とすると　$N=ba_{(9)}$
$ab_{(5)}$ は 5 進数であるから　$1\leqq a\leqq 4$，$0\leqq b\leqq 4$
$ba_{(9)}$ は 9 進数であるから　$1\leqq b\leqq 8$，$0\leqq a\leqq 8$
よって　$1\leqq a\leqq 4$，$1\leqq b\leqq 4$　…… ①
N を 10 進法で表すと　$N=ab_{(5)}=a\cdot 5^1+b\cdot 5^0=5a+b$
　　$N=ba_{(9)}=b\cdot 9^1+a\cdot 9^0=9b+a$
ゆえに　$5a+b=9b+a$
整理すると　$a=2b$
これと ① を満たす整数 a，b の組は　$(a,\ b)=(2,\ 1)$，$(4,\ 2)$
[1]　$(a,\ b)=(2,\ 1)$ のとき　$N=5\cdot 2+1=11$
[2]　$(a,\ b)=(4,\ 2)$ のとき　$N=5\cdot 4+2=22$
したがって　$N=11$，22

25

10 進数 123 を 5 進法で表せ。

解答　$443_{(5)}$

解説
123 を 5 で割り，商を 5 で割る割り算を繰り返すと右のようになる。

$$\begin{array}{r|rl} 5 & 123 & 余り \\ 5 & 24 & \cdots 3 \\ 5 & 4 & \cdots 4 \\ & 0 & \cdots 4 \end{array}$$

余りを逆に並べて　$443_{(5)}$

26

次の計算をせよ。
(1)　$1101_{(2)}+101_{(2)}$　　(2)　$2341_{(5)}-1432_{(5)}$
(3)　$312_{(5)}\times 23_{(5)}$　　(4)　$10032_{(4)}\div 231_{(4)}$

解答　(1)　$10010_{(2)}$　(2)　$404_{(5)}$　(3)　$13231_{(5)}$　(4)　$12_{(4)}$

解説
(1)　$1101_{(2)}+101_{(2)}=10010_{(2)}$　　(2)　$2341_{(5)}-1432_{(5)}=404_{(5)}$

$$\begin{array}{r} 1101 \\ +\ \ \ 101 \\ \hline 10010 \end{array}$$
←$1+1=2=10_{(2)}$ に注意して，上の桁に1を上げていく。

$$\begin{array}{r} 2341 \\ -\ 1432 \\ \hline 404 \end{array}$$
←5進法では
$$\begin{array}{r} 11 \\ -\ \ 2 \\ \hline 4 \end{array}\quad \begin{array}{r} 3 \\ -\ 3 \\ \hline 0 \end{array}\quad \begin{array}{r} 13 \\ -\ \ 4 \\ \hline 4 \end{array}$$

(3) $312_{(5)}\times 23_{(5)}=13231_{(5)}$

$$\begin{array}{r} 312 \\ \times\ \ 23 \\ \hline 1441 \\ 1124\ \ \\ \hline 13231 \end{array}$$
←$2\times 3=6=11_{(5)}$ で，上の桁に1が上がる。以下，同様に繰り上がりに注意して計算する。

(4) $10032_{(4)}\div 231_{(4)}=12_{(4)}$

$$\begin{array}{r} 12 \\ 231\overline{)\,10032} \\ 231\ \ \\ \hline 1122 \\ 1122 \\ \hline 0 \end{array}$$
←4進法では
$$\begin{array}{r} 231 \\ \times\ \ \ 1 \\ \hline 231 \end{array}\quad \begin{array}{r} 231 \\ \times\ \ \ 2 \\ \hline 1122 \end{array}$$

