

互除法クイズ

1 次の 2 つの整数の最大公約数を， 互除法を用いて求めよ。

- (1) 408, 119
- (2) 923, 377
- (3) 498, 223
- (4) 826, 649
- (5) 1207, 994
- (6) 3059, 2337

解答 (1) 17 (2) 13 (3) 1 (4) 59 (5) 71 (6) 19

解説

- (1) $408=119\cdot 3+51$
 $119=51\cdot 2+17$
 $51=17\cdot 3+0$

よって，最大公約数は 17

参考 互除法の計算は右のように筆算を用いて計算することもできる。

余りが 0 になったときの左端の数が求める最大公約数である。

3

2

3

17

51

119

408

51

102

357

0

17

51

- (2) $923=377\cdot 2+169$
 $377=169\cdot 2+39$
 $169=39\cdot 4+13$
 $39=13\cdot 3+0$

よって，最大公約数は 13

- (3) $498=223\cdot 2+52$
 $223=52\cdot 4+15$
 $52=15\cdot 3+7$
 $15=7\cdot 2+1$
 $7=1\cdot 7+0$

よって，最大公約数は 1

- (4) $826=649\cdot 1+177$
 $649=177\cdot 3+118$
 $177=118\cdot 1+59$
 $118=59\cdot 2+0$

よって，最大公約数は 59

- (5) $1207=994\cdot 1+213$
 $994=213\cdot 4+142$
 $213=142\cdot 1+71$
 $142=71\cdot 2+0$

よって，最大公約数は 71

- (6) $3059=2337\cdot 1+722$
 $2337=722\cdot 3+171$
 $722=171\cdot 4+38$
 $171=38\cdot 4+19$
 $38=19\cdot 2+0$

よって，最大公約数は 19

2 次の 2 つの整数の最大公約数を， 互除法を用いて求めよ。

- (1) 504, 651
- (2) 943, 1058
- (3) 4165, 6035

解答 (1) 21 (2) 23 (3) 85

解説

- (1) $651=504\cdot 1+147$
 $504=147\cdot 3+63$
 $147=63\cdot 2+21$
 $63=21\cdot 3$

よって，最大公約数は 21

- (2) $1058=943\cdot 1+115$
 $943=115\cdot 8+23$
 $115=23\cdot 5$

よって，最大公約数 は 23

- (3) $6035=4165\cdot 1+1870$
 $4165=1870\cdot 2+425$
 $1870=425\cdot 4+170$
 $425=170\cdot 2+85$
 $170=85\cdot 2$

よって，最大公約数は 85

3 次の 2 つの整数の最大公約数を， 互除法を用いて求めよ。

- (1) 217, 961
- (2) 997, 1201
- (3) 2415, 9345

解答 (1) 31 (2) 1 (3) 105

解説

- (1) $961=217\cdot 4+93$
 $217=93\cdot 2+31$
 $93=31\cdot 3$

よって，最大公約数は 31

- (2) $1201=997\cdot 1+204$
 $997=204\cdot 4+181$
 $204=181\cdot 1+23$
 $181=23\cdot 7+20$
 $23=20\cdot 1+3$
 $20=3\cdot 6+2$
 $3=2\cdot 1+1$
 $2=1\cdot 2$

よって，最大公約数は 1

- (3) $9345=2415\cdot 3+2100$
 $2415=2100\cdot 1+315$
 $2100=315\cdot 6+210$
 $315=210\cdot 1+105$
 $210=105\cdot 2$

よって，最大公約数は 105

4 次の 2 つの整数の最大公約数を， 互除法を用いて求めよ。

- (1) 323, 884
- (2) 943, 1058
- (3) 1829, 2077

解答 (1) 17 (2) 23 (3) 31

解説

- (1) $884=323\cdot 2+238$
 $323=238\cdot 1+85$
 $238=85\cdot 2+68$
 $85=68\cdot 1+17$
 $68=17\cdot 4$

