

頂点の座標クイズ(文字)

1 a は定数とする。次の2次関数のグラフの頂点を求めよ。 $y=x^2-2ax+a^2+1$

解答 $(a, 1)$

解説

この関数の式を変形すると

$$y=x^2-2ax+a^2+1=(x-a)^2-a^2+a^2+1=(x-a)^2+1$$

よって頂点は $(a, 1)$

2 a は定数とする。次の2次関数のグラフの頂点を求めよ。 $y=2x^2-4ax+2a^2$

解答 $(a, 0)$

解説

この関数の式を変形すると

$$\begin{aligned}y&=2x^2-4ax+2a^2=2(x^2-2ax)+2a^2\\&=2[(x-a)^2-a^2]+2a^2=2(x-a)^2-2a^2+2a^2=2(x-a)^2\end{aligned}$$

よって頂点は $(a, 0)$

3 a は定数とする。次の2次関数のグラフの頂点を求めよ。 $y=-x^2+2ax+1$

解答 (a, a^2+1)

解説

この関数の式を変形すると

$$\begin{aligned}y&=-x^2+2ax+1=-(x^2-2ax)+1\\&=-[(x-a)^2-a^2]+1=-(x-a)^2+a^2+1\end{aligned}$$

よって頂点 (a, a^2+1)

4 a は定数とする。次の2次関数のグラフの頂点を求めよ。 $y=x^2-2ax+2a^2$

解答 (a, a^2)

解説

関数の式を変形すると

$$y=x^2-2ax+2a^2=(x-a)^2-a^2+2a^2=(x-a)^2+a^2$$

よって頂点 (a, a^2)

5 a は定数とする。次の2次関数のグラフの頂点を求めよ。 $y=-x^2+4ax-a$

解答 $(2a, 4a^2-a)$

解説

この関数の式を変形すると

$$\begin{aligned}y&=-x^2+4ax-a=-(x^2-4ax)-a\\&=-[(x-2a)^2-(2a)^2]-a=-(x-2a)^2+4a^2-a\end{aligned}$$

よって頂点 $(2a, 4a^2-a)$

6 a は定数とする。次の2次関数のグラフの頂点を求めよ。 $y=x^2-2ax$

解答 $(a, -a^2)$

解説

この関数の式を変形すると

$$y=x^2-2ax=(x-a)^2-a^2$$

よって頂点 $(a, -a^2)$

7 a は定数とする。次の2次関数のグラフの頂点を求めよ。 $y=2x^2+4ax+3a$

解答 $(-a, -2a^2+3a)$

解説

この関数の式を変形すると

$$\begin{aligned}y&=2x^2+4ax+3a=2(x^2+2ax)+3a\\&=2[(x+a)^2-a^2]+3a=2(x+a)^2-2a^2+3a\end{aligned}$$

よって頂点 $(-a, -2a^2+3a)$

8 a は定数とする。次の2次関数のグラフの頂点を求めよ。 $y=x^2-ax+a$

解答 $\left(\frac{1}{2}a, -\frac{1}{4}a^2+a\right)$

解説

この関数の式を変形すると

$$y=x^2-ax+a=\left(x-\frac{a}{2}\right)^2-\left(\frac{a}{2}\right)^2+a=\left(x-\frac{1}{2}a\right)^2-\frac{1}{4}a^2+a$$

よって頂点 $\left(\frac{1}{2}a, -\frac{1}{4}a^2+a\right)$

9 a は定数とする。次の2次関数のグラフの頂点を求めよ。 $y=2x^2-2ax+a$

解答 $\left(\frac{1}{2}a, -\frac{1}{2}a^2+a\right)$

解説

この関数の式を変形すると

$$\begin{aligned}y&=2x^2-2ax+a=2(x^2-ax)+a\\&=2\left[\left(x-\frac{a}{2}\right)^2-\left(\frac{a}{2}\right)^2\right]+a=2\left(x-\frac{1}{2}a\right)-2\times\frac{a^2}{4}+a=2\left(x-\frac{1}{2}a\right)^2-\frac{1}{2}a^2+a\end{aligned}$$