27

(1) 10進数78を2進法で表すと ア□，5進法で表すと イ□ である。

(2) n は3以上の整数とする。10進法で $(n+1)^2$ と表される数を n 進法で表せ。

(3) $110111_{(2)}$，$120201_{(3)}$ をそれぞれ10進数で表せ。

解答　(1)（ア）$1001110_{(2)}$　（イ）$303_{(5)}$　(2) $121_{(n)}$　(3) 順に 55，424

解説

(1)（ア）
$$\begin{array}{rl} 2\underline{)\ 78} & \text{余り} \\ 2\underline{)\ 39} & \cdots 0 \\ 2\underline{)\ 19} & \cdots 1 \\ 2\underline{)\ \ 9} & \cdots 1 \\ 2\underline{)\ \ 4} & \cdots 1 \\ 2\underline{)\ \ 2} & \cdots 0 \\ 2\underline{)\ \ 1} & \cdots 0 \\ 0 & \cdots 1 \end{array}$$
よって　$1001110_{(2)}$

（イ）
$$\begin{array}{rl} 5\underline{)\ 78} & \text{余り} \\ 5\underline{)\ 15} & \cdots 3 \\ 5\underline{)\ \ 3} & \cdots 0 \\ 0 & \cdots 3 \end{array}$$
よって　$303_{(5)}$

別解　（ア）$78=1\cdot 2^6+0\cdot 2^5+0\cdot 2^4+1\cdot 2^3+1\cdot 2^2+1\cdot 2^1+0\cdot 2^0$

よって　$1001110_{(2)}$

（イ）$78=3\cdot 5^2+0\cdot 5^1+3\cdot 5^0$

よって　$303_{(5)}$

(2) $(n+1)^2=n^2+2n+1=1\cdot n^2+2\cdot n^1+1\cdot n^0$

n は3以上の整数であるから，n 進法では　$121_{(n)}$

(3) $110111_{(2)}=1\cdot 2^5+1\cdot 2^4+0\cdot 2^3+1\cdot 2^2+1\cdot 2^1+1\cdot 2^0$

$=32+16+0+4+2+1=55$

$120201_{(3)}=1\cdot 3^5+2\cdot 3^4+0\cdot 3^3+2\cdot 3^2+0\cdot 3^1+1\cdot 3^0$

$=243+162+0+18+0+1=424$

28

(1) 10進数1000を5進法で表すと ア□，9進法で表すと イ□ である。

(2) n は5以上の整数とする。10進法で $(2n+1)^2$ と表される数を n 進法で表せ。

(3) $32123_{(4)}$，$41034_{(5)}$ をそれぞれ10進数で表せ。

解答　(1)（ア）$13000_{(5)}$　（イ）$1331_{(9)}$　(2) $441_{(n)}$　(3) 順に 923，2644

解説

(1)（ア）$13000_{(5)}$
$$\begin{array}{rl} 5\underline{)\ 1000} & \text{余り} \\ 5\underline{)\ \ 200} & \cdots 0 \\ 5\underline{)\ \ \ 40} & \cdots 0 \\ 5\underline{)\ \ \ \ 8} & \cdots 0 \\ 5\underline{)\ \ \ \ 1} & \cdots 3 \\ 0 & \cdots 1 \end{array}$$

（イ）$1331_{(9)}$
$$\begin{array}{rl} 9\underline{)\ 1000} & \text{余り} \\ 9\underline{)\ \ 111} & \cdots 1 \\ 9\underline{)\ \ \ 12} & \cdots 3 \\ 9\underline{)\ \ \ \ 1} & \cdots 3 \\ 0 & \cdots 1 \end{array}$$

別解　（ア）$1000=1\cdot 5^4+3\cdot 5^3+0\cdot 5^2+0\cdot 5^1+0\cdot 5^0$ であるから　$13000_{(5)}$

（イ）$1000=1\cdot 9^3+3\cdot 9^2+3\cdot 9^1+1\cdot 9^0$ であるから　$1331_{(9)}$

(2) $(2n+1)^2=4n^2+4n+1=4\cdot n^2+4\cdot n^1+1\cdot n^0$

n は5以上の整数であるから，n 進法では　$441_{(n)}$

(3) $32123_{(4)}=3\cdot 4^4+2\cdot 4^3+1\cdot 4^2+2\cdot 4^1+3\cdot 4^0$

$=768+128+16+8+3=923$

$41034_{(5)}=4\cdot 5^4+1\cdot 5^3+0\cdot 5^2+3\cdot 5^1+4\cdot 5^0$

$=2500+125+0+15+4=2644$

29

次の計算の結果を，[　] 内の記数法で表せ。

(1) $11011_{(2)}+11010_{(2)}$　[2進法]　(2) $3420_{(5)}-2434_{(5)}$　[5進法]

