確率クイズ

$\boxed{1}$ 1 から 10 までの 10 枚の番号札から 1 枚を取り出すとき，次の場合の確率を求めよ。

(1)　偶数の番号札が出る。　(2)　3 以下または 8 以上の番号札が出る。

(3)　10 の約数の番号札が出る。

解答　(1) $\dfrac{1}{2}$　(2) $\dfrac{3}{5}$　(3) $\dfrac{2}{5}$

10 枚の番号札から 1 枚を取り出す方法は　10 通り

(1)　偶数の番号札が出る場合は，2，4，6，8，10 の　5 通り

よって，求める確率は　$\dfrac{5}{10}=\dfrac{1}{2}$

(2)　3 以下または 8 以上の番号札が出る場合は，1，2，3，8，9，10 の　6 通り

よって，求める確率は　$\dfrac{6}{10}=\dfrac{3}{5}$

(3)　10 の約数の番号札が出る場合は，1，2，5，10 の　4 通り

よって，求める確率は　$\dfrac{4}{10}=\dfrac{2}{5}$

$\boxed{2}$ 2 個のさいころを同時に投げるとき，次の場合の確率を求めよ。

(1)　目の和が 4 になる。　(2)　目の積が奇数になる。

解答　(1) $\dfrac{1}{12}$　(2) $\dfrac{1}{4}$

2 個のさいころの目の出方は　$6\times6=36$（通り）

(1)　目の和が 4 になるのは，(1，3)，(2，2)，(3，1) の 3 通り。

よって，求める確率は　$\dfrac{3}{36}=\dfrac{1}{12}$

(2)　目の積が奇数になるのは，

(1，1)，(1，3)，(1，5)，(3，1)，(3，3)，(3，5)，(5，1)，(5，3)，(5，5)

の 9 通り。

よって，求める確率は　$\dfrac{9}{36}=\dfrac{1}{4}$

$\boxed{3}$ A，B の 2 人を含む 7 人が，くじ引きで順番を決めて横 1 列に並ぶとき，次の場合の確率を求めよ。

(1)　A が 1 番目に並ぶ。　(2)　A が 2 番目，B が 5 番目に並ぶ。

解答　(1) $\dfrac{1}{7}$　(2) $\dfrac{1}{42}$

7 人全員の並び順は　7! 通り

(1)　A が 1 番目のとき，A 以外の 6 人の並び順は　6! 通り

よって，求める確率は　$\dfrac{6!}{7!}=\dfrac{1}{7}$

(2)　A が 2 番目，B が 5 番目のとき，A，B 以外の 5 人の並び順は　5! 通り

よって，求める確率は　$\dfrac{5!}{7!}=\dfrac{1}{42}$

$\boxed{4}$ 男子 4 人，女子 5 人の合計 9 人の中から抽選で 3 人を選ぶとき，次のように選ばれる確率を求めよ。

(1)　男子が 2 人，女子が 1 人　(2)　全員が女子

解答　(1) $\dfrac{5}{14}$　(2) $\dfrac{5}{42}$

9 人から 3 人選ぶ組合せは　${}_9C_3$ 通り

(1)　男子が 2 人，女子が 1 人の組合せは　${}_4C_2\times{}_5C_1$ 通り

よって，求める確率は

$$\frac{{}_4C_2\times{}_5C_1}{{}_9C_3}=\frac{4\cdot3}{2\cdot1}\times5\times\frac{3\cdot2\cdot1}{9\cdot8\cdot7}=\frac{5}{14}$$

(2)　全員が女子の組合せは　${}_5C_3$ 通り

よって，求める確率は

$$\frac{{}_5C_3}{{}_9C_3}=\frac{{}_5C_2}{{}_9C_3}=\frac{5\cdot4}{2\cdot1}\times\frac{3\cdot2\cdot1}{9\cdot8\cdot7}=\frac{5}{42}$$

$\boxed{5}$ くじが 10 本あり，このうち 4 本が当たりくじである。このくじから同時に 5 本引くとき，2 本だけ当たる確率を求めよ。

解答　$\dfrac{10}{21}$

くじの取り出し方の総数は　${}_{10}C_5$ 通り

2 本だけ当たる場合の数は，当たりくじ 4 本から 2 本，はずれくじ 6 本から 3 本引く場合の数に等しいから　${}_4C_2\times{}_6C_3$ 通り

よって，求める確率は

$$\frac{{}_4C_2\times{}_6C_3}{{}_{10}C_5}=\frac{4\cdot3}{2\cdot1}\times\frac{6\cdot5\cdot4}{3\cdot2\cdot1}\times\frac{5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{10\cdot9\cdot8\cdot7\cdot6}=\frac{10}{21}$$

$\boxed{6}$ 男子 3 人，女子 3 人が，くじ引きで順番を決めて横 1 列に並ぶとき，次の場合の確率を求めよ。

(1)　両端に男子が並ぶ。　(2)　特定の 2 人 A，B が隣り合う。

(3)　男子と女子が交互に並ぶ。

解答　(1) $\dfrac{1}{5}$　(2) $\dfrac{1}{3}$　(3) $\dfrac{1}{10}$

6 人全員の並び方は　6! 通り

(1)　両端の 2 か所に，男子 3 人のうちの 2 人が並ぶ方法は　${}_3P_2$ 通り

残り 4 人の並び方は　4! 通り

よって，求める確率は

$$\frac{{}_3P_2\times4!}{6!}=\frac{3\cdot2\times4\cdot3\cdot2\cdot1}{6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}=\frac{1}{5}$$

(2)　特定の 2 人 A，B をひとまとめにする。

ひとまとめにした A，B と残り 4 人の並び方は　5! 通り

ひとまとめにした A，B の並び方は　2 通り

よって，求める確率は

$$\frac{5!\times2}{6!}=\frac{5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1\times2}{6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}=\frac{1}{3}$$

(3)　男子と女子が交互に並ぶのは，次の [1]，[2] のどちらかの場合である。

[1]　男女男女男女と並ぶ場合

男子 3 人の並び方，女子 3 人の並び方は，それぞれ　3! 通り

よって，この場合の並び方は　$3!\times3!$ 通り

[2]　女男女男女男と並ぶ場合

[1] と同様に考えて　$3!\times3!$ 通り

[1]，[2] から，求める確率は

$$\frac{3!\times3!\times2}{6!}=\frac{3\cdot2\cdot1\times3\cdot2\cdot1\times2}{6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}=\frac{1}{10}$$

$\boxed{7}$ 赤玉 2 個，青玉 3 個，黄玉 2 個が入った袋から 3 個の玉を同時に取り出すとき，次の場合の確率を求めよ。

(1)　赤玉 1 個と青玉 2 個が出る。　(2)　どの色の玉も出る。

解答　(1) $\dfrac{6}{35}$　(2) $\dfrac{12}{35}$

全部の 7 個から 3 個取る組合せは　${}_7C_3$ 通り

(1)　赤玉 2 個から 1 個，青玉 3 個から 2 個を取る組合せは　${}_2C_1\times{}_3C_2$ 通り

よって，求める確率は

$$\frac{{}_2C_1\times{}_3C_2}{{}_7C_3}=\frac{{}_2C_1\times{}_3C_1}{{}_7C_3}=2\times3\times\frac{3\cdot2\cdot1}{7\cdot6\cdot5}=\frac{6}{35}$$