よって頂点 $\left(\frac{1}{2}a, -\frac{1}{2}a^2+a\right)$

10 a は定数とする。次の2次関数のグラフの頂点を求めよ。 $y=2x^2+ax+a$

解答 $\left(-\frac{1}{4}a, -\frac{1}{8}a^2+a\right)$

解説

この関数の式を変形すると

$$\begin{aligned}y&=2x^2+ax+a=2\left(x^2+\frac{a}{2}x\right)+a\\&=2\left[\left(x+\frac{a}{4}\right)^2-\left(\frac{a}{4}\right)^2\right]+a=2\left(x+\frac{1}{4}a\right)^2-2\times\frac{a^2}{16}+a=2\left(x+\frac{1}{4}a\right)^2-\frac{1}{8}a^2+a\end{aligned}$$

よって頂点 $\left(-\frac{1}{4}a, -\frac{1}{8}a^2+a\right)$

11 a は定数とする。次の2次関数のグラフの頂点を求めよ。 $y=-x^2-ax+a$

解答 $\left(-\frac{1}{2}a, \frac{1}{4}a^2+a\right)$

解説

$$y=-x^2-ax+a=-(x^2+ax)+a$$

$$=-\left[\left(x+\frac{a}{2}\right)^2-\left(\frac{a}{2}\right)^2\right]+a=-\left(x+\frac{1}{2}a\right)^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2+a=-\left(x+\frac{1}{2}a\right)^2+\frac{1}{4}a^2+a$$

よって頂点 $\left(-\frac{1}{2}a, \frac{1}{4}a^2+a\right)$

12 a は定数とする。次の2次関数のグラフの頂点を求めよ。 $y=-x^2+ax-a$

解答 $\left(\frac{1}{2}a, \frac{1}{4}a^2-a\right)$

解説

この関数の式を変形すると

$$\begin{aligned}y&=-x^2+ax-a=-(x^2-ax)-a\\&=-\left[\left(x-\frac{a}{2}\right)^2-\left(\frac{a}{2}\right)^2\right]-a=-\left(x-\frac{1}{2}a\right)^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2-a=-\left(x-\frac{1}{2}a\right)^2+\frac{1}{4}a^2-a\end{aligned}$$

よって頂点 $\left(\frac{1}{2}a, \frac{1}{4}a^2-a\right)$

13 a は定数とする。次の2次関数のグラフの頂点を求めよ。 $y=\frac{1}{2}x^2-ax+a$

解答 $\left(a, -\frac{1}{2}a^2+a\right)$

解説

この関数の式を変形すると

$$\begin{aligned}y&=\frac{1}{2}x^2-ax+a=\frac{1}{2}(x^2-2ax)+a\\&=\frac{1}{2}[(x-a)^2-a^2]+a=\frac{1}{2}(x-a)^2-\frac{1}{2}\times a^2+a=\frac{1}{2}(x-a)^2-\frac{1}{2}a^2+a\end{aligned}$$

よって頂点 $\left(a, -\frac{1}{2}a^2+a\right)$

14 a は定数とする。次の2次関数のグラフの頂点を求めよ。 $y=\frac{2}{3}x^2-2ax+a$

解答 $\left(\frac{3}{2}a, -\frac{3}{2}a^2+a\right)$

解説

この関数の式を変形すると

$$\begin{aligned}y&=\frac{2}{3}x^2-2ax+a=\frac{2}{3}(x^2-3ax)+a\\&=\frac{2}{3}\left[\left(x-\frac{3}{2}a\right)^2-\left(\frac{3}{2}a\right)^2\right]+a=\frac{2}{3}\left(x-\frac{3}{2}a\right)^2-\frac{2}{3}\times\frac{9}{4}a^2+a\\&=\frac{2}{3}\left(x-\frac{3}{2}a\right)^2-\frac{3}{2}a^2+a\end{aligned}$$

