

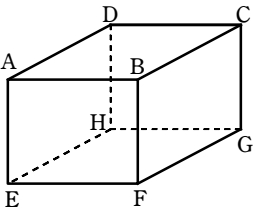
1 空間内の異なる3つの平面 α , β , γ と異なる2つの直線 ℓ , m について、次の記述は常に正しいか。

- (1) $\alpha \perp \beta$, $\beta \perp \gamma$ ならば, $\alpha \parallel \gamma$ である。
- (2) $\alpha \perp \beta$, $\beta \parallel \gamma$ ならば, $\alpha \perp \gamma$ である。
- (3) $\ell \perp m$, $\ell \parallel \alpha$ ならば, $m \perp \alpha$ である。
- (4) $\ell \parallel \alpha$, $\ell \parallel \beta$ ならば, $\alpha \parallel \beta$ である。
- (5) $\ell \perp \alpha$, $\ell \parallel \beta$ ならば, $\alpha \perp \beta$ である。

解答 (1) 正しくない (2) 正しい (3) 正しくない (4) 正しくない (5) 正しい

解説

- (1) 正しくない。
右の図のような直方体において、
(面 ABCD) \perp (面 AEFB),
(面 AEFB) \perp (面 BFGC)
であるが、面 ABCD と面 BFGC は平行でない。
- (2) 正しい。
- (3) 正しくない。
(1) の直方体において、
 $AB \perp BC$, $AB \parallel$ (面 EFGH)
であるが、BC と面 EFGH は垂直でない。
- (4) 正しくない。
(1) の直方体において、
 $AB \parallel$ (面 EFGH), $AB \parallel$ (面 DHGC)
であるが、面 EFGH と面 DHGC は平行でない。
- (5) 正しい。



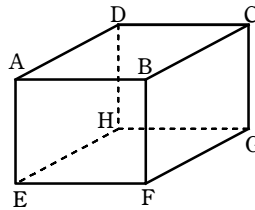
2 空間内の異なる3つの直線 ℓ , m , n と平面 α について、次の記述は常に正しいか。

- (1) $\ell \parallel m$ で, m と n が交わるならば, ℓ と n は交わる。
- (2) $\ell \perp \alpha$, $\ell \parallel m$ ならば, $m \perp \alpha$ である。
- (3) ℓ , m が α に含まれ, $\ell \perp n$, $m \perp n$ ならば, $n \perp \alpha$ である。

解答 (1) 正しくない (2) 正しい (3) 正しくない

解説

- (1) 正しくない。
右の図のような直方体において、 $AB \parallel DC$ で、
直線 DC と直線 GC は交わるが、直線 AB と直線 GC はねじれの位置にあり交わらない。
- (2) 正しい。
- (3) 正しくない。
右の図のような直方体において、直線 AB と直線 DC は平面 ABCD に含まれ、 $AB \perp BC$, $DC \perp BC$
であるが、直線 BC は平面 ABCD に垂直でない。



3 空間内の直線 ℓ , m , n や、平面 α , β について、次の記述は常に正しいか。常には正しくない場合、その理由も述べよ。

- (1) $\ell \parallel m$ で, m と n が交わるならば, ℓ と n は交わる。
- (2) $\ell \perp \alpha$, $m \perp \alpha$ ならば, $\ell \parallel m$ である。
- (3) ℓ が α 上にあるとき, $\ell \perp \beta$ ならば, $\alpha \perp \beta$ である。

解答 (1) 正しくない。(理由は略) (2) 正しい。 (3) 正しい。

解説

- (1) 正しくない。
右の図の直方体 ABCD-EFGH において、
 $AB \parallel DC$ で、直線 DC と直線 GC は交わるが、直線 AB と直線 GC はねじれの位置にあり、交わらない。
- (2) 正しい。
- (3) 正しい。
- 4 空間内の直線 ℓ , m , n と平面 α について、次の記述は常に正しいか。常には正しくない場合、その理由も述べよ。 [5点×5=25点]
(1) 3つの点を含む平面はただ1つ定まる。
(2) $\ell \parallel \alpha$ かつ $m \parallel \alpha$ ならば, $\ell \parallel m$ である。
(3) $\ell \parallel \alpha$ かつ $m \perp \alpha$ ならば, ℓ と平行で m と垂直な直線がある。
(4) ℓ , m が α に含まれ, $\ell \perp n$ かつ $m \perp n$ ならば, $n \perp \alpha$ である。
(5) 四角錐において、頂点を共有しない2つの辺はすべてねじれの位置にある。