(2)　どの色の玉も出るのは，赤玉，青玉，黄玉が 1 個ずつ出るときである。

赤玉 2 個から 1 個，青玉 3 個から 1 個，黄玉 2 個から 1 個を取る組合せは

${}_2C_1\times{}_3C_1\times{}_2C_1$ 通り

よって，求める確率は

$$\frac{{}_2C_1\times{}_3C_1\times{}_2C_1}{{}_7C_3}=2\times3\times2\times\frac{3\cdot2\cdot1}{7\cdot6\cdot5}=\frac{12}{35}$$

$\boxed{8}$ A，B，C の 3 人がじゃんけんを 1 回するとき，次の場合の確率を求めよ。

(1)　A だけが負ける。　(2)　1 人だけが勝つ。

解答　(1) $\dfrac{1}{9}$　(2) $\dfrac{1}{3}$

3 人の手の出し方の総数は　3^3 通り

(1)　A だけが負ける場合は，次の 3 通りある。

A がグー，B と C はパーを出す

A がチョキ，B と C はグーを出す

A がパー，B と C はチョキを出す

よって，求める確率は　$\dfrac{3}{3^3}=\dfrac{1}{9}$

(2)　1 人だけが勝つ場合，勝者の決まり方は，A か B か C かの 3 通りある。

そのどの場合に対しても，勝ち方がグー，チョキ，パーの 3 通りある。

よって，求める確率は　$\dfrac{3\times3}{3^3}=\dfrac{1}{3}$

$\boxed{9}$ A，B，C，D，E，F，G，H の 8 文字を無作為に横 1 列に並べるとき，次の場合の確率を求めよ。

(1)　A と B が両端にある。　(2)　A は B より左で，B は C より左にある。

解答　(1) $\dfrac{1}{28}$　(2) $\dfrac{1}{6}$

8 文字を横 1 列に並べる方法は　8! 通り

(1)　両端の A，B の並べ方は　2 通り

残り 6 文字の並べ方は　6! 通り

よって，求める確率は　$\dfrac{2\times6!}{8!}=\dfrac{2}{8\cdot7}=\dfrac{1}{28}$

(2)　A，B，C を同じ文字 □ と考え，□ 3 個と残りの 5 文字を 1 列に並べる順列を作り，□ に左から A，B，C を順に入れると，A は B より左で，B は C より左にある並べ方になる。

よって，この場合の数は　$\dfrac{8!}{3!}$ 通り

ゆえに，求める確率は　$\dfrac{8!}{3!}\div 8!=\dfrac{1}{3!}=\dfrac{1}{6}$

10 白玉 5 個，赤玉 6 個，青玉 1 個の入った袋から，2 個の玉を同時に取り出すとき，2 個が同じ色である確率を求めよ。

解答　$\dfrac{25}{66}$

「2 個が同じ色である」という事象は，
「2 個とも白玉である」という事象 A，　「2 個とも赤玉である」という事象 B
の和事象 $A\cup B$ である。
A，B は互いに排反であるから

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)=\frac{{}_5C_2}{{}_{12}C_2}+\frac{{}_6C_2}{{}_{12}C_2}$$
$$=\frac{10}{66}+\frac{15}{66}=\frac{25}{66}$$

11 1 から 100 までの 100 枚の番号札から 1 枚引くとき，6 の倍数でない番号を引く確率を求めよ。

解答　$\dfrac{21}{25}$

引いた札の番号が「6 の倍数でない」という事象は，「6 の倍数である」という事象の余事象である。
1 から 100 までの番号のうち，6 の倍数は　$6\cdot 1$，$6\cdot 2$，$6\cdot 3$，……，$6\cdot 16$
よって，6 の倍数の番号を引く確率は　$\dfrac{16}{100}=\dfrac{4}{25}$
したがって，求める確率は　$1-\dfrac{4}{25}=\dfrac{21}{25}$

12 大小 2 個のさいころを投げる試行において，「目の和が 4 より大きい」という事象の余事象をいえ。また，目の和が 4 より大きい確率を求めよ。

解答　余事象：目の和が 4 以下，確率 $\dfrac{5}{6}$

「目の和が 4 より大きい」という事象の余事象は，「目の和が 4 以下」という事象である。
目の和が 4 以下になるのは，
$(1,\ 1)$，$(1,\ 2)$，$(2,\ 1)$，$(1,\ 3)$，$(2,\ 2)$，$(3,\ 1)$
の 6 通り。
よって，目の和が 4 以下になる確率は　$\dfrac{6}{6^2}=\dfrac{1}{6}$
したがって，目の和が 4 より大きい確率は　$1-\dfrac{1}{6}=\dfrac{5}{6}$

13 1 から 100 までの 100 枚の番号札から 1 枚引く。
(1)　番号が 3 の倍数または 5 の倍数である確率を求めよ。
(2)　番号が 3 の倍数でも 5 の倍数でもない確率を求めよ。

解答　(1)　$\dfrac{47}{100}$　　(2)　$\dfrac{53}{100}$

番号が 3 の倍数であるという事象を A，5 の倍数であるという事象を B とすると
$A=\{3\cdot 1,\ 3\cdot 2,\ 3\cdot 3,\ \cdots\cdots,\ 3\cdot 33\}$
$B=\{5\cdot 1,\ 5\cdot 2,\ 5\cdot 3,\ \cdots\cdots,\ 5\cdot 20\}$
$A\cap B=\{15\cdot 1,\ 15\cdot 2,\ 15\cdot 3,\ \cdots\cdots,\ 15\cdot 6\}$

(1)　求める確率は　$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$
$$=\frac{33}{100}+\frac{20}{100}-\frac{6}{100}=\frac{47}{100}$$
(2)　求める確率は　$P(\overline{A}\cap\overline{B})=P(\overline{A\cup B})=1-P(A\cup B)$
$$=1-\frac{47}{100}=\frac{53}{100}$$

14 赤玉 5 個，白玉 4 個，黄玉 3 個の入った袋から同時に 3 個の玉を取り出すとき，次の場合の確率を求めよ。
(1)　黄玉が 2 個以上出る。　　(2)　3 個とも同じ色の玉が出る。

解答　(1)　$\dfrac{7}{55}$　　(2)　$\dfrac{3}{44}$

全部の 12 個から 3 個取る組合せは　${}_{12}C_3$ 通り
(1)　「黄玉が 2 個以上出る」という事象は
「黄玉が 2 個出る」という事象 A，　「黄玉が 3 個出る」という事象 B
の和事象 $A\cup B$ である。
$$P(A)=\frac{{}_3C_2\times{}_9C_1}{{}_{12}C_3}=\frac{27}{220},\quad P(B)=\frac{{}_3C_3}{{}_{12}C_3}=\frac{1}{220}$$
であり，A，B は互いに排反であるから
$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)=\frac{27}{220}+\frac{1}{220}=\frac{7}{55}$$
(2)　「3 個とも同じ色の玉が出る」という事象は，
「3 個とも赤玉が出る」という事象 A，「3 個とも白玉が出る」という事象 B，
「3 個とも黄玉が出る」という事象 C
の和事象 $A\cup B\cup C$ である。
A，B，C は互いに排反であるから
$$P(A\cup B\cup C)=P(A)+P(B)+P(C)=\frac{{}_5C_3}{{}_{12}C_3}+\frac{{}_4C_3}{{}_{12}C_3}+\frac{{}_3C_3}{{}_{12}C_3}$$
$$=\frac{10}{220}+\frac{4}{220}+\frac{1}{220}=\frac{3}{44}$$