3

2

3

1

21

63

147

504

651

63

126

441

504

0

21

63

147

5

8

1

23

115

943

1058

115

920

943

0

23

115

2

2

4

2

1

85

170

425

1870

4165

6035

170

340

1700

3740

4165

0

85

170

425

1870

3

2

4

31

93

217

961

93

186

868

0

31

93

2

1

6

1

7

1

4

1

1

2

3

20

23

181

204

997

1201

2

2

18

20

161

181

816

997

0

1

2

3

20

23

181

204

2

1

6

1

3

105

210

315

2100

2415

9345

210

210

1890

2100

7245

0

105

210

315

2100

よって，最大公約数 は 17

- (2) $1058=943\cdot 1+115$
 $943=115\cdot 8+23$
 $115=23\cdot 5$

よって，最大公約数は 23

- (3) $2077=1829\cdot 1+248$
 $1829=248\cdot 7+93$
 $248=93\cdot 2+62$
 $93=62\cdot 1+31$
 $62=31\cdot 2$

よって，最大公約数 は 31

5 次の 2 つの整数の最大公約数を， 互除法を用いて求めよ。

- (1) 817, 988
- (2) 997, 1201
- (3) 2415, 9345

解答 (1) 19 (2) 1 (3) 105

解説

- (1) $988=817\cdot 1+171$
 $817=171\cdot 4+133$
 $171=133\cdot 1+38$
 $133=38\cdot 3+19$
 $38=19\cdot 2$

よって，最大公約数は 19

- (2) $1201=997\cdot 1+204$
 $997=204\cdot 4+181$
 $204=181\cdot 1+23$
 $181=23\cdot 7+20$
 $23=20\cdot 1+3$
 $20=3\cdot 6+2$
 $3=2\cdot 1+1$
 $2=1\cdot 2$

よって，最大公約数は 1

- (3) $9345=2415\cdot 3+2100$
 $2415=2100\cdot 1+315$
 $2100=315\cdot 6+210$
 $315=210\cdot 1+105$
 $210=105\cdot 2$

よって，最大公約数は 105

6 次の 2 つの整数の最大公約数を， 互除法を用いて求めよ。

- (1) 667, 966
- (2) 323, 884
- (3) 1829, 2077

解答 (1) 23 (2) 17 (3) 31

解説

- (1) $966=667\cdot 1+299$
 $667=299\cdot 2+69$
 $299=69\cdot 4+23$
 $69=23\cdot 3+0$

よって，667 と 966 の最大公約数は 23

5

8

1

23

115

943

1058

115

920

943

0

23

115

2

1

2

7

1

31

62

93

248

1829

2077

62

62

186

1736

1829

0

31

62

93

248

2

3

1

4

1

19

38

133

171

817

988

38

114

133

684

817

0

19

38

133

171

2

1

6

1

7

1

4

1

1

2

3

20

23

181

204

997

1201

2

2

18

20

161

181

816

997

0

1

2

3

20

23

181

204

2

1

6

1

3

105

210

315

2100

2415

9345

210

210

1890

2100

7245

0

105

210

315

2100

3

4

2

1

23

69

299

667

966

69

276

598

667

0

23

69

299

(2) $884=323\cdot 2+238$
 $323=238\cdot 1+85$
 $238=85\cdot 2+68$
 $85=68\cdot 1+17$
 $68=17\cdot 4+0$
よって、323 と 884 の最大公約数は 17

(3) $2077=1829\cdot 1+248$
 $1829=248\cdot 7+93$
 $248=93\cdot 2+62$
 $93=62\cdot 1+31$
 $62=31\cdot 2+0$
よって、1829 と 2077 の最大公約数は 31

$$\begin{array}{r} 41212 \\ 17\overline{)68}\overline{)85}\overline{)238}\overline{)323}\overline{)884} \\ \underline{68}\underline{68}\underline{170}\underline{238} \\ 0176885238 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21271 \\ 31\overline{)62}\overline{)93}\overline{)248}\overline{)1829}\overline{)2077} \\ \underline{62}\underline{62}\underline{186}\underline{1736} \\ 0316293248 \end{array}$$

