

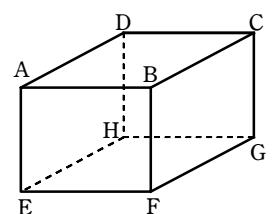
## 空間図形の基礎クイズ

- 1 空間内の異なる3つの平面 $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ と異なる2つの直線 $\ell$ ,  $m$ について、次の記述は常に正しいか。
- $\alpha \perp \beta$ ,  $\beta \perp \gamma$ ならば、 $\alpha \parallel \gamma$ である。
  - $\alpha \perp \beta$ ,  $\beta \parallel \gamma$ ならば、 $\alpha \perp \gamma$ である。
  - $\ell \perp m$ ,  $\ell \parallel \alpha$ ならば、 $m \perp \alpha$ である。
  - $\ell \parallel \alpha$ ,  $\ell \parallel \beta$ ならば、 $\alpha \parallel \beta$ である。
  - $\ell \perp \alpha$ ,  $\ell \parallel \beta$ ならば、 $\alpha \perp \beta$ である。

解答 (1) 正しくない (2) 正しい (3) 正しくない (4) 正しくない  
(5) 正しい

解説

- 正しくない。  
右の図のような直方体において、  
(面ABCD)  $\perp$  (面AEFB),  
(面AEFB)  $\perp$  (面BFGC)  
であるが、面ABCDと面BFGCは平行でない。
- 正しい。
- 正しくない。  
(1) の直方体において、  
 $AB \perp BC$ ,  $AB \parallel$ (面EFGH)  
であるが、BCと面EFGHは垂直でない。
- 正しくない。  
(1) の直方体において、  
 $AB \parallel$ (面EFGH),  $AB \parallel$ (面DHGC)  
であるが、面EFGHと面DHGCは平行でない。
- 正しい。



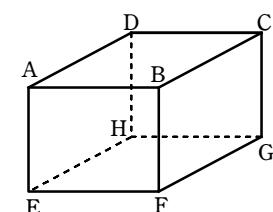
- 2 空間内の異なる3つの直線 $\ell$ ,  $m$ ,  $n$ と平面 $\alpha$ について、次の記述は常に正しいか。

- $\ell \parallel m$ で、 $m$ と $n$ が交わるならば、 $\ell$ と $n$ は交わる。
- $\ell \perp \alpha$ ,  $\ell \parallel m$ ならば、 $m \perp \alpha$ である。
- $\ell$ ,  $m$ が $\alpha$ に含まれ、 $\ell \perp n$ ,  $m \perp n$ ならば、 $n \perp \alpha$ である。

解答 (1) 正しくない (2) 正しい (3) 正しくない

解説

- 正しくない。  
右の図のような直方体において、 $AB \parallel DC$ で、  
直線DCと直線GCは交わるが、直線ABと直線GCはねじれの位置にあり交わらない。
- 正しい。
- 正しくない。  
右の図のような直方体において、直線ABと直線DCは平面ABCDに含まれ、 $AB \perp BC$ ,  $DC \perp BC$   
であるが、直線BCは平面ABCDに垂直でない。



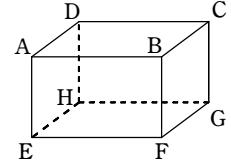
- 3 空間内の直線 $\ell$ ,  $m$ ,  $n$ や、平面 $\alpha$ ,  $\beta$ について、次の記述は常に正しいか。常に正しい場合、その理由も述べよ。

- $\ell \parallel m$ で、 $m$ と $n$ が交わるならば、 $\ell$ と $n$ は交わる。
- $\ell \perp \alpha$ ,  $m \perp \alpha$ ならば、 $\ell \parallel m$ である。
- $\ell$ が $\alpha$ 上にあるとき、 $\ell \perp \beta$ ならば、 $\alpha \perp \beta$ である。