解答 (1) 正しくない。3つの点が一直線上にあるとき、その3点を含む平面は無数にある。
(2) 正しくない。 ℓ と m が交わることもねじれの位置にあることもある。
(3) 正しい。
(4) 正しくない。 n が α に含まれることがある。
(5) 正しくない。底面の四角形の向かい合う辺は1つの平面上にある。

解説

- (1) 正しくない。3つの点が一直線上にあるとき、その3点を含む平面は無数にある。
- (2) 正しくない。 ℓ と m が交わることもねじれの位置にあることもある。
- (3) 正しい。
- (4) 正しくない。 n が α に含まれることがある。
- (5) 正しくない。底面の四角形の向かい合う辺は1つの平面上にある。

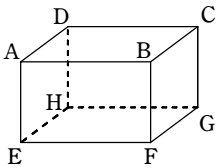
5 空間内の直線 ℓ , m , n や、平面 α , β について、次の記述は常に正しいか。常には正しくない場合、その理由も述べよ。

- (1) $\ell \parallel m$ で, m と n が交わるならば, ℓ と n は交わる。
- (2) 異なる2直線 ℓ , m について, $\ell \perp \alpha$, $m \perp \alpha$ ならば, $\ell \parallel m$ である。
- (3) ℓ が α 上にあるとき, $\ell \perp \beta$ ならば, $\alpha \perp \beta$ である。

解答 (1) 正しくない。(理由は略) (2) 正しい。 (3) 正しい。

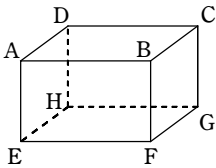
解説

- (1) 正しくない。
右の図の直方体 ABCD-EFGH において、
 $AB \parallel DC$ で、直線 DC と直線 GC は交わるが、直線 AB と直線 GC はねじれの位置にあり、交わらない。
- (2) 正しい。
- (3) 正しい。



6 空間内の直線 ℓ , m , n や平面 P , Q , R について、次の記述が正しいか、正しくないかを答えよ。

- (1) $P \perp Q$, $Q \perp R$ のとき, $P \parallel R$ である。
- (2) $P \perp Q$, $Q \parallel R$ のとき, $P \perp R$ である。
- (3) $\ell \perp m$, $P \parallel \ell$ のとき, $P \perp m$ である。
- (4) $P \parallel \ell$, $Q \parallel \ell$ のとき, $P \parallel Q$ である。



- (5) $P \perp \ell$, $Q \parallel \ell$ のとき, $P \perp Q$ である。
- (6) $\ell \perp m$, $m \perp n$ のとき, $\ell \parallel n$ である。

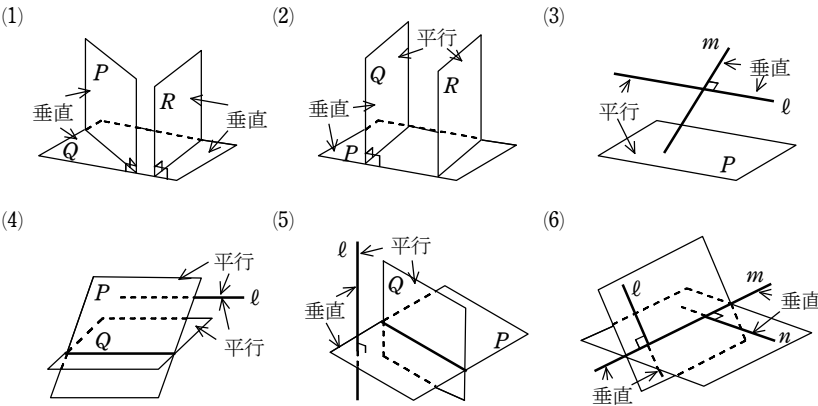
解答 正しいときは○, 正しくないときは×で表す。

(1) × (2) ○ (3) × (4) × (5) ○ (6) ×

解説

正しいときは○, 正しくないときは×で表す。

(1) × (2) ○ (3) × (4) × (5) ○ (6) ×



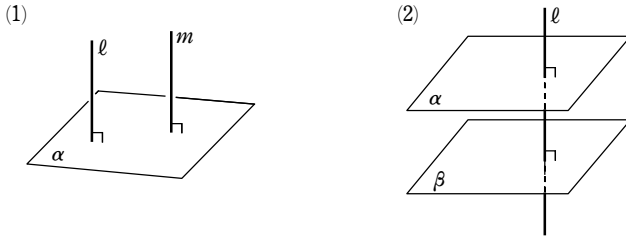
7 空間内の異なる2つの直線 ℓ , m と異なる2つの平面 α , β について、次の記述は常に正しいか。