(3) $413_{(5)}\times 32_{(5)}$　[5進法]　(4) $1101001_{(2)}\div 101_{(2)}$　[2進法]

解答　(1) $110101_{(2)}$　(2) $431_{(5)}$　(3) $24321_{(5)}$　(4) $10101_{(2)}$

解説

(1) $11011_{(2)}+11010_{(2)}=110101_{(2)}$
$$\begin{array}{r} 11011 \\ +\ 11010 \\ \hline 110101 \end{array}$$

(2) $3420_{(5)}-2434_{(5)}=431_{(5)}$
$$\begin{array}{r} 3420 \\ -\ 2434 \\ \hline 431 \end{array}$$

(3) $413_{(5)}\times 32_{(5)}=24321_{(5)}$
$$\begin{array}{r} 413 \\ \times\ \ 32 \\ \hline 1331 \\ 2244\ \ \\ \hline 24321 \end{array}$$

(4) $1101001_{(2)}\div 101_{(2)}=10101_{(2)}$
$$\begin{array}{r} 10101 \\ 101\overline{)\,1101001} \\ 101\ \ \ \ \ \ \\ \hline 110\ \ \ \ \\ 101\ \ \ \ \\ \hline 101\ \ \\ 101\ \ \\ \hline 0 \end{array}$$

参考　10進法で計算すると，それぞれ次のようになる。

(1)
$$\begin{array}{r} 27 \\ +\ 26 \\ \hline 53 \end{array}=110101_{(2)}$$

(2)
$$\begin{array}{r} 485 \\ -\ 369 \\ \hline 116 \end{array}=431_{(5)}$$

(3)
$$\begin{array}{r} 108 \\ \times\ \ 17 \\ \hline 1836 \end{array}=24321_{(5)}$$

(4)
$$\begin{array}{r} 21 \\ 5\overline{)\,105} \\ 105 \\ \hline 0 \end{array}\quad 21=10101_{(2)}$$

30

次の計算の結果を，[　] 内の記数法で表せ。

(1) $1222_{(3)}+1120_{(3)}$　[3進法]　(2) $110100_{(2)}-101101_{(2)}$　[2進法]

(3) $2304_{(5)}\times 203_{(5)}$　[5進法]　(4) $110001_{(2)}\div 111_{(2)}$　[2進法]

解答　(1) $10112_{(3)}$　(2) $111_{(2)}$　(3) $1024222_{(5)}$　(4) $111_{(2)}$

解説

(1) $1222_{(3)}+1120_{(3)}=10112_{(3)}$
$$\begin{array}{r} 1222 \\ +\ 1120 \\ \hline 10112 \end{array}$$

(2) $110100_{(2)}-101101_{(2)}=111_{(2)}$
$$\begin{array}{r} 110100 \\ -\ 101101 \\ \hline 111 \end{array}$$

(3) $2304_{(5)}\times 203_{(5)}=1024222_{(5)}$
$$\begin{array}{r} 2304 \\ \times\ \ 203 \\ \hline 12422 \\ 10113\ \ \ \ \\ \hline 1024222 \end{array}$$

(4) $110001_{(2)}\div 111_{(2)}=111_{(2)}$
$$\begin{array}{r} 111 \\ 111\overline{)\,110001} \\ 111\ \ \ \ \\ \hline 1010\ \ \\ 111\ \ \\ \hline 111 \\ 111 \\ \hline 0 \end{array}$$