解答 (1) 正しくない。(理由は略) (2) 正しい (3) 正しい。

解説

- 正しくない。  
右の図の直方体ABCD-EFGHにおいて、  
 $AB \parallel DC$ で、直線DCと直線GCは交わるが、直線ABと直線GCはねじれの位置にあり、交わらない。
- 正しい。
- 正しい。



- 4 空間内の直線 $\ell$ ,  $m$ ,  $n$ と平面 $\alpha$ について、次の記述は常に正しいか。常に正しい場合、その理由も述べよ。[5点×5=25点]

- 3つの点を含む平面はただ1つ定まる。
- $\ell \parallel \alpha$ かつ $m \parallel \alpha$ ならば、 $\ell \parallel m$ である。
- $\ell \parallel \alpha$ かつ $m \perp \alpha$ ならば、 $\ell$ と平行で $m$ と垂直な直線がある。
- $\ell$ ,  $m$ が $\alpha$ に含まれ、 $\ell \perp n$ かつ $m \perp n$ ならば、 $n \perp \alpha$ である。
- 四角錐において、頂点を共有しない2つの辺はすべてねじれの位置にある。

解答 (1) 正しくない。3つの点が一直線上にあるとき、その3点を含む平面は無数にある。  
(2) 正しくない。 $\ell$ と $m$ が交わることもねじれの位置にあることがある。  
(3) 正しい。  
(4) 正しくない。 $n$ が $\alpha$ に含まれることがある。  
(5) 正しくない。底面の四角形の向かい合う辺は1つの平面上にある。

解説

- 正しくない。3つの点が一直線上にあるとき、その3点を含む平面は無数にある。
- 正しくない。 $\ell$ と $m$ が交わることもねじれの位置にあることがある。
- 正しい。
- 正しくない。 $n$ が $\alpha$ に含まれることがある。
- 正しくない。底面の四角形の向かい合う辺は1つの平面上にある。

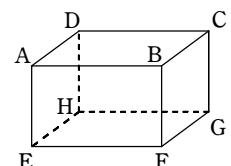
- 5 空間内の直線 $\ell$ ,  $m$ ,  $n$ や、平面 $\alpha$ ,  $\beta$ について、次の記述は常に正しいか。常に正しい場合、その理由も述べよ。

- $\ell \parallel m$ で、 $m$ と $n$ が交わるならば、 $\ell$ と $n$ は交わる。
- 異なる2直線 $\ell$ ,  $m$ について、 $\ell \perp \alpha$ ,  $m \perp \alpha$ ならば、 $\ell \parallel m$ である。
- $\ell$ が $\alpha$ 上にあるとき、 $\ell \perp \beta$ ならば、 $\alpha \perp \beta$ である。

解答 (1) 正しくない。(理由は略) (2) 正しい。 (3) 正しい。

解説

- 正しくない。  
右の図の直方体ABCD-EFGHにおいて、  
 $AB \parallel DC$ で、直線DCと直線GCは交わるが、直線ABと直線GCはねじれの位置にあり、交わらない。
- 正しい。
- 正しい。



- 6 空間内の直線 $\ell$ ,  $m$ ,  $n$ や、平面 $P$ ,  $Q$ ,  $R$ について、次の記述が正しいか、正しくないかを答えよ。

- $P \perp Q$ ,  $Q \perp R$ のとき、 $P \parallel R$ である。
- $P \perp Q$ ,  $Q \parallel R$ のとき、 $P \perp R$ である。
- $\ell \perp m$ ,  $P \parallel \ell$ のとき、 $P \perp m$ である。
- $P \parallel \ell$ ,  $Q \parallel \ell$ のとき、 $P \parallel Q$ である。