7 次の2つの整数の最大公約数を、互除法を用いて求めよ。
(1) 767, 221 (2) 2173, 901

解答 (1) 13 (2) 53
解説

(1) $767=221\cdot 3+104$
 $221=104\cdot 2+13$
 $104=13\cdot 8+0$
よって、最大公約数は 13

(2) $2173=901\cdot 2+371$
 $901=371\cdot 2+159$
 $371=159\cdot 2+53$
 $159=53\cdot 3+0$
よって、最大公約数は 53

$$\begin{array}{r} 823 \\ 13\overline{)104}\overline{)221}\overline{)767} \\ \underline{104}\underline{208} \\ 013104 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3222 \\ 53\overline{)159}\overline{)371}\overline{)901}\overline{)2173} \\ \underline{159}\underline{318}\underline{742} \\ 053159371 \end{array}$$

8 次の2つの整数の最大公約数を、互除法を用いて求めよ。
(1) 589, 403 (2) 697, 119 (3) 689, 481
(4) 551, 209 (5) 1462, 473 (6) 4331, 1037

解答 (1) 31 (2) 17 (3) 13 (4) 19 (5) 43 (6) 61
解説

(1) $589=403\cdot 1+186$
 $403=186\cdot 2+31$
 $186=31\cdot 6+0$
よって、最大公約数は 31

(2) $697=119\cdot 5+102$
 $119=102\cdot 1+17$
 $102=17\cdot 6+0$
よって、最大公約数は 17

(3) $689=481\cdot 1+208$
 $481=208\cdot 2+65$
 $208=65\cdot 3+13$
 $65=13\cdot 5+0$
よって、最大公約数は 13

(4) $551=209\cdot 2+133$
 $209=133\cdot 1+76$
 $133=76\cdot 1+57$
 $76=57\cdot 1+19$
 $57=19\cdot 3+0$
よって、最大公約数は 19

$$\begin{array}{r} 621 \\ 31\overline{)186}\overline{)403}\overline{)589} \\ \underline{186}\underline{372} \\ 031186 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 615 \\ 17\overline{)102}\overline{)119}\overline{)697} \\ \underline{102}\underline{102} \\ 017102 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5321 \\ 13\overline{)65}\overline{)208}\overline{)481}\overline{)689} \\ \underline{65}\underline{195}\underline{416} \\ 01365208 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 31112 \\ 19\overline{)57}\overline{)76}\overline{)133}\overline{)209}\overline{)551} \\ \underline{57}\underline{57}\underline{76}\underline{133} \\ 0195776133 \end{array}$$

(5) $1462=473\cdot 3+43$
 $473=43\cdot 11+0$
よって、最大公約数は 43

(6) $4331=1037\cdot 4+183$
 $1037=183\cdot 5+122$
 $183=122\cdot 1+61$
 $122=61\cdot 2+0$
よって、最大公約数は 61

$$\begin{array}{r} 113 \\ 43\overline{)473}\overline{)1462} \\ \underline{473} \\ 043 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2154 \\ 61\overline{)122}\overline{)183}\overline{)1037}\overline{)4331} \\ \underline{122}\underline{122}\underline{915} \\ 061122183 \end{array}$$

9 次の2つの整数の最大公約数を、互除法を用いて求めよ。
(1) 72, 15 (2) 308, 105 (3) 2717, 1309

解答 (1) 3 (2) 7 (3) 11
解説

(1) $72=15\cdot 4+12$
 $15=12\cdot 1+3$
 $12=3\cdot 4+0$
よって、最大公約数は 3

(2) $308=105\cdot 2+98$
 $105=98\cdot 1+7$
 $98=7\cdot 14+0$
よって、最大公約数は 7

(3) $2717=1309\cdot 2+99$
 $1309=99\cdot 13+22$
 $99=22\cdot 4+11$
 $22=11\cdot 2+0$
よって、最大公約数は 11