参考　10進法で計算すると，それぞれ次のようになる。

(1)
$$\begin{array}{r} 53 \\ +\ 42 \\ \hline 95 \end{array}=10112_{(3)}$$

(2)
$$\begin{array}{r} 52 \\ -\ 45 \\ \hline 7 \end{array}=111_{(2)}$$

(3)
$$\begin{array}{r} 329 \\ \times\ \ 53 \\ \hline 987 \\ 1645\ \ \\ \hline 17437 \end{array}=1024222_{(5)}$$

(4)
$$\begin{array}{r} 7 \\ 7\overline{)\,49} \\ 49 \\ \hline 0 \end{array}\quad 7=111_{(2)}$$

31

(1) 自然数 N を6進法と9進法で表すと，それぞれ3桁の数 $abc_{(6)}$ と $cab_{(9)}$ になるという。a，b，c の値を求めよ。また，N を10進法で表せ。

(2) n は2以上の自然数とする。4進数 $321_{(4)}$ を n 進法で表すと $111_{(n)}$ となるような n の値を求めよ。

解答　(1) $a=5$，$b=5$，$c=2$，$N=212$　(2) $n=7$

解説

(1) $abc_{(6)}$ と $cab_{(9)}$ はともに3桁の数であり，底について $6<9$ であるから

$1\leqq a\leqq 5$，$0\leqq b\leqq 5$，$1\leqq c\leqq 5$

$abc_{(6)}=a\cdot 6^2+b\cdot 6^1+c\cdot 6^0=36a+6b+c$　…… ①

$cab_{(9)}=c\cdot 9^2+a\cdot 9^1+b\cdot 9^0=81c+9a+b$

この2数は同じ数であるから　$36a+6b+c=81c+9a+b$

ゆえに　$27a=80c-5b$　すなわち　$27a=5(16c-b)$　…… ②

5と27は互いに素であるから，a は5の倍数である。

$1\leqq a\leqq 5$ であるから　$a=5$

② に代入して整理すると　$16c=b+27$　…… ③

よって，$b+27$ は16の倍数である。

$0\leqq b\leqq 5$ より，$27\leqq b+27\leqq 32$ であるから　$b+27=32$

よって　$b=5$　③ から　$c=2$（$1\leqq c\leqq 5$ を満たす）

以上から　$a=5$，$b=5$，$c=2$

この値を ① に代入して　$N=36\cdot 5+6\cdot 5+2=212$

(2) $321_{(4)}=3\cdot 4^2+2\cdot 4^1+1\cdot 4^0$，$111_{(n)}=1\cdot n^2+1\cdot n^1+1\cdot n^0$

ゆえに　$57=n^2+n+1$　すなわち　$n^2+n-56=0$

よって　$(n-7)(n+8)=0$

n は2以上の自然数であるから　　$n=7$

32

(1)　ある自然数 N を5進法で表すと3桁の数 $abc_{(5)}$ となり，3倍して9進法で表すと3桁の数 $cba_{(9)}$ となる。a，b，c の値を求めよ。また，N を10進法で表せ。

(2)　n は2以上の自然数とする。3進数 $1212_{(3)}$ を n 進法で表すと $101_{(n)}$ となるような n の値を求めよ。

解答　(1)　$a=3$，$b=2$，$c=3$，$N=88$　　(2)　$n=7$

解説

(1)　$abc_{(5)}$ と $cba_{(9)}$ はともに3桁の数であり，底について $5<9$ であるから

$$1\leqq a\leqq 4,\ 0\leqq b\leqq 4,\ 1\leqq c\leqq 4$$

$$abc_{(5)}=a\cdot 5^2+b\cdot 5^1+c\cdot 5^0=25a+5b+c \quad \cdots\cdots ①$$

これを3倍したものが $cba_{(9)}$ であるから　　$3(25a+5b+c)=c\cdot 9^2+b\cdot 9^1+a\cdot 9^0$

ゆえに　　$3(25a+5b+c)=81c+9b+a$

よって　　$37a=3(13c-b)$　$\cdots\cdots ②$

37と3は互いに素であるから，a は3の倍数である。

$1\leqq a\leqq 4$ であるから　　$a=3$

このとき，② から　　$b=13c-37$　$\cdots\cdots ③$

$0\leqq b\leqq 4$ であるから　　$0\leqq 13c-37\leqq 4$　　　よって　　$\dfrac{37}{13}\leqq c\leqq\dfrac{41}{13}$