15 10 本のうち当たりが 3 本入ったくじから同時に 4 本引くとき，次の場合の確率を求めよ。
(1)　当たりくじを 2 本以上引く。　　(2)　少なくとも 1 本は当たりくじを引く。

解答　(1)　$\dfrac{1}{3}$　　(2)　$\dfrac{5}{6}$

くじの取り出し方の総数は　${}_{10}C_4$ 通り
(1)　「当たりくじを 2 本以上引く」という事象は
「当たりくじを 2 本引く」という事象 A，　「当たりくじを 3 本引く」という事象 B
の和事象 $A\cup B$ である。
$$P(A)=\frac{{}_3C_2\times{}_7C_2}{{}_{10}C_4}=\frac{63}{210},\quad P(B)=\frac{{}_3C_3\times{}_7C_1}{{}_{10}C_4}=\frac{7}{210}$$
であり，A，B は互いに排反であるから
$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)=\frac{63}{210}+\frac{7}{210}=\frac{70}{210}=\frac{1}{3}$$
(2)　「少なくとも 1 本は当たる」という事象は，「4 本ともはずれる」という事象の余事象である。
4 本ともはずれる確率は　$\dfrac{{}_7C_4}{{}_{10}C_4}=\dfrac{1}{6}$
よって，求める確率は　$1-\dfrac{1}{6}=\dfrac{5}{6}$

16 2 個のさいころを同時に投げるとき，次の場合の確率を求めよ。
(1)　少なくとも 1 個は 4 以下の目が出る。　(2)　目の積が 3 の倍数になる。

解答　(1)　$\dfrac{8}{9}$　　(2)　$\dfrac{5}{9}$

2 個のさいころの目の出方は　6^2 通り
(1)　「少なくとも 1 個は 4 以下の目が出る」という事象は，「2 個とも 5 以上の目が出る」という事象の余事象である。
2 個とも 5 以上の目が出る確率は　$\dfrac{2\times 2}{6^2}=\dfrac{1}{9}$
よって，求める確率は　$1-\dfrac{1}{9}=\dfrac{8}{9}$
(2)　目の積が 3 の倍数になるのは，少なくとも 1 個は 3 の倍数の目が出る場合である。
「少なくとも 1 個は 3 の倍数の目が出る」という事象は，「2 個とも 3 の倍数の目が出ない」という事象の余事象である。
2 個とも 3 の倍数の目が出ない確率は　$\dfrac{4\times 4}{6^2}=\dfrac{4}{9}$
よって，求める確率は　$1-\dfrac{4}{9}=\dfrac{5}{9}$

17 3 個のさいころを同時に投げるとき，次の場合の確率を求めよ。
(1)　出る目の最小値が 2 以上である。
(2)　出る目の最小値が 2 である。
(3)　出る目の最大値が 3 以上 5 以下である。

解答　(1)　$\dfrac{125}{216}$　　(2)　$\dfrac{61}{216}$　　(3)　$\dfrac{13}{24}$

3 個のさいころの目の出方は　6^3 通り
(1)　出る目の最小値が 2 以上となるのは，3 個のさいころの目がすべて 2 以上のときであり，その場合の数は　5^3 通り
よって，求める確率は　$\dfrac{5^3}{6^3}=\dfrac{125}{216}$
(2)　最小値が 2 であるという事象は，最小値が 2 以上であるという事象から，最小値が 3 以上であるという事象を除いたものである。
出る目の最小値が 3 以上である確率は，(1) と同様に考えて　$\dfrac{4^3}{6^3}$
よって，求める確率は　$\dfrac{5^3}{6^3}-\dfrac{4^3}{6^3}=\dfrac{61}{216}$
(3)　最大値が 3 以上 5 以下であるという事象は，最大値が 5 以下であるという事象から，最大値が 2 以下であるという事象を除いたものである。
出る目の最大値が 5 以下である確率は　$\dfrac{5^3}{6^3}$
出る目の最大値が 2 以下である確率は　$\dfrac{2^3}{6^3}$
よって，求める確率は　$\dfrac{5^3}{6^3}-\dfrac{2^3}{6^3}=\dfrac{13}{24}$

18 当たり 4 本，はずれ 8 本の計 12 本のくじの中から同時に 7 本引くとき，はずれくじの本数が当たりくじの本数より多い確率を求めよ。

解答　$\dfrac{92}{99}$

「はずれくじの本数が当たりくじの本数より多い」という事象は，「当たりくじの本数がはずれくじの本数以上である」という事象の余事象である。

当たりくじの本数がはずれくじの本数以上となるのは，引いた 7 本に当たりくじが 4 本，はずれくじが 3 本含まれる場合である。

その確率は　$\dfrac{{}_4C_4\times{}_8C_3}{{}_{12}C_7}=\dfrac{{}_8C_3}{{}_{12}C_5}=\dfrac{8\cdot7\cdot6}{3\cdot2\cdot1}\times\dfrac{5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{12\cdot11\cdot10\cdot9\cdot8}=\dfrac{7}{99}$

よって，求める確率は　$1-\dfrac{7}{99}=\dfrac{92}{99}$

19 1 組 52 枚のトランプから 1 枚抜き取り，カードを見てからもとに戻すことを 2 回行うとき，次の場合の確率を求めよ。

(1)　2 回ともハートが出る。　(2)　2 回目に初めてハートが出る。

解答　(1)　$\dfrac{1}{16}$　(2)　$\dfrac{3}{16}$

1 回目にカードを抜き取る試行と，2 回目にカードを抜き取る試行は独立である。

(1)　$\dfrac{13}{52}\times\dfrac{13}{52}=\dfrac{1}{16}$

(2)　1 回目にハートではないカードが出て，2 回目にハートが出る場合である。

よって，求める確率は　$\left(1-\dfrac{13}{52}\right)\times\dfrac{13}{52}=\dfrac{3}{16}$

20 大中小 3 個のさいころを投げるとき，次の場合の確率を求めよ。

(1)　大の目が奇数，中の目が 3 の倍数，小の目が 1 となる。

(2)　少なくとも 1 個は偶数の目が出る。

解答　(1)　$\dfrac{1}{36}$　(2)　$\dfrac{7}{8}$

大中小のそれぞれのさいころを投げる試行は独立である。

(1)　大の目が奇数となる確率は　$\dfrac{3}{6}$

中の目が 3 の倍数となる確率は　$\dfrac{2}{6}$

小の目が 1 となる確率は　$\dfrac{1}{6}$

よって，求める確率は　$\dfrac{3}{6}\times\dfrac{2}{6}\times\dfrac{1}{6}=\dfrac{1}{36}$

(2)　「少なくとも 1 個は偶数の目が出る」という事象は，「3 個とも奇数の目が出る」という事象の余事象である。

3 個とも奇数の目が出る確率は　$\dfrac{3}{6}\times\dfrac{3}{6}\times\dfrac{3}{6}=\dfrac{1}{8}$

よって，求める確率は　$1-\dfrac{1}{8}=\dfrac{7}{8}$

21 袋 A には赤玉 4 個と白玉 2 個，袋 B には赤玉 1 個と白玉 3 個が入っている。袋 A，B から 1 個ずつ玉を取り出すとき，次の場合の確率を求めよ。