- (5)  $P \perp \ell$ ,  $Q \parallel \ell$ のとき、 $P \perp Q$ である。

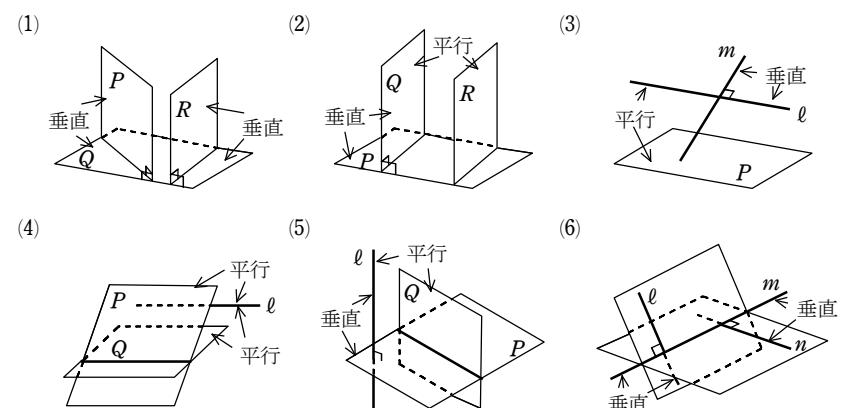
- (6)  $\ell \perp m$ ,  $m \perp n$ のとき、 $\ell \parallel n$ である。

解答 正しいときは○、正しくないときは×で表す。

- (1) × (2) ○ (3) × (4) × (5) ○ (6) ×

解説 正しいときは○、正しくないときは×で表す。

- (1) × (2) ○ (3) × (4) × (5) ○ (6) ×



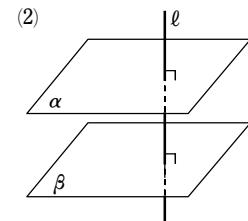
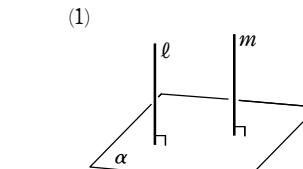
- 7 空間内の異なる2つの直線 $\ell$ ,  $m$ と異なる2つの平面 $\alpha$ ,  $\beta$ について、次の記述は常に正しいか。

- $\ell \perp \alpha$ ,  $m \perp \alpha$ ならば、 $\ell \perp m$ である。
- $\ell \perp \alpha$ ,  $\ell \perp \beta$ ならば、 $\alpha \parallel \beta$ である。
- $\ell \parallel \alpha$ ,  $m \parallel \alpha$ ならば、 $\ell \parallel m$ である。
- $\ell \parallel \alpha$ ,  $m \perp \alpha$ ならば、 $\ell$ と平行で $m$ と垂直な直線がある。

解答 (1) 正しくない (2) 正しい (3) 正しくない (4) 正しい

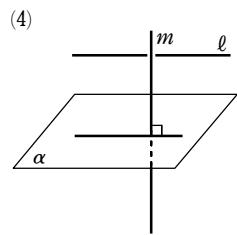
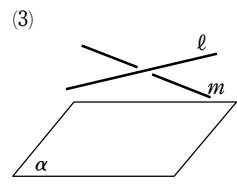
解説

- $\ell \perp \alpha$ ,  $m \perp \alpha$ ならば、 $\ell \parallel m$ である。  
よって、正しくない。
- 正しい。



- (3)  $\ell \parallel \alpha$ ,  $m \parallel \alpha$ であっても、 $\ell$ と $m$ がねじれの位置にあることがある。  
よって、正しくない。

- (4) 正しい



- 8 空間内の異なる3直線 $\ell$ ,  $m$ ,  $n$ と異なる2平面 $\alpha$ ,  $\beta$ について、次の記述は常に正しいか。

- (1)  $\ell \parallel \alpha$ ,  $m \parallel \alpha$ ならば、 $\ell \parallel m$ である。
- (2)  $\ell \perp \alpha$ ,  $\ell \perp \beta$ ならば、 $\alpha \parallel \beta$ である。
- (3)  $\ell \parallel \alpha$ ,  $m \perp \alpha$ ならば、 $\ell$ と平行で $m$ と垂直な直線がある。
- (4)  $\ell$ と $m$ がねじれの位置にあり、 $m$ と $n$ がねじれの位置にあるとき、 $\ell$ と $n$ もねじれの位置にある。