$1\leqq c\leqq 4$ であるから　　$c=3$　　　③ に代入して　　$b=2$

$a=3$，$b=2$，$c=3$ を ① に代入して　　$N=25\cdot 3+5\cdot 2+3=88$

(2)　$1212_{(3)}=1\cdot 3^3+2\cdot 3^2+1\cdot 3^1+2\cdot 3^0=50$

$101_{(n)}=1\cdot n^2+0\cdot n^1+1\cdot n^0$

ゆえに　　$50=n^2+1$　すなわち　$n^2=49$　　　よって　　$n=\pm 7$

n は2以上の自然数であるから　　$n=7$

33

(1)　2進法で表すと10桁となるような自然数 N は何個あるか。

(2)　8進法で表すと10桁となる自然数 N を，2進法，16進法で表すと，それぞれ何桁の数になるか。

解答　(1)　512個

(2)　2進法で表すと28桁，29桁，30桁；16進法で表すと7桁，8桁

解説

(1)　N は2進法で表すと10桁となる自然数であるから

$$2^{10-1}\leqq N<2^{10}\quad すなわち\quad 2^9\leqq N<2^{10}$$

この不等式を満たす自然数 N の個数は　　$2^{10}-2^9=2^9(2-1)=2^9=512$（個）

別解　2進法で表すと，10桁となる数は，$1□□□□□□□□□_{(2)}$ の □ に0または1を入れた数であるから，この場合の数を考えて　　$2^9=512$（個）

(2)　N は8進法で表すと10桁となる自然数であるから

$$8^{10-1}\leqq N<8^{10}\quad すなわち\quad 8^9\leqq N<8^{10}\quad\cdots\cdots ①$$

① から　　$(2^3)^9\leqq N<(2^3)^{10}$　すなわち　$2^{27}\leqq N<2^{30}$　$\cdots\cdots ②$

したがって，N を2進法で表すと，28桁，29桁，30桁の数となる。

また，② から　　$(2^4)^6\cdot 2^3\leqq N<(2^4)^7\cdot 2^2$

ゆえに　　　$8\cdot 16^6\leqq N<4\cdot 16^7$

$16^6<8\cdot 16^6$，$4\cdot 16^7<16^8$ であるから　　$16^6<N<16^8$

よって，N を16進法で表すと，7桁，8桁の数となる。

34

(1)　5進法で表すと3桁となるような自然数 N は何個あるか。

(2)　4進法で表すと20桁となる自然数 N を，2進法，8進法で表すと，それぞれ何桁の数になるか。

解答　(1)　100個　　(2)　2進法で表すと39桁，40桁；8進法で表すと13桁，14桁

解説

(1)　N は5進法で表すと3桁となる自然数であるから

$$5^{3-1}\leqq N<5^3\quad すなわち\quad 5^2\leqq N<5^3$$

この不等式を満たす自然数 N の個数は　　$5^3-5^2=5^2(5-1)=25\cdot 4=100$（個）

別解　5進法で表すと，3桁となる数は，$○□□_{(5)}$ の ○ に1～4，□に0～4のいずれかを入れた数であるから，この場合の数を考えて　　$4\cdot 5^2=100$（個）

(2)　N は4進法で表すと20桁となる自然数であるから

$$4^{20-1}\leqq N<4^{20}\quad すなわち\quad 4^{19}\leqq N<4^{20}\quad\cdots\cdots ①$$