(1)　両方とも赤玉が出る。　(2)　同じ色の玉が出る。

(3)　異なる色の玉が出る。

解答　(1)　$\dfrac{1}{6}$　(2)　$\dfrac{5}{12}$　(3)　$\dfrac{7}{12}$

袋 A から玉を 1 個取り出す試行と，袋 B から玉を 1 個取り出す試行は独立である。

(1)　袋 A から赤玉を取り出す確率は　$\dfrac{4}{6}$

袋 B から赤玉を取り出す確率は　$\dfrac{1}{4}$

よって，両方とも赤玉が出る確率は　$\dfrac{4}{6}\times\dfrac{1}{4}=\dfrac{1}{6}$

(2)　同じ色が赤の場合と白の場合がある。

両方とも赤玉が出る確率は，(1) により　$\dfrac{1}{6}$

両方とも白玉が出る確率は　$\dfrac{2}{6}\times\dfrac{3}{4}=\dfrac{1}{4}$

これらの事象は互いに排反であるから，求める確率は　$\dfrac{1}{6}+\dfrac{1}{4}=\dfrac{5}{12}$

(3)　「異なる色の玉が出る」という事象は，「同じ色の玉が出る」という事象の余事象である。

よって，(2) から，求める確率は　$1-\dfrac{5}{12}=\dfrac{7}{12}$

別解　異なる色の玉が出るのは，次の [1]，[2] のどちらかの場合である。

[1]　A から赤玉，B から白玉を取り出す場合

その確率は　$\dfrac{4}{6}\times\dfrac{3}{4}=\dfrac{6}{12}$

[2]　A から白玉，B から赤玉を取り出す場合

その確率は　$\dfrac{2}{6}\times\dfrac{1}{4}=\dfrac{1}{12}$

[1]，[2] は互いに排反であるから，求める確率は　$\dfrac{6}{12}+\dfrac{1}{12}=\dfrac{7}{12}$

22 赤玉 6 個，白玉 4 個が入った袋から玉を 1 個取り出し，色を調べてからもとに戻すことを 2 回行うとき，2 回続けて同じ色の玉が出る確率を求めよ。

解答　$\dfrac{13}{25}$

1 回目に取り出す試行と，2 回目に取り出す試行は独立である。

2 回続けて同じ色の玉が出るとき，同じ色は赤の場合と白の場合がある。

1 回目，2 回目とも赤玉を取り出す確率は　$\dfrac{6}{10}\times\dfrac{6}{10}=\dfrac{9}{25}$

1 回目，2 回目とも白玉を取り出す確率は　$\dfrac{4}{10}\times\dfrac{4}{10}=\dfrac{4}{25}$

これらの事象は互いに排反であるから，求める確率は

$$\frac{9}{25}+\frac{4}{25}=\frac{13}{25}$$

23 1 個のさいころを 5 回投げるとき，次の場合の確率を求めよ。

(1)　奇数の目がちょうど 2 回出る。　(2)　5 以上の目がちょうど 4 回出る。

解答　(1)　$\dfrac{5}{16}$　(2)　$\dfrac{10}{243}$

(1)　さいころを 1 回投げるとき，奇数の目が出る確率は　$\dfrac{3}{6}=\dfrac{1}{2}$

よって，求める確率は

$${}_5C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(1-\frac{1}{2}\right)^{5-2}=10\times\left(\frac{1}{2}\right)^2\times\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{5}{16}$$

(2)　さいころを 1 回投げるとき，5 以上の目が出る確率は　$\dfrac{2}{6}=\dfrac{1}{3}$

よって，求める確率は

$${}_5C_4\left(\frac{1}{3}\right)^4\left(1-\frac{1}{3}\right)^{5-4}=5\times\left(\frac{1}{3}\right)^4\times\frac{2}{3}=\frac{10}{243}$$

24 A，B，C の 3 人が，ある検定試験に合格する確率がそれぞれ $\dfrac{3}{4}$，$\dfrac{1}{2}$，$\dfrac{5}{8}$ であるとする。次の場合の確率を求めよ。

(1)　少なくとも 1 人が合格する。　(2)　2 人だけが合格する。

解答　(1)　$\dfrac{61}{64}$　(2)　$\dfrac{29}{64}$

(1)　「少なくとも 1 人が合格する」という事象は，「3 人とも不合格である」という事象の余事象である。

3 人とも不合格である確率は

$$\left(1-\frac{3}{4}\right)\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{5}{8}\right)=\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}\times\frac{3}{8}=\frac{3}{64}$$

よって，求める確率は　$1-\dfrac{3}{64}=\dfrac{61}{64}$

(2)　3 人のうち，2 人だけが合格するのは，次の [1] ～ [3] のいずれかの場合である。

[1]　A，B が合格，C が不合格の場合

その確率は　$\dfrac{3}{4}\times\dfrac{1}{2}\times\left(1-\dfrac{5}{8}\right)=\dfrac{9}{64}$

[2]　A，C が合格，B が不合格の場合

その確率は　$\dfrac{3}{4}\times\left(1-\dfrac{1}{2}\right)\times\dfrac{5}{8}=\dfrac{15}{64}$

[3]　B，C が合格，A が不合格の場合

その確率は　$\left(1-\dfrac{3}{4}\right)\times\dfrac{1}{2}\times\dfrac{5}{8}=\dfrac{5}{64}$

[1] ～ [3] は互いに排反であるから，求める確率は　$\dfrac{9}{64}+\dfrac{15}{64}+\dfrac{5}{64}=\dfrac{29}{64}$

25 2 つの野球チーム A，B があり，A の B に対する勝率は 0.4 である。A と B が 3 連戦を行うとき，A が 1 勝 2 敗となる確率を求めよ。ただし，各試合において引き分けはないものとする。

解答　$\dfrac{54}{125}$

1 回の試合で，A が勝つ確率は　$0.4=\dfrac{2}{5}$

よって，A が 1 勝 2 敗となる確率は

$${}_3C_1\left(\frac{2}{5}\right)^1\left(1-\frac{2}{5}\right)^{3-1}=3\times\frac{2}{5}\times\left(\frac{3}{5}\right)^2=\frac{54}{125}$$

26 あるテストで，○ か × かを答える問題が 8 問出題された。でたらめに ○ × を答えるとき，7 問以上を正解する確率を求めよ。

解答　$\dfrac{9}{256}$

7 問以上を正解するのは，次の [1]，[2] のどちらかの場合である。

[1]　ちょうど 7 問を正解する場合

その確率は　${}_8C_7\left(\dfrac{1}{2}\right)^7\left(1-\dfrac{1}{2}\right)^{8-7}=8\times\left(\dfrac{1}{2}\right)^7\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{8}{256}$

[2]　8 問すべてを正解する場合

その確率は　$\left(\dfrac{1}{2}\right)^8=\dfrac{1}{256}$

[1]，[2] は互いに排反であるから，求める確率は

$$\frac{8}{256}+\frac{1}{256}=\frac{9}{256}$$

27 赤玉6個，白玉3個の入っている袋から，玉を1個取り出し，色を調べてからもとに戻すことを7回繰り返すとき，次の場合の確率を求めよ。

(1) 7回目に3個目の赤玉が出る。

(2) 4回目に2個目の赤玉が出て，7回目に4個目の赤玉が出る。

解答 (1) $\dfrac{40}{729}$ (2) $\dfrac{32}{729}$

1回の試行で，赤玉が出る確率は $\dfrac{2}{3}$

(1) 6回目までに赤玉がちょうど2個出て，7回目に3個目の赤玉が出る確率であるから

$${}_6C_2\left(\frac{2}{3}\right)^2\left(1-\frac{2}{3}\right)^{6-2}\times\frac{2}{3}=\frac{6\cdot5}{2\cdot1}\times\left(\frac{2}{3}\right)^2\times\left(\frac{1}{3}\right)^4\times\frac{2}{3}=\frac{40}{729}$$