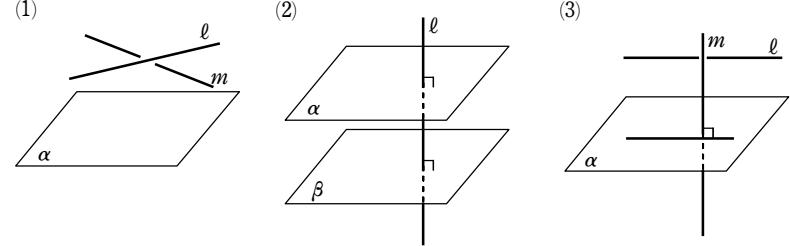
**解答** (1) 正しくない (2) 正しい (3) 正しい (4) 正しくない

**解説**

(1)  $\ell \parallel \alpha$ ,  $m \parallel \alpha$ であっても、 $\ell$ と $m$ がねじれの位置にあることがある。よって、正しくない。

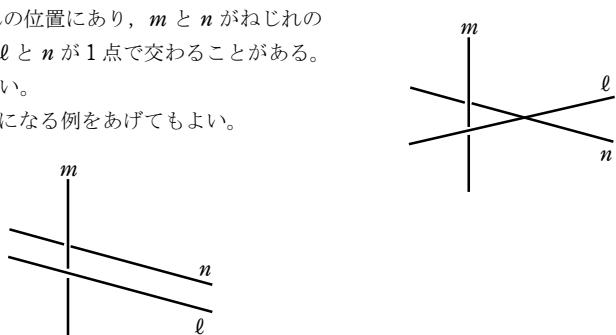
(2) 正しい

(3) 正しい



(4)  $\ell$ と $m$ がねじれの位置にあり、 $m$ と $n$ がねじれの位置にあっても、 $\ell$ と $n$ が1点で交わることがある。よって、正しくない。

**別解**  $\ell$ と $n$ が平行になる例をあげてもよい。



- 9 次の記述は常に正しいか。常には正しくない場合、正しくなるように下線部を修正せよ。

- (1) 平面 $\alpha$ に平行な直線を $\ell$ とし、直線 $\ell$ を含む平面 $\beta$ と平面 $\alpha$ の交線を $m$ とするとき、直線 $\ell$ と直線 $m$ は平行である。
- (2) 直線 $\ell$ で交わる2つの平面 $\alpha$ ,  $\beta$ がある。 $\alpha$ 上にも $\beta$ 上にもない点Pから平面 $\alpha$ ,  $\beta$ にそれぞれ垂線PA, PBを下ろしたとき、直線ABと直線 $\ell$ は垂直である。
- (3) 四面体ABCDにおいて、辺AB上の任意の点Pを通って辺AD, 辺BCに平行な平面 $\alpha$ と辺BD, 辺DC, 辺CAとの交点を順にQ, R, Sとするとき、四角形PQRSはひし形である。

**解答** (1) 正しい (2) 正しい (3) 平行四辺形

**解説**

(1)  $\ell \not\parallel \alpha$ より、直線 $\ell$ と平面 $\alpha$ は共有点をもたない。また、直線 $m$ は平面 $\alpha$ 上にあるから、直線 $\ell$ と直線 $m$ も共有点をもたない。直線 $\ell$ と直線 $m$ はともに平面 $\beta$ 上にあるから $\ell \parallel m$ よって、正しい。