① から　　$(2^2)^{19}\leqq N<(2^2)^{20}$

すなわち　　$2^{38}\leqq N<2^{40}$　$\cdots\cdots ②$

ゆえに，N を2進法で表すと，39桁，40桁の数となる。

また，② から　　$(2^3)^{12}\cdot 2^2\leqq N<(2^3)^{13}\cdot 2$

よって　　　$4\cdot 8^{12}\leqq N<2\cdot 8^{13}$

$8^{12}<4\cdot 8^{12}$，$2\cdot 8^{13}<8^{14}$ であるから　　$8^{12}<N<8^{14}$

ゆえに，N を8進法で表すと，13桁，14桁の数となる。

35

5種類の数字 0，1，2，3，4 を用いて表される自然数を，1桁から4桁まで小さい順に並べる。すなわち

1，2，3，4，10，11，12，13，14，20，21，……

(1)　1234は何番目か。　　　(2)　566番目の数は何か。

(3)　整数は全部で何個並ぶか。

解答　(1)　194番目　　(2)　4231　　(3)　624個

解説

題意の数字の列は整数の列1，2，3，4，…… を5進法で表したものと一致する。

(1)　$1234_{(5)}=1\cdot 5^3+2\cdot 5^2+3\cdot 5+4=194$

よって，1234は194番目である。

(2)　$566=4\cdot 5^3+2\cdot 5^2+3\cdot 5+1$

よって，10進法による566は5進法では $4231_{(5)}$ である。

すなわち，この数の列の566番目の数は4231である。

(3)　最大の数は4444であり　　$4444_{(5)}=4\cdot 5^3+4\cdot 5^2+4\cdot 5+4=624$

よって，全部で　　624個

別解　□□□□ の □ に0，1，2，3，4のいずれかの数字を入れる場合の数は

$5^4=625$（通り）

0000の場合を除いて　　$625-1=624$（個）

36

4種類の数字 0，1，2，3 を用いて表される数字を，0から始めて1桁から4桁まで小さい順に並べる。すなわち

0，1，2，3，10，11，12，13，20，21，……

(1)　1032は何番目か。　　　(2)　150番目の数は何か。

(3)　整数は全部で何個並ぶか。

解答　(1)　79番目　　(2)　2111　　(3)　256個

解説

題意の数字の列は，整数の列0，1，2，3，4，…… を4進数で表したものと一致する。

(1)　$1032_{(4)}=1\cdot 4^3+0\cdot 4^2+3\cdot 4+2=78$

よって，1032は1から数えて78番目で，0から数えると，$1+78=79$（番目）である。

(2)　150番目は，1から数えると149番目である。

$$149=2\cdot 4^3+1\cdot 4^2+1\cdot 4+1$$

よって，10進法による149は4進法では $2111_{(4)}$ である。

すなわち，この数の列の150番目の数は2111である。

(3)　最大の数は3333であり

$$3333_{(4)}=3\cdot 4^3+3\cdot 4^2+3\cdot 4+3=255$$

よって，0の分も入れると　　$255+1=256$（個）

別解　□□□□ の □ に0，1，2，3のいずれかの数字を入れる場合の数と等しく

$4^4=256$（個）

37

自然数 N を8進法と7進法で表すと，それぞれ3桁の数 $abc_{(8)}$ と $cba_{(7)}$ になるという。a，b，c の値を求めよ。また，N を10進法で表せ。