参考 互除法の計算は、次のように筆算を用いて計算することもできる。
余りが0になったときの左端の数が求める最大公約数である。

$$\begin{array}{r} 414 \\ 3\overline{)12}\overline{)15}\overline{)72} \\ \underline{12}\underline{12} \\ 0312 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1412 \\ 7\overline{)98}\overline{)105}\overline{)308} \\ \underline{98}\underline{98} \\ 0798 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 24132 \\ 11\overline{)22}\overline{)99}\overline{)1309}\overline{)2717} \\ \underline{22}\underline{88}\underline{1287} \\ 011222618 \\ 99 \end{array}$$

10 次の2つの整数の最大公約数を、互除法を用いて求めよ。
(1) 323, 133 (2) 651, 504 (3) 779, 391 (4) 1081, 329

解答 (1) 19 (2) 21 (3) 1 (4) 47
解説

(1) $323=133\cdot 2+57$
 $133=57\cdot 2+19$
 $57=19\cdot 3+0$
よって、323 と 133 の最大公約数は 19

(2) $651=504\cdot 1+147$
 $504=147\cdot 3+63$
 $147=63\cdot 2+21$
 $63=21\cdot 3+0$
よって、651 と 504 の最大公約数は 21

(3) $779=391\cdot 1+388$
 $391=388\cdot 1+3$
 $388=3\cdot 129+1$
 $3=1\cdot 3+0$

よって、779 と 391 の最大公約数は 1
(4) $1081=329\cdot 3+94$
 $329=94\cdot 3+47$
 $94=47\cdot 2+0$
よって、1081 と 329 の最大公約数は 47
11 次の2つの整数の最大公約数を、互除法を用いて求めよ。
(1) 493, 442 (2) 1403, 1159

解答 (1) 17 (2) 61
解説

(1) $493=442\cdot 1+51$
 $442=51\cdot 8+34$
 $51=34\cdot 1+17$
 $34=17\cdot 2+0$
よって、493 と 442 の最大公約数は 17 である。

(2) $1403=1159\cdot 1+244$
 $1159=244\cdot 4+183$
 $244=183\cdot 1+61$
 $183=61\cdot 3+0$
よって、1403 と 1159 の最大公約数は 61 である。

12 20687 と 10001 の最大公約数を求めよ。

解答 137
解説

$$\begin{array}{r} 20687=10001\cdot 2+685 \\ 10001=685\cdot 14+411 \\ 685=411\cdot 1+274 \\ 411=274\cdot 1+137 \\ 274=137\cdot 2+0 \end{array}$$

よって、20687 と 10001 の最大公約数は 137 である。

13 次の2つの整数の最大公約数を、互除法を用いて求めよ。[各10点]
(1) 221, 136 (2) 589, 403 (3) 1073, 666

解答 (1) $221=136\cdot 1+85$, $136=85\cdot 1+51$, $85=51\cdot 1+34$,
 $51=34\cdot 1+17$, $34=17\cdot 2+0$
より、最大公約数は 17
(2) $589=403\cdot 1+186$, $403=186\cdot 2+31$, $186=31\cdot 6+0$
より、最大公約数は 31
(3) $1073=666\cdot 1+407$, $666=407\cdot 1+259$, $407=259\cdot 1+148$,
 $259=148\cdot 1+111$, $148=111\cdot 1+37$, $111=37\cdot 3+0$
より、最大公約数は 37

解説

(1) $221=136\cdot 1+85$, $136=85\cdot 1+51$, $85=51\cdot 1+34$,
 $51=34\cdot 1+17$, $34=17\cdot 2+0$
より、最大公約数は 17