(2) 直線 $\ell$ は2平面 $\alpha$ ,  $\beta$ の交線であり、

$PA \perp \alpha$ ,  $PB \perp \beta$ であるから

$PA \perp \ell$ ,  $PB \perp \ell$

よって、直線 $\ell$ は平面PABに垂直である。

ゆえに  $AB \perp \ell$

したがって、正しい。

(3)  $BC \parallel PS$ ,  $BC \parallel QR$ から  $PS \parallel QR$

また、 $AD \parallel PQ$ ,  $AD \parallel SR$ から  $PQ \parallel SR$

よって、四角形PQRSは平行四辺形である。

**参考** 平行四辺形PQRSがひし形になる場合

$AP : PB = a : b$  とすると、

$PS : BC = a : (a+b)$  であるから

$$PS = \frac{a}{a+b} BC$$

また、 $BQ : QD = b : a$  より  $PQ : AD = b : (a+b)$  であるから

$$PQ = \frac{b}{a+b} AD$$

$$PS = PQ \text{ とすると } \frac{a}{a+b} BC = \frac{b}{a+b} AD$$

$$aBC = bAD$$

すなわち

$$AD : BC = a : b$$

これが成り立つとき、平行四辺形PQRSはひし形になる。

- 10 空間内の異なる2直線 $\ell$ ,  $m$ と、異なる2平面 $\alpha$ ,  $\beta$ について、次の記述は常に正しいか。常には正しくない場合、その理由も述べよ。ただし、 $\ell$ ,  $m$ は平面 $\alpha$ 上にない直線である。

- (1)  $\ell \parallel m$ ,  $\ell \parallel \alpha$ のとき、 $m \parallel \alpha$ である。
- (2)  $\ell \parallel \alpha$ ,  $m \parallel \alpha$ のとき、 $\ell \parallel m$ である。
- (3)  $\ell \perp \alpha$ ,  $\ell \perp \beta$ のとき、 $\alpha \parallel \beta$ である。

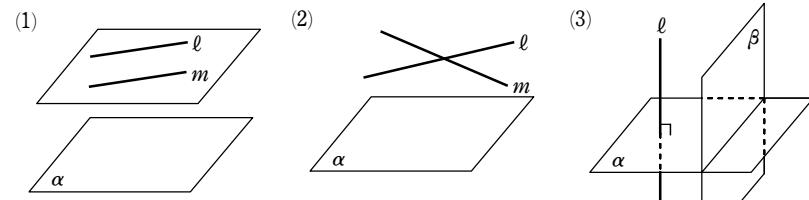
**解答** (1) 正しい (2) 正しくない (3) 正しい

**解説**

(1) 正しい

(2)  $\ell \parallel \alpha$ ,  $m \parallel \alpha$ であっても、 $\ell$ と $m$ が交わることがある。よって、正しくない。

(3) 正しい



- 11 空間内の異なる2直線 $\ell$ ,  $m$ と異なる2平面 $\alpha$ ,  $\beta$ について、次の記述は常に正しいか。常には正しくない場合、その理由も述べよ。ただし、 $\ell$ ,  $m$ は平面 $\alpha$ 上にない直線である。

- (1)  $\ell \perp \alpha$ ,  $m \perp \alpha$ のとき、 $\ell \perp m$ である。
- (2)  $\ell \perp \alpha$ ,  $\ell \perp \beta$ のとき、 $\alpha \parallel \beta$ である。
- (3)  $\ell \perp m$ ,  $\ell \perp \alpha$ のとき、 $m \parallel \alpha$ である。

**解答** (1) 正しくない、理由略 (2) 正しい (3) 正しい

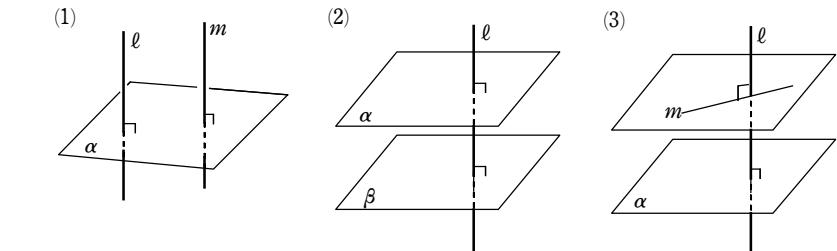
**解説**

(1)  $\ell \perp \alpha$ ,  $m \perp \alpha$ のとき、 $\ell \parallel m$ である。

よって、正しくない。

(2) 正しい

(3) 正しい



- 12 空間内の直線 $\ell$ と、異なる3平面 $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ について、次の記述は常に正しいか。常には正しくない場合、その理由も述べよ。