(2) 3回目までに赤玉がちょうど1個出て，4回目に2個目の赤玉が出て，5回目，6回目のどちらか一方だけ赤玉が出て，7回目に4個目の赤玉が出る確率である。

よって，求める確率は

$${}_3C_1\left(\frac{2}{3}\right)^1\left(1-\frac{2}{3}\right)^{3-1}\times\frac{2}{3}\times{}_2C_1\left(\frac{2}{3}\right)^1\left(1-\frac{2}{3}\right)^1\times\frac{2}{3}=\frac{32}{729}$$

28 1個のさいころを6回投げるとき，次の場合の確率を求めよ。

(1) 3の倍数の目がちょうど4回出る。 (2) 3以上の目が出るのが2回以下である。

解答 (1) $\dfrac{20}{243}$ (2) $\dfrac{73}{729}$

(1) さいころを1回投げるとき，3の倍数の目が出る確率は $\dfrac{2}{6}=\dfrac{1}{3}$

よって，求める確率は

$${}_6C_4\left(\frac{1}{3}\right)^4\left(1-\frac{1}{3}\right)^{6-4}=\frac{6\cdot5}{2\cdot1}\times\left(\frac{1}{3}\right)^4\times\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{20}{243}$$

(2) さいころを1回投げるとき，3以上の目が出る確率は $\dfrac{4}{6}=\dfrac{2}{3}$

3以上の目が出るのが2回以下であるのは，次の[1]～[3]のいずれかの場合である。

[1] 3以上の目がちょうど2回出る場合

その確率は ${}_6C_2\left(\dfrac{2}{3}\right)^2\left(1-\dfrac{2}{3}\right)^{6-2}=\dfrac{6\cdot5}{2\cdot1}\times\left(\dfrac{2}{3}\right)^2\times\left(\dfrac{1}{3}\right)^4=\dfrac{60}{729}$

[2] 3以上の目がちょうど1回出る場合

その確率は ${}_6C_1\left(\dfrac{2}{3}\right)^1\left(1-\dfrac{2}{3}\right)^{6-1}=6\times\dfrac{2}{3}\times\left(\dfrac{1}{3}\right)^5=\dfrac{12}{729}$

[3] 3以上の目が出ない場合

その確率は $\left(1-\dfrac{2}{3}\right)^6=\dfrac{1}{729}$

[1]～[3]は互いに排反であるから，求める確率は

$$\frac{60}{729}+\frac{12}{729}+\frac{1}{729}=\frac{73}{729}$$

29 1から9までの9枚の番号札から1枚抜き取り，番号を見てからもとに戻すことを3回行うとき，3枚の番号の積が3の倍数となる確率を求めよ。

解答 $\dfrac{19}{27}$

「3枚の番号の積が3の倍数となる」という事象は，「3枚の番号の積が3の倍数とならない」という事象の余事象である。

3枚の番号の積が3の倍数とならないのは，3枚の番号すべてが3の倍数でないときである。

よって，その確率は $\dfrac{6}{9}\times\dfrac{6}{9}\times\dfrac{6}{9}=\dfrac{8}{27}$

ゆえに，求める確率は $1-\dfrac{8}{27}=\dfrac{19}{27}$

30 Aが2枚，Bが1枚の硬貨を同時に投げるとき，次の場合の確率を求めよ。

(1) A，Bの表の枚数が同じになる。 (2) AがBより多く表を出す。

解答 (1) $\dfrac{3}{8}$ (2) $\dfrac{1}{2}$

(1) A，Bの表の枚数が同じになるのは，次の[1]，[2]のどちらかの場合である。

[1] A，Bともに表を出さない場合

その確率は $\left(\dfrac{1}{2}\right)^2\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{8}$

[2] A，Bともに表を1枚出す場合

その確率は ${}_2C_1\left(\dfrac{1}{2}\right)^1\left(1-\dfrac{1}{2}\right)^1\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{2}{8}$

[1]，[2]は互いに排反であるから，求める確率は $\dfrac{1}{8}+\dfrac{2}{8}=\dfrac{3}{8}$

(2) AがBより多く表を出すのは，次の[1]，[2]のどちらかの場合である。

[1] Aが表を1枚出し，Bが表を出さない場合

その確率は ${}_2C_1\left(\dfrac{1}{2}\right)^1\left(1-\dfrac{1}{2}\right)^1\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{4}$

[2] Aが表を2枚出す場合

その確率は $\left(\dfrac{1}{2}\right)^2=\dfrac{1}{4}$

[1]，[2]は互いに排反であるから，求める確率は $\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{4}=\dfrac{1}{2}$

31 袋の中に赤玉1個，黄玉2個，青玉3個が入っている。1個取り出してもとに戻す試行を3回行うとき，それぞれの色が1回ずつ出る確率を求めよ。

解答 $\dfrac{1}{6}$

玉を1個取り出すとき，赤玉，黄玉，青玉が出る確率は，それぞれ $\dfrac{1}{6}$，$\dfrac{2}{6}$，$\dfrac{3}{6}$

それぞれの色が1回ずつ出るとき，赤玉，黄玉，青玉が出る順番は3! 通りあるから，求める確率は $\left(\dfrac{1}{6}\times\dfrac{2}{6}\times\dfrac{3}{6}\right)\times3!=\dfrac{1}{6}$

32 数直線上を動く点Pが原点の位置にある。1枚の硬貨を投げて，表が出たらPを正の向きに4だけ進め，裏が出たらPを負の向きに3だけ進める。硬貨を7回投げ終わったとき，Pの座標 p が次のようになる確率を求めよ。

(1) $p=0$ (2) $p=14$ (3) $p=-7$

解答 (1) $\dfrac{35}{128}$ (2) $\dfrac{21}{128}$ (3) $\dfrac{21}{128}$

硬貨を1回投げるとき，表が出る確率は $\dfrac{1}{2}$

7回のうち，表が r 回出るとすると，裏は $(7-r)$ 回出るから，点Pの座標 p は

$p=4r+(-3)(7-r)=7r-21$ となる。

(1) $p=0$ のとき $7r-21=0$

これを解くと $r=3$

よって，7回のうち表がちょうど3回出るときである。

したがって，求める確率は

$${}_7C_3\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(1-\frac{1}{2}\right)^{7-3}=\frac{7\cdot6\cdot5}{3\cdot2\cdot1}\times\left(\frac{1}{2}\right)^3\times\left(\frac{1}{2}\right)^4=\frac{35}{128}$$

(2) $p=14$ のとき $7r-21=14$

これを解くと $r=5$

よって，7回のうち表がちょうど5回出るときである。

したがって，求める確率は

$${}_7C_5\left(\frac{1}{2}\right)^5\left(1-\frac{1}{2}\right)^{7-5}={}_7C_2\left(\frac{1}{2}\right)^5\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{7\cdot6}{2\cdot1}\times\left(\frac{1}{2}\right)^5\times\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{21}{128}$$