- (1) $\ell \perp \alpha$, $m \perp \alpha$ ならば, $\ell \perp m$ である。
- (2) $\ell \perp \alpha$, $\ell \perp \beta$ ならば, $\alpha \parallel \beta$ である。
- (3) $\ell \parallel \alpha$, $m \parallel \alpha$ ならば, $\ell \parallel m$ である。
- (4) $\ell \parallel \alpha$, $m \perp \alpha$ ならば, ℓ と平行で m と垂直な直線がある。

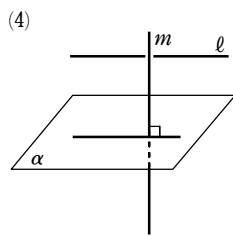
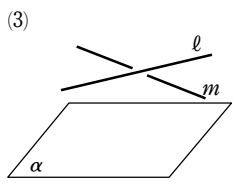
解答 (1) 正しくない (2) 正しい (3) 正しくない (4) 正しい

解説

- (1) $\ell \perp \alpha$, $m \perp \alpha$ ならば, $\ell \parallel m$ である。
よって、正しくない。
- (2) 正しい



- (3) $\ell \parallel \alpha$, $m \parallel \alpha$ であっても, ℓ と m がねじれの位置にあることがある。
よって、正しくない。
- (4) 正しい



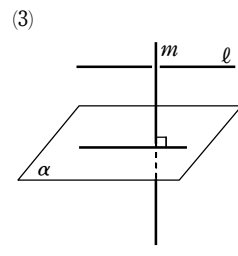
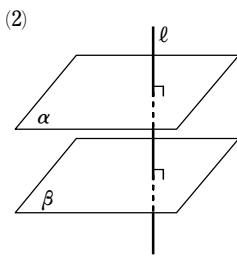
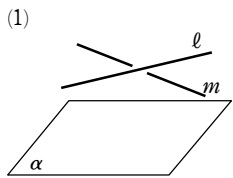
8 空間内の異なる3直線 ℓ , m , n と異なる2平面 α , β について、次の記述は常に正しいか。

- (1) $\ell \parallel \alpha$, $m \parallel \alpha$ ならば, $\ell \parallel m$ である。
- (2) $\ell \perp \alpha$, $\ell \perp \beta$ ならば, $\alpha \parallel \beta$ である。
- (3) $\ell \parallel \alpha$, $m \perp \alpha$ ならば, ℓ と平行で m と垂直な直線がある。
- (4) ℓ と m がねじれの位置にあり, m と n がねじれの位置にあるとき, ℓ と n もねじれの位置にある。

【解答】 (1) 正しくない (2) 正しい (3) 正しい (4) 正しくない

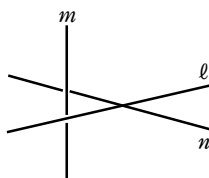
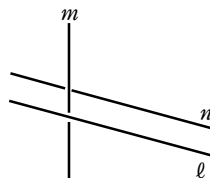
解説

- (1) $\ell \parallel \alpha$, $m \parallel \alpha$ であっても, ℓ と m がねじれの位置にあることがある。よって, 正しくない。
- (2) 正しい
- (3) 正しい



- (4) ℓ と m がねじれの位置にあり, m と n がねじれの位置にあっても, ℓ と n が1点で交わることもある。よって, 正しくない。

【別解】 ℓ と n が平行になる例をあげてもよい。



9 次の記述は常に正しいか。常には正しくない場合, 正しくなるように下線部を修正せよ。

- (1) 平面 α に平行な直線を ℓ とし, 直線 ℓ を含む平面 β と平面 α の交線を m とするとき, 直線 ℓ と直線 m は平行である。
- (2) 直線 ℓ で交わる2つの平面 α , β がある。 α 上にも β 上にもない点 P から平面 α , β にそれぞれ垂線 PA, PB を下ろしたとき, 直線 AB と直線 ℓ は垂直である。
- (3) 四面体 ABCD において, 辺 AB 上の任意の点 P を通って辺 AD, 辺 BC に平行な平面 α と辺 BD, 辺 DC, 辺 CA との交点を順に Q, R, S とするとき, 四角形 PQRS はひし形である。