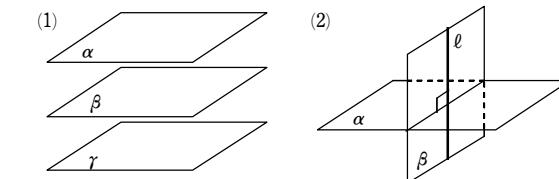
- (1)  $\alpha \parallel \beta$ ,  $\beta \parallel \gamma$ のとき、 $\alpha \parallel \gamma$ である。
- (2)  $\alpha \perp \ell$ で、 $\ell$ を $\beta$ が含むとき、 $\alpha \perp \beta$ である。

**解答** (1) 正しい (2) 正しい

**解説**

(1) 正しい。

(2) 正しい。



- 13 空間内の異なる2直線 $\ell$ ,  $m$ と、異なる2平面 $\alpha$ ,  $\beta$ について、次の記述は常に正しいか。常には正しくない場合、その理由も述べよ。

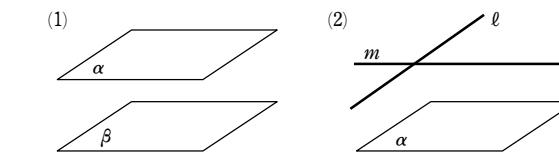
- (1)  $\alpha$ と $\beta$ が交わらないとき、 $\alpha \parallel \beta$ である。
- (2)  $\ell \parallel \alpha$ ,  $m \parallel \alpha$ のとき、 $\ell \parallel m$ である。

**解答** (1) 正しい (2) 正しくない(理由は略)

**解説**

(1) 正しい。

(2) 正しくない。図のような場合があるから。



- 14 空間内の直線 $\ell$ と、異なる2平面 $\alpha$ ,  $\beta$ について、次の記述は常に正しいか。常には正しくない場合、その理由も述べよ。

- (1)  $\ell \parallel \alpha$ ,  $\alpha \perp \beta$ のとき、 $\ell \perp \beta$ である。

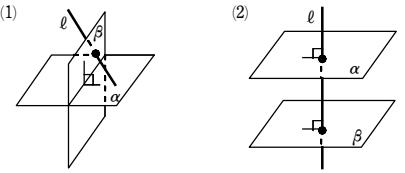
- (2)  $\ell \perp \alpha$ ,  $\ell \perp \beta$  のとき,  $\alpha \not\parallel \beta$  である。

〔解答〕 (1) 正しくない(理由は略) (2) 正しい

〔解説〕

(1) 正しくない。下の図のような場合があるから。

(2) 正しい。



- 15 空間内の異なる2直線  $\ell, m$  と異なる2平面  $\alpha, \beta$ について、次の文章が正しいか正しくないかを答えよ。正しくない場合はその理由も述べよ。

- (1)  $\ell \perp \alpha, m \perp \alpha$  ならば  $\ell \perp m$  である。  
(2)  $\ell \not\parallel m, \ell \perp \alpha$  ならば  $m \perp \alpha$  である。  
(3)  $\ell \perp \alpha, \ell \perp \beta$  ならば  $\alpha \not\parallel \beta$  である。

〔解答〕 (1) 正しくない、理由略 (2) 正しい (3) 正しい

〔解説〕

(1)  $\ell \perp \alpha, m \perp \alpha$  ならば、 $\ell \not\parallel m$  である。

よって、正しくない。

(2) 正しい。

(3) 正しい。