解答　$a=3$，$b=3$，$c=4$，$N=220$

解説

$abc_{(8)}$ と $cba_{(7)}$ はともに3桁の数であり，底について $7<8$ であるから

$$1\leqq a\leqq 6,\ 0\leqq b\leqq 6,\ 1\leqq c\leqq 6$$

$$abc_{(8)}=a\cdot 8^2+b\cdot 8^1+c\cdot 8^0=64a+8b+c\quad\cdots\cdots ①$$

$$cba_{(7)}=c\cdot 7^2+b\cdot 7^1+a\cdot 7^0=49c+7b+a$$

この2数は同じ数であるから　　$64a+8b+c=49c+7b+a$

ゆえに　　$b=48c-63a$　すなわち　$b=3(16c-21a)$　$\cdots\cdots ②$

b は3の倍数であり，$0\leqq b\leqq 6$ から　　　$b=0,\ 3,\ 6$

[1]　$b=0$ のとき，② から　　$16c=21a$

16と21は互いに素であるから，k を整数とすると　　$a=16k$，$c=21k$

$1\leqq a\leqq 6$，$1\leqq c\leqq 6$ を満たす整数 k は存在しない。

したがって，$b=0$ は不適である。

[2]　$b=3$ のとき，② から　　$1=16c-21a$

ゆえに　　$16c=21a+1$　$\cdots\cdots ③$

この等式の左辺は偶数であるから，$21a$ は奇数である。

よって，a は奇数であり，$1\leqq a\leqq 6$ から　　$a=1,\ 3,\ 5$

③ に $a=1,\ 3,\ 5$ を代入すると，それぞれ　　$16c=22$，　$16c=64$，　$16c=106$

これらを解いて，$1\leqq c\leqq 6$ を満たすものは　　$c=4$

したがって　　$a=3$，$c=4$

[3]　$b=6$ のとき，② から　　$2=16c-21a$

ゆえに　　$21a=2(8c-1)$

21と2は互いに素であるから，$8c-1$ は21の倍数である。

$1\leqq c\leqq 6$ より，$7\leqq 8c-1\leqq 47$ であるから　　$8c-1=21,\ 42$

この等式を満たす整数 c は存在しない。

したがって，$b=6$ は不適である。

以上から　　$a=3$，$b=3$，$c=4$

この値を ① に代入して　　$N=64\cdot 3+8\cdot 3+4=220$

$\boxed{38}$

(1)　自然数のうち，10 進法で表しても 5 進法で表しても，3 桁になるものは全部で何個あるか。

(2)　自然数のうち，10 進法で表しても 5 進法で表しても，4 桁になるものは存在しないことを示せ。

解答　(1)　25 個　　(2)　略

解説

(1)　10 進法で表しても 5 進法で表しても，3 桁になる自然数 N について，次の不等式が成り立つ。

$10^2 \leqq N < 10^3$，$5^2 \leqq N < 5^3$

ゆえに　　$100 \leqq N < 1000$，$25 \leqq N < 125$

共通範囲をとって　　$100 \leqq N < 125$

よって，このような N は 25 個 ある。

(2)　10 進法で表しても 5 進法で表しても，4 桁になる自然数 N があるとすると，次の不等式が成り立つ。

$10^3 \leqq N < 10^4$，$5^3 \leqq N < 5^4$

ゆえに　　$1000 \leqq N < 10000$，$125 \leqq N < 625$

この 2 つの不等式を同時に満たす自然数 N は存在しない。

よって，10 進法で表しても 5 進法で表しても，4 桁になる自然数は存在しない。

$\boxed{39}$

10 進法で表された自然数を 2 進法に直すと，桁数が 3 増すという。このような数で，最小のものと最大のものを求めよ。

解答　最小のものは 8，最大のものは 31

解説

題意を満たす自然数を N とし，N が 10 進法で n 桁であるとすると

$10^{n-1} \leqq N < 10^n$　すなわち　$(2\cdot5)^{n-1} \leqq N < (2\cdot5)^n$　…… ①

N を 2 進法に直すと $n+3$ 桁になるから　　$2^{n+2} \leqq N < 2^{n+3}$　…… ②

ここで　　$(2\cdot5)^n - 2^{n+2} = 2^n(5^n - 2^2) > 0$

よって，$(2\cdot5)^n > 2^{n+2}$ であるから，①，② を同時に満たす N が存在するには

$(2\cdot5)^{n-1} < 2^{n+3}$　すなわち　$5^{n-1} < 2^4$　…… ③

となることが条件である。

$2^4 = 16$ であるから，③ を満たす自然数 n の値は　　$n = 1$，2

$n=1$ のとき　　① は　$1 \leqq N < 10$　　② は　$8 \leqq N < 16$

ゆえに，①，② を同時に満たす N の値は　　$N = 8$，9

$n=2$ のとき　　① は　$10 \leqq N < 100$　　② は　$16 \leqq N < 32$

ゆえに，①，② を同時に満たす N の値は　　$N = 16$，17，……，31

以上から，N の最小のものは 8，最大のものは 31