(2) $589=403\cdot 1+186$, $403=186\cdot 2+31$, $186=31\cdot 6+0$
より、最大公約数は 31

(3) $1073=666\cdot 1+407$, $666=407\cdot 1+259$, $407=259\cdot 1+148$,
 $259=148\cdot 1+111$, $148=111\cdot 1+37$, $111=37\cdot 3+0$
より、最大公約数は 37

14 次の 2 つの整数の最大公約数を， 互除法を用いて求めよ。

- (1) 629, 259 (2) 841, 377 (3) 1463, 304

解答 (1) 37 (2) 29 (3) 19

解説

(1) $629 = 259 \cdot 2 + 111$
 $259 = 111 \cdot 2 + 37$
 $111 = 37 \cdot 3 + 0$

よって，629 と 259 の最大公約数は 37

(2) $841 = 377 \cdot 2 + 87$
 $377 = 87 \cdot 4 + 29$
 $87 = 29 \cdot 3 + 0$

よって，841 と 377 の最大公約数は 29

(3) $1463 = 304 \cdot 4 + 247$
 $304 = 247 \cdot 1 + 57$
 $247 = 57 \cdot 4 + 19$
 $57 = 19 \cdot 3 + 0$

よって，1463 と 304 の最大公約数は 19

15 次の 2 つの整数の最大公約数を， 互除法を用いて求めよ。

- (1) 667, 299 (2) 517, 187 (3) 923, 377

解答 (1) 23 (2) 11 (3) 13

解説

(1) $667 = 299 \cdot 2 + 69$
 $299 = 69 \cdot 4 + 23$
 $69 = 23 \cdot 3 + 0$

よって，667 と 299 の最大公約数は 23

(2) $517 = 187 \cdot 2 + 143$
 $187 = 143 \cdot 1 + 44$
 $143 = 44 \cdot 3 + 11$
 $44 = 11 \cdot 4 + 0$

よって，517 と 187 の最大公約数は 11

(3) $923 = 377 \cdot 2 + 169$
 $377 = 169 \cdot 2 + 39$
 $169 = 39 \cdot 4 + 13$
 $39 = 13 \cdot 3 + 0$

よって，923 と 377 の最大公約数は 13

16 次の 2 つの整数の最大公約数を， 互除法を用いて求めよ。 [10点×2=20点]

- (1) 323, 133 (2) 1302, 341

解答 (1) $323 = 133 \cdot 2 + 57$
 $133 = 57 \cdot 2 + 19$
 $57 = 19 \cdot 3 + 0$
よって，最大公約数は 19
(2) $1302 = 341 \cdot 3 + 279$
 $341 = 279 \cdot 1 + 62$
 $279 = 62 \cdot 4 + 31$
 $62 = 31 \cdot 2 + 0$
よって，最大公約数は 31

解説

(1) $323 = 133 \cdot 2 + 57$

$133 = 57 \cdot 2 + 19$

$57 = 19 \cdot 3 + 0$

よって，最大公約数は 19

(2) $1302 = 341 \cdot 3 + 279$
 $341 = 279 \cdot 1 + 62$
 $279 = 62 \cdot 4 + 31$
 $62 = 31 \cdot 2 + 0$

よって，最大公約数は 31

17 次の 2 つの自然数の最大公約数を互除法で求めよ。

- (1) 143, 52 (2) 667, 261 (3) 1254, 532 (4) 1725, 1495

解答 (1) 13 (2) 29 (3) 38 (4) 115

解説

(1) $143 = 52 \cdot 2 + 39$
 $52 = 39 \cdot 1 + 13$
 $39 = 13 \cdot 3 + 0$

よって，143 と 52 の最大公約数は

13

(2) $667 = 261 \cdot 2 + 145$
 $261 = 145 \cdot 1 + 116$
 $145 = 116 \cdot 1 + 29$
 $116 = 29 \cdot 4 + 0$