(3) $p=-7$ のとき $7r-21=-7$

これを解くと $r=2$

よって，7回のうち表がちょうど2回出るときである。

したがって，求める確率は

$${}_7C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(1-\frac{1}{2}\right)^{7-2}=\frac{7\cdot6}{2\cdot1}\times\left(\frac{1}{2}\right)^2\times\left(\frac{1}{2}\right)^5=\frac{21}{128}$$

33 AとBがテニスの試合を行うとき，各ゲームでA，Bが勝つ確率は，それぞれ $\dfrac{2}{3}$，$\dfrac{1}{3}$ であるとする。3ゲームを先取した方が試合の勝者になるとするとき，Aが勝者になる確率を求めよ。

解答 $\dfrac{64}{81}$

Aが勝者になる場合は，総ゲーム数により，次の[1]～[3]の場合に分かれる。

[1] 3ゲームでAが勝者になる場合

Aが3回続けて勝つから，その確率は $\left(\dfrac{2}{3}\right)^3=\dfrac{8}{27}$

[2] 4ゲームでAが勝者になる場合

3ゲームまでにAが2回，Bが1回勝ち，4ゲーム目にAが勝つから，その確率は

$${}_3C_2\left(\frac{2}{3}\right)^2\left(\frac{1}{3}\right)\times\frac{2}{3}=\frac{8}{27}$$

[3] 5ゲームでAが勝者になる場合

4ゲームまでにAが2回，Bが2回勝ち，5ゲーム目にAが勝つから，その確率は

$${}_4C_2\left(\frac{2}{3}\right)^2\left(\frac{1}{3}\right)^2\times\frac{2}{3}=\frac{16}{81}$$

[1]，[2]，[3]は互いに排反であるから，求める確率は

$$\frac{8}{27}+\frac{8}{27}+\frac{16}{81}=\frac{64}{81}$$

34 1個のさいころを投げて，出た目の数が4以下のとき1点，5以上のとき2点がもらえる。6回投げたときの得点の合計が9点となる確率を求めよ。

解答 $\dfrac{160}{729}$

6回のうち，4以下の目が r 回出るとすると，5以上の目は $(6-r)$ 回出るから，得点の合計が9点となるのは，$r+2(6-r)=9$ が成り立つときである。

これを解くと $r=3$

よって，6回のうち4以下の目がちょうど3回出るときである。

したがって，求める確率は

$${}_6C_3\left(\frac{2}{3}\right)^3\left(1-\frac{2}{3}\right)^{6-3}=\frac{6\cdot5\cdot4}{3\cdot2\cdot1}\times\left(\frac{2}{3}\right)^3\times\left(\frac{1}{3}\right)^3=\frac{160}{729}$$

35 15本のくじの中に当たりくじが3本ある。初めにAが1本引き，次にBが1本引くとき，次の確率を求めよ。ただし，引いたくじはもとに戻さない。

(1) Aが当たり，Bがはずれる確率 (2) 2人ともはずれる確率

(3) Bが当たる確率

解答 (1) $\dfrac{6}{35}$　(2) $\dfrac{22}{35}$　(3) $\dfrac{1}{5}$

A が当たるという事象を A，B が当たるという事象を B とする。

(1) 求める確率は $P(A\cap\overline{B})$ で表され，乗法定理を利用して

$$P(A\cap\overline{B})=P(A)P_A(\overline{B})=\frac{3}{15}\times\frac{12}{14}=\frac{6}{35}$$

(2) 求める確率は $P(\overline{A}\cap\overline{B})$ で表され，乗法定理を利用して

$$P(\overline{A}\cap\overline{B})=P(\overline{A})P_{\overline{A}}(\overline{B})=\frac{12}{15}\times\frac{11}{14}=\frac{22}{35}$$

(3) B が当たるという事象は，次の 2 つの事象の和事象である。

[1] A が当たり，B も当たる場合

その確率は　$P(A\cap B)=\dfrac{3}{15}\times\dfrac{2}{14}$

[2] A がはずれ，B が当たる場合

その確率は　$P(\overline{A}\cap B)=P(\overline{A})P_{\overline{A}}(B)=\dfrac{12}{15}\times\dfrac{3}{14}$

[1]，[2] は互いに排反であるから，B が当たる確率は

$$\frac{3}{15}\times\frac{2}{14}+\frac{12}{15}\times\frac{3}{14}=\frac{1}{5}$$

36 赤玉 5 個，白玉 7 個が入った袋の中から，もとに戻さないで 1 個ずつ 3 回取り出すとき，次の場合の確率を求めよ。

(1) 1 回目に赤玉，2 回目に白玉，3 回目に赤玉を取り出す。

(2) 3 回目に初めて赤玉を取り出す。

解答 (1) $\dfrac{7}{66}$　(2) $\dfrac{7}{44}$

(1) 求める確率は　$\dfrac{5}{12}\times\dfrac{7}{11}\times\dfrac{4}{10}=\dfrac{7}{66}$

(2) 1 回目，2 回目に白玉を取り出し，3 回目に赤玉を取り出す確率であるから

$$\frac{7}{12}\times\frac{6}{11}\times\frac{5}{10}=\frac{7}{44}$$

37 1 組のトランプ (ジョーカーを含めて 53 枚) がある。次のような確率を求めよ。ただし，引いたカードはもとに戻さない。

(1) 4 枚のカードを続けて引くと 4 枚ともハートであった。残りのカードから 1 枚ずつ 2 回引くとき，ダイヤが 2 枚出る確率

(2) カードを 1 枚ずつ引いていくとき，6 枚目にジョーカーが出る確率

解答 (1) $\dfrac{13}{196}$　(2) $\dfrac{1}{53}$

(1) 残りのカードは 49 枚で，この中にダイヤのカードは 13 枚含まれているから，求める確率は　$\dfrac{13}{49}\times\dfrac{12}{48}=\dfrac{13}{196}$

(2) 5 枚目まではジョーカー以外が出るから，求める確率は

$$\frac{52}{53}\times\frac{51}{52}\times\frac{50}{51}\times\frac{49}{50}\times\frac{48}{49}\times\frac{1}{48}=\frac{1}{53}$$

38 袋の中に赤玉 3 個，白玉 2 個が入っている。A がこの袋から 1 個取り出し，取り出した玉と同じ色の玉を 2 個追加して 3 個とも袋に戻す。次に，B がこの袋から 1 個取り出すとき，玉の色が赤である確率を求めよ。