【解答】 (1) 正しい (2) 正しい (3) 平行四辺形

解説

- (1) $\ell \parallel \alpha$ より, 直線 ℓ と平面 α は共有点をもたない。
また, 直線 m は平面 α 上にあるから, 直線 ℓ と直線 m も共有点をもたない。
直線 ℓ と直線 m はともに平面 β 上にあるから $\ell \parallel m$
よって, 正しい。

- (2) 直線 ℓ は2平面 α , β の交線であり, $PA \perp \alpha$, $PB \perp \beta$ であるから $PA \perp \ell$, $PB \perp \ell$
よって, 直線 ℓ は平面 PAB に垂直である。
ゆえに $AB \perp \ell$
したがって, 正しい。

- (3) $BC \parallel PS$, $BC \parallel QR$ から $PS \parallel QR$
また, $AD \parallel PQ$, $AD \parallel SR$ から $PQ \parallel SR$
よって, 四角形 PQRS は平行四辺形である。
【参考】 平行四辺形 PQRS がひし形になる場合 $AP : PB = a : b$ とすると,
 $PS : BC = a : (a + b)$ であるから

$$PS = \frac{a}{a+b} BC$$

また, $BQ : QD = b : a$ より $PQ : AD = b : (a + b)$ であるから

$$PQ = \frac{b}{a+b} AD$$

$$PS = PQ \text{ とすると } \frac{a}{a+b} BC = \frac{b}{a+b} AD$$

$$aBC = bAD$$

$$\text{すなわち } AD : BC = a : b$$

これが成り立つとき, 平行四辺形 PQRS はひし形になる。

10 空間内の異なる2直線 ℓ , m と, 異なる2平面 α , β について, 次の記述は常に正しいか。常には正しくない場合, その理由も述べよ。ただし, ℓ , m は平面 α 上にない直線である。

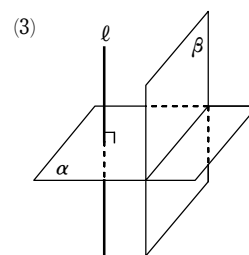
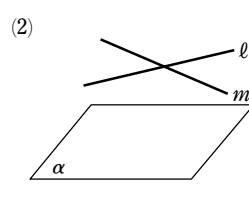
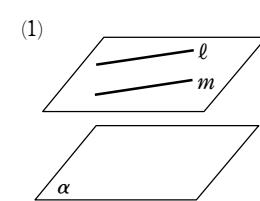
- (1) $\ell \parallel m$, $\ell \parallel \alpha$ のとき, $m \parallel \alpha$ である。
- (2) $\ell \parallel \alpha$, $m \parallel \alpha$ のとき, $\ell \parallel m$ である。
- (3) $\ell \perp \alpha$, $\ell \parallel \beta$ のとき, $\alpha \perp \beta$ である。

【解答】 (1) 正しい (2) 正しくない (3) 正しい

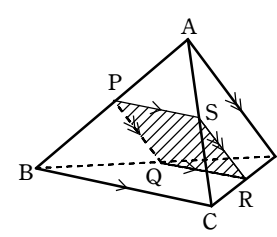
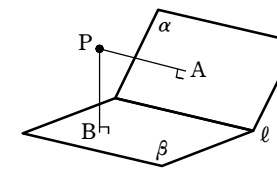
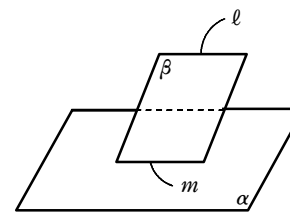
解説

- (1) 正しい
- (2) $\ell \parallel \alpha$, $m \parallel \alpha$ であっても, ℓ と m が交わることもある。よって, 正しくない。

- (3) 正しい



11 空間内の異なる2直線 ℓ , m と異なる2平面 α , β について, 次の記述は常に正しいか。常には正しくない場合, その理由も述べよ。ただし, ℓ , m は平面 α 上にない直線である。