よって，667 と 261 の最大公約数は

29

(3) $1254 = 532 \cdot 2 + 190$
 $532 = 190 \cdot 2 + 152$
 $190 = 152 \cdot 1 + 38$
 $152 = 38 \cdot 4 + 0$

よって，1254 と 532 の最大公約数は

38

(4) $1725 = 1495 \cdot 1 + 230$
 $1495 = 230 \cdot 6 + 115$
 $230 = 115 \cdot 2 + 0$

よって，1725 と 1495 の最大公約数は

115

18 次の 2 つの自然数の最大公約数を， 互除法を用いて求めよ。

- (1) 210, 144 (2) 468, 325

解答 (1) 6 (2) 13

解説

(1) 210 を 144 でわったあまりは 66
144 を 66 でわったあまりは 12
66 を 12 でわったあまりは 6
12 を 6 でわったあまりは 0
よって，210 と 144 の最大公約数は 6

(2) 468 を 325 でわったあまりは 143
325 を 143 でわったあまりは 39
143 を 39 でわったあまりは 26
39 を 26 でわったあまりは 13
26 を 13 でわったあまりは 0

よって，468 と 325 の最大公約数は 13

$$\begin{array}{r} 3 \quad 1 \quad 2 \\ 13 \overline{) 39} \quad \overline{) 52} \quad \overline{) 143} \\ \underline{39} \quad \underline{39} \quad \underline{104} \\ 0 \quad 13 \quad 39 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \quad 1 \quad 1 \quad 2 \\ 29 \overline{) 116} \quad \overline{) 145} \quad \overline{) 261} \quad \overline{) 667} \\ \underline{116} \quad \underline{116} \quad \underline{145} \quad \underline{522} \\ 0 \quad 29 \quad 116 \quad 145 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \quad 1 \quad 2 \quad 2 \\ 38 \overline{) 152} \quad \overline{) 190} \quad \overline{) 532} \quad \overline{) 1254} \\ \underline{152} \quad \underline{152} \quad \underline{380} \quad \underline{1064} \\ 0 \quad 38 \quad 152 \quad 190 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \quad 6 \quad 1 \\ 115 \overline{) 230} \quad \overline{) 1495} \quad \overline{) 1725} \\ \underline{230} \quad \underline{1380} \quad \underline{1495} \\ 0 \quad 115 \quad 230 \end{array}$$

19 次の 2 つの自然数の最大公約数を， 互除法を用いて求めよ。

- (1) 455, 390 (2) 735, 567

解答 (1) 65 (2) 21

解説

(1) 455 を 390 でわったあまりは 65
390 を 65 でわったあまりは 0
よって，455 と 390 の最大公約数は 65
(2) 735 を 567 でわったあまりは 168
567 を 168 でわったあまりは 63
168 を 63 でわったあまりは 42
63 を 42 でわったあまりは 21
42 を 21 でわったあまりは 0
よって，735 と 567 の最大公約数は 21

20 次の 2 つの自然数の最大公約数を， 互除法を用いて求めよ。

- (1) 684, 475 (2) 1008, 810

解答 (1) 19 (2) 18

解説

(1) 684 を 475 でわったあまりは 209
475 を 209 でわったあまりは 57
209 を 57 でわったあまりは 38
57 を 38 でわったあまりは 19
38 を 19 でわったあまりは 0
よって，684 と 475 の最大公約数は 19
(2) 1008 を 810 でわったあまりは 198
810 を 198 でわったあまりは 18
198 を 18 でわったあまりは 0
よって，1008 と 810 の最大公約数は 18

21 次の 2 つの自然数の最大公約数を， 互除法を用いて求めよ。

440, 253

解答 11

解説

440 を 253 でわったあまりは 187
253 を 187 でわったあまりは 66
187 を 66 でわったあまりは 55
66 を 55 でわったあまりは 11
55 を 11 でわったあまりは 0
よって，440 と 253 の最大公約数は 11