解答 $\dfrac{3}{5}$

B が取り出す玉の色が赤であるという事象は，次の 2 つの事象の和事象である。

[1] A が取り出した玉が赤玉で，B が赤玉を取り出す場合

この場合の確率は　$\dfrac{3}{5}\times\dfrac{5}{7}$

[2] A が取り出した玉が白玉で，B が赤玉を取り出す場合

この場合の確率は　$\dfrac{2}{5}\times\dfrac{3}{7}$

[1]，[2] は互いに排反であるから，求める確率は

$$\frac{3}{5}\times\frac{5}{7}+\frac{2}{5}\times\frac{3}{7}=\frac{3}{5}$$

39 30 本のくじの中に当たりくじが 5 本入っている。このくじをもとに戻さないで続けて 3 本引くとき，次の確率を求めよ。

(1) 3 本目に当たりくじを引く確率　(2) 少なくとも 1 本当たりくじを引く確率

解答 (1) $\dfrac{1}{6}$　(2) $\dfrac{88}{203}$

(1) 3 本目に当たりくじを引くという事象は，次の 4 つの事象の和事象である。

[1] 1 本目，2 本目，3 本目ともに当たる場合

この場合の確率は　$\dfrac{5}{30}\times\dfrac{4}{29}\times\dfrac{3}{28}$

[2] 1 本目は当たり，2 本目ははずれ，3 本目が当たる場合

この場合の確率は　$\dfrac{5}{30}\times\dfrac{25}{29}\times\dfrac{4}{28}$

[3] 1 本目ははずれ，2 本目は当たり，3 本目が当たる場合

この場合の確率は　$\dfrac{25}{30}\times\dfrac{5}{29}\times\dfrac{4}{28}$

[4] 1 本目，2 本目ははずれ，3 本目が当たる場合

この場合の確率は　$\dfrac{25}{30}\times\dfrac{24}{29}\times\dfrac{5}{28}$

[1]～[4] は互いに排反であるから，求める確率は

$$\frac{5}{30}\times\frac{4}{29}\times\frac{3}{28}+\frac{5}{30}\times\frac{25}{29}\times\frac{4}{28}+\frac{25}{30}\times\frac{5}{29}\times\frac{4}{28}+\frac{25}{30}\times\frac{24}{29}\times\frac{5}{28}=\frac{203}{1218}=\frac{1}{6}$$

(2) 1 本目，2 本目，3 本目ともにはずれを引く確率は

$$\frac{25}{30}\times\frac{24}{29}\times\frac{23}{28}=\frac{115}{203}$$

よって，求める確率は　$1-\dfrac{115}{203}=\dfrac{88}{203}$

40 A の袋には白玉 4 個，黒玉 5 個，B の袋には白玉 3 個，黒玉 2 個が入っている。A の袋から同時に 2 個を取り出して B の袋に入れ，よく混ぜた後，B の袋から同時に 2 個を取り出して A の袋に入れる。このとき，A の袋の中の白玉，黒玉の数が初めと変わらない確率を求めよ。

解答 $\dfrac{10}{21}$

次の 3 つの場合がある。

[1] A から白玉 2 個，B から白玉 2 個を取り出す場合

[2] A から白玉 1 個と黒玉 1 個，B から白玉 1 個と黒玉 1 個を取り出す場合

[3] A から黒玉 2 個，B から黒玉 2 個を取り出す場合

それぞれの場合の確率は

[1] $\dfrac{{}_4C_2}{{}_9C_2}\times\dfrac{{}_5C_2}{{}_7C_2}=\dfrac{1}{6}\times\dfrac{10}{21}=\dfrac{5}{63}$

[2] $\dfrac{{}_4C_1\times{}_5C_1}{{}_9C_2}\times\dfrac{{}_4C_1\times{}_3C_1}{{}_7C_2}=\dfrac{5}{9}\times\dfrac{4}{7}=\dfrac{20}{63}$

[3] $\dfrac{{}_5C_2}{{}_9C_2}\times\dfrac{{}_4C_2}{{}_7C_2}=\dfrac{5}{18}\times\dfrac{2}{7}=\dfrac{5}{63}$

[1]，[2]，[3] は互いに排反であるから，求める確率は　$\dfrac{5}{63}+\dfrac{20}{63}+\dfrac{5}{63}=\dfrac{10}{21}$

41 白玉 6 個，赤玉 5 個が入った袋の中から，もとに戻さないで 1 個ずつ続けて 2 回玉を取り出す。2 回目の玉が赤であるとき，1 回目の玉が赤である確率を求めよ。

解答 $\dfrac{2}{5}$

1 回目の玉が赤であるという事象を A，2 回目の玉が赤であるという事象を B とすると，求める確率は　$P_B(A)$

$$P(A\cap B)=P(A)P_A(B)=\frac{5}{11}\times\frac{4}{10}=\frac{2}{11}$$

$$P(B)=P(A\cap B)+P(\overline{A}\cap B)=\frac{2}{11}+P(\overline{A})P_{\overline{A}}(B)$$

$$=\frac{2}{11}+\frac{6}{11}\times\frac{5}{10}=\frac{5}{11}$$

よって，求める確率は　$P_B(A)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}=\dfrac{2}{11}\div\dfrac{5}{11}=\dfrac{2}{5}$

42 ある品物を製造するとき，A 工場の製品には 5 %，B 工場の製品には 3 % の不合格品が含まれる。A 工場の製品 100 個と B 工場の製品 150 個を混ぜた中から取り出した 1 個の製品について，次の確率を求めよ。

(1) A 工場の不合格品である確率　(2) 不合格品である確率

(3) 不合格品であったとき，A 工場の製品である確率

解答 (1) $\dfrac{1}{50}$　(2) $\dfrac{19}{500}$　(3) $\dfrac{10}{19}$

取り出した製品が，A 工場の製品であるという事象を A，B 工場の製品であるという事象を B，不合格品であるという事象を E とすると

$$P(A)=\frac{100}{250}=\frac{2}{5},\ P(B)=\frac{150}{250}=\frac{3}{5},\ P_A(E)=\frac{5}{100},\ P_B(E)=\frac{3}{100}$$

(1) 求める確率は　$P(A\cap E)=P(A)P_A(E)=\dfrac{2}{5}\times\dfrac{5}{100}=\dfrac{1}{50}$

(2) 求める確率は

$$P(E)=P(A\cap E)+P(B\cap E)=\frac{1}{50}+P(B)P_B(E)$$

$$=\frac{1}{50}+\frac{3}{5}\times\frac{3}{100}=\frac{1}{50}+\frac{9}{500}=\frac{19}{500}$$

(3) 求めるのは，条件付き確率 $P_E(A)$ であるから

$$P_E(A)=\frac{P(A\cap E)}{P(E)}=\frac{1}{50}\div\frac{19}{500}=\frac{10}{19}$$

43 箱 A には白玉 3 個と赤玉 5 個，箱 B には白玉 2 個と赤玉 1 個と青玉 3 個が入っている。まず，任意に 1 つの箱を選び，次にその箱の中から玉を 1 個取り出すものとする。取り出された玉の色が白であったとき，それが箱 B から取り出された確率を求めよ。

解答 $\dfrac{8}{17}$

箱 A を選ぶ，箱 B を選ぶ，白玉を取り出すという事象を，それぞれ A，B，W とする。このとき，A と B は互いに排反である。

また，白玉を取り出す確率は

$$P(W)=P(A\cap W)+P(B\cap W)=P(A)P_A(W)+P(B)P_B(W)$$

$$=\frac{1}{2}\times\frac{3}{8}+\frac{1}{2}\times\frac{2}{6}=\frac{17}{48}$$

求めるのは，条件付き確率 $P_W(B)$ であるから

$$P_W(B)=\frac{P(B\cap W)}{P(W)}=\frac{1}{2}\times\frac{2}{6}\div\frac{17}{48}=\frac{8}{17}$$

$\boxed{44}$ 当たりが 4 本，はずれが 8 本あるくじから，4 本を同時に引くとき，4 本ともはずれる確率を求めよ。

解答 $\frac{14}{99}$

くじの取り出し方の総数は　${}_{12}C_4$ 通り

4 本ともはずれる場合の数は，8 本のはずれくじから 4 本を選ぶ場合の数に等しいから

${}_8C_4$ 通り

よって，求める確率は　$\frac{{}_8C_4}{{}_{12}C_4}=\frac{8\cdot7\cdot6\cdot5}{4\cdot3\cdot2\cdot1}\times\frac{4\cdot3\cdot2\cdot1}{12\cdot11\cdot10\cdot9}=\frac{14}{99}$