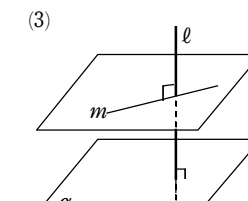
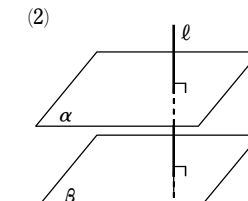
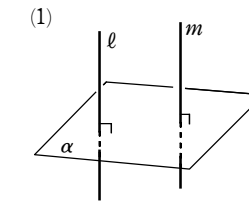


- (1) $\ell \perp \alpha$, $m \perp \alpha$ のとき, $\ell \perp m$ である。
- (2) $\ell \perp \alpha$, $\ell \perp \beta$ のとき, $\alpha \parallel \beta$ である。
- (3) $\ell \perp m$, $\ell \perp \alpha$ のとき, $m \parallel \alpha$ である。

【解答】 (1) 正しくない, 理由略 (2) 正しい (3) 正しい

解説

- (1) $\ell \perp \alpha$, $m \perp \alpha$ のとき, $\ell \parallel m$ である。よって, 正しくない。
- (2) 正しい
- (3) 正しい



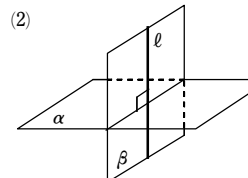
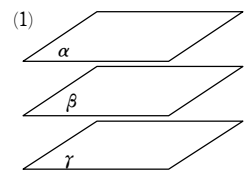
12 空間内の直線 ℓ と, 異なる3平面 α , β , γ について, 次の記述は常に正しいか。常には正しくない場合, その理由も述べよ。

- (1) $\alpha \parallel \beta$, $\beta \parallel \gamma$ のとき, $\alpha \parallel \gamma$ である。
- (2) $\alpha \perp \ell$ で, ℓ を β が含むとき, $\alpha \perp \beta$ である。

【解答】 (1) 正しい (2) 正しい

解説

- (1) 正しい。
- (2) 正しい。



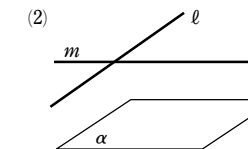
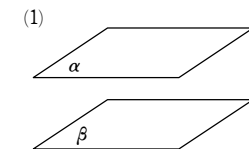
13 空間内の異なる2直線 ℓ , m と, 異なる2平面 α , β について, 次の記述は常に正しいか。常には正しくない場合, その理由も述べよ。

- (1) α と β が交わらないとき, $\alpha \parallel \beta$ である。
- (2) $\ell \parallel \alpha$, $m \parallel \alpha$ のとき, $\ell \parallel m$ である。

【解答】 (1) 正しい (2) 正しくない(理由は略)

解説

- (1) 正しい。
- (2) 正しくない。図のような場合があるから。



14 空間内の直線 ℓ と, 異なる2平面 α , β について, 次の記述は常に正しいか。常には正しくない場合, その理由も述べよ。

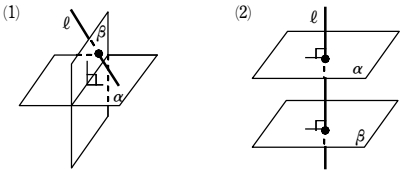
- (1) $\ell \parallel \alpha$, $\alpha \perp \beta$ のとき, $\ell \perp \beta$ である。

(2) $\ell \perp \alpha, \ell \perp \beta$ のとき、 $\alpha \parallel \beta$ である。

【解答】 (1) 正しくない(理由は略) (2) 正しい

【解説】

- (1) 正しくない。下の図のような場合があるから。
(2) 正しい。



15 空間内の異なる 2 直線 ℓ, m と異なる 2 平面 α, β について、次の文章が正しいか正しくないかを答えよ。正しくない場合はその理由も述べよ。

- (1) $\ell \perp \alpha, m \perp \alpha$ ならば $\ell \perp m$ である。
(2) $\ell \parallel m, \ell \perp \alpha$ ならば $m \perp \alpha$ である。
(3) $\ell \perp \alpha, \ell \perp \beta$ ならば $\alpha \parallel \beta$ である。

【解答】 (1) 正しくない、理由略 (2) 正しい (3) 正しい

【解説】

- (1) $\ell \perp \alpha, m \perp \alpha$ ならば、 $\ell \parallel m$ である。
よって、正しくない。
(2) 正しい。
(3) 正しい。