$\boxed{45}$ 赤玉 4 個，白玉 6 個の入った袋から同時に 4 個の玉を取り出すとき，次の場合の確率を求めよ。

(1)　取り出した 4 個の玉がすべて同じ色である。

(2)　赤玉と白玉がともに取り出される。

解答 (1) $\frac{8}{105}$　(2) $\frac{97}{105}$

(1) 「4 個の玉がすべて同じ色」という事象は，「4 個とも赤玉である」という事象 A，「4 個とも白玉である」という事象 B の和事象 $A\cup B$ である。

A，B は互いに排反であるから

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)=\frac{{}_4C_4}{{}_{10}C_4}+\frac{{}_6C_4}{{}_{10}C_4}=\frac{1}{210}+\frac{15}{210}=\frac{8}{105}$$

(2) 「赤玉と白玉がともに取り出される」という事象は，「取り出した 4 個の玉がすべて同じ色である」という事象の余事象である。

よって，求める確率は　$1-\frac{8}{105}=\frac{97}{105}$

$\boxed{46}$ 3 個のさいころを同時に投げるとき，次の場合の確率を求めよ。

(1)　出る目の最大値が 3 以下である。　(2)　出る目の最大値が 4 である。

解答 (1) $\frac{1}{8}$　(2) $\frac{37}{216}$

3 個のさいころの目の出方は　6^3 通り

(1)　出る目の最大値が 3 以下となるのは，3 個のさいころの目がすべて 3 以下のときであり，その場合の数は　3^3 通り

よって，求める確率は　$\frac{3^3}{6^3}=\frac{1}{8}$

(2)　最大値が 4 であるという事象は，最大値が 4 以下であるという事象から，最大値が 3 以下であるという事象を除いたものである。

出る目の最大値が 4 以下である確率は，(1) と同様に考えて　$\frac{4^3}{6^3}$

よって，求める確率は　$\frac{4^3}{6^3}-\frac{3^3}{6^3}=\frac{37}{216}$

$\boxed{47}$ 箱 A には当たり 2 本，はずれ 8 本の計 10 本のくじ，箱 B には当たり 3 本，はずれ 5 本の計 8 本のくじが入っている。箱 A，B から 1 本ずつくじを引くとき，当たりくじを 1 本だけ引く確率を求めよ。

解答 $\frac{17}{40}$

箱 A からくじを 1 本引く試行と，箱 B からくじを 1 本引く試行は独立である。

[1]　箱 A から当たりくじ，箱 B からはずれくじを引く確率は　$\frac{2}{10}\times\frac{5}{8}=\frac{10}{80}$

[2]　箱 A からはずれくじ，箱 B から当たりくじを引く確率は　$\frac{8}{10}\times\frac{3}{8}=\frac{24}{80}$

[1]，[2] は互いに排反であるから，求める確率は　$\frac{10}{80}+\frac{24}{80}=\frac{17}{40}$

$\boxed{48}$ 1 枚の硬貨を 6 回投げるとき，次の場合の確率を求めよ。

(1)　表がちょうど 3 回出る。　(2)　表が 5 回以上出る。

解答 (1) $\frac{5}{16}$　(2) $\frac{7}{64}$

1 枚の硬貨を 1 回投げるとき，表が出る確率は　$\frac{1}{2}$

(1)　${}_6C_3\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(1-\frac{1}{2}\right)^{6-3}=\frac{5}{16}$

(2)　[1]　表がちょうど 5 回出る確率は　${}_6C_5\left(\frac{1}{2}\right)^5\left(1-\frac{1}{2}\right)^{6-5}=\frac{6}{64}$ $\left(=\frac{3}{32}\right)$

[2]　表が 6 回出る確率は　$\left(\frac{1}{2}\right)^6=\frac{1}{64}$

[1]，[2] は互いに排反であるから，求める確率は　$\frac{6}{64}+\frac{1}{64}=\frac{7}{64}$

$\boxed{49}$ 数直線上を動く点 P が原点の位置にある。1 個のさいころを投げて，1 または 6 の目が出たときは P を負の方向に 1 だけ進め，それ以外の目が出たときは P を正の方向に 1 だけ進める。さいころを 4 回投げ終わったとき，P の座標が 2 となる確率を求めよ。

解答 $\frac{32}{81}$

4 回のうち，1 または 6 の目が r 回出るとすると，それ以外の目は $(4-r)$ 回出るから，P の座標が 2 となるのは $(-1)\cdot r+1\cdot(4-r)=2$ が成り立つときである。

これを解くと　$r=1$

よって，4 回のうち 1 または 6 の目がちょうど 1 回出るときである。

したがって，求める確率は　${}_4C_1\left(\frac{1}{3}\right)^1\left(1-\frac{1}{3}\right)^{4-1}=4\times\frac{1}{3}\times\left(\frac{2}{3}\right)^3=\frac{32}{81}$

$\boxed{50}$ 当たりくじが 4 本入った 9 本のくじがある。A，B の 2 人がこの順にくじを引くとき，次の確率を求めよ。ただし，引いたくじはもとに戻さない。

(1)　A が当たったとき B が当たる確率　(2)　A がはずれ，B が当たる確率

解答 (1) $\frac{3}{8}$　(2) $\frac{5}{18}$

A が当たるという事象を A，B が当たるという事象を B とする。

(1)　求める確率は　$P_A(B)=\frac{3}{8}$

(2)　求める確率は $P(\overline{A}\cap B)$ で表され，乗法定理を利用して

$$P(\overline{A}\cap B)=P(\overline{A})P_{\overline{A}}(B)=\frac{5}{9}\times\frac{4}{8}=\frac{5}{18}$$

$\boxed{51}$ 10 本のくじの中に当たりくじが 2 本入っている。このくじを A，B，C の 3 人がこの順に 1 本ずつ引くとき，C が当たる確率を求めよ。ただし，引いたくじはもとに戻さない。

解答 $\frac{1}{5}$

[1]　A が当たり，B がはずれ，C が当たる場合

[2]　A がはずれ，B が当たり，C が当たる場合

[3]　A がはずれ，B がはずれ，C が当たる場合

[1]，[2]，[3] の事象は互いに排反であるから，C が当たる確率は

$$\frac{2}{10}\times\frac{8}{9}\times\frac{1}{8}+\frac{8}{10}\times\frac{2}{9}\times\frac{1}{8}+\frac{8}{10}\times\frac{7}{9}\times\frac{2}{8}=\frac{9}{45}=\frac{1}{5}$$

$\boxed{52}$ 白玉 4 個，赤玉 2 個が入った袋の中から，もとに戻さないで 1 個ずつ続けて 2 回玉を取り出す。2 回目の玉が赤であるとき，1 回目の玉が赤である確率を求めよ。

解答 $\frac{1}{5}$

1 回目の玉が赤であるという事象を A，2 回目の玉が赤であるという事象を B とすると，求める確率は　$P_B(A)$

ここで　$P(A\cap B)=P(A)P_A(B)=\frac{2}{6}\times\frac{1}{5}=\frac{1}{15}$

$$P(B)=P(A\cap B)+P(\overline{A}\cap B)$$
$$=\frac{1}{15}+P(\overline{A})P_{\overline{A}}(B)=\frac{1}{15}+\frac{4}{6}\times\frac{2}{5}=\frac{1}{3}$$

よって，求める確率は

$$P_B(A)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{1}{15}\div\frac{1}{3}=\frac{1}{5}$$