よって頂点 $\left(\frac{3}{2}a, -\frac{3}{2}a^2+a\right)$

15 a は定数とする。次の2次関数のグラフの頂点を求めよ。 $y = -\frac{1}{4}x^2 - ax + 3a^2$

【解答】 $(-2a, 4a^2)$

【解説】

この関数の式を変形すると

$$\begin{aligned} y &= -\frac{1}{4}x^2 - ax + 3a^2 = -\frac{1}{4}(x^2 + 4ax) + 3a^2 \\ &= -\frac{1}{4}\{(x+2a)^2 - (2a)^2\} + 3a^2 = -\frac{1}{4}(x+2a)^2 + \frac{1}{4} \times 4a^2 + 3a^2 \\ &= -\frac{1}{4}(x+2a)^2 + a^2 + 3a^2 = -\frac{1}{4}(x+2a)^2 + 4a^2 \end{aligned}$$

よって頂点 $(-2a, 4a^2)$

16 a は定数とする。次の2次関数のグラフの頂点を求めよ。 $y = x^2 - 2(a+1)x + a^2 + 1$

【解答】 $(a+1, -2a)$

【解説】

この関数の式を変形すると

$$\begin{aligned} y &= x^2 - 2(a+1)x + a^2 + 1 = \{x - (a+1)\}^2 - (a+1)^2 + a^2 + 1 \\ &= \{x - (a+1)\}^2 - (a^2 + 2a + 1) + a^2 + 1 \\ &= \{x - (a+1)\}^2 - a^2 - 2a - 1 + a^2 + 1 = \{x - (a+1)\}^2 - 2a \end{aligned}$$

よって頂点 $(a+1, -2a)$

17 a は定数とする。次の2次関数のグラフの頂点を求めよ。

$$y = -x^2 + 2(a-1)x - 6a^2 + 12a - 1$$

【解答】 $(a-1, -5a^2 + 10a)$

【解説】

$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 2(a-1)x - 6a^2 + 12a - 1 \\ &= -\{x^2 - 2(a-1)x\} - 6a^2 + 12a - 1 \\ &= -\{x^2 - 2(a-1)x + (a-1)^2 - (a-1)^2\} - 6a^2 + 12a - 1 \\ &= -\{x - (a-1)\}^2 + (a-1)^2 - 6a^2 + 12a - 1 \\ &= -\{x - (a-1)\}^2 - 5a^2 + 10a \end{aligned}$$

よって頂点 $(a-1, -5a^2 + 10a)$

18 a は定数とする。次の2次関数のグラフの頂点を求めよ。 $y = x^2 + (2a-2)x + a^2$

【解答】 $(-a+1, 2a-1)$

【解説】

関数の式を変形すると

$$\begin{aligned} y &= x^2 + (2a-2)x + a^2 = x^2 + 2(a-1)x + a^2 \\ &= \{x + (a-1)\}^2 - (a-1)^2 + a^2 \\ &= \{x + (a-1)\}^2 - (a^2 - 2a + 1) + a^2 \\ &= \{x + (a-1)\}^2 - a^2 + 2a - 1 + a^2 = \{x + (a-1)\}^2 + 2a - 1 \end{aligned}$$

よって 頂点 $(-a+1, 2a-1)$

19 a は定数とする。次の2次関数のグラフの頂点を求めよ。 $y = ax^2 + 4ax + a^2 + 1$

【解答】 $(-2, a^2 - 4a + 1)$

【解説】

$$\begin{aligned} y &= ax^2 + 4ax + a^2 + 1 \\ &= a(x^2 + 4x) + a^2 + 1 = a\{(x+2)^2 - 2^2\} + a^2 + 1 = a(x+2)^2 - a \times 2^2 + a^2 + 1 \\ &= a(x+2)^2 + a^2 - 4a + 1 \end{aligned}$$

よって 頂点 $(-2, a^2 - 4a + 1)$

20 次の2次関数の頂点を求めよ。ただし a は定数とする。

- | | |
|-----------------------------------|--------------------------------------|
| (1) $y = x^2 - 2ax - a^2 + 2a$ | (2) $y = -x^2 + 2ax - a^2 + a + 3$ |
| (3) $y = x^2 - 2ax - 2x - 2a + 6$ | (4) $y = ax^2 - 3ax + 2a + 1$ |
| (5) $y = ax^2 - 4a^2x + 3a + 1$ | (6) $y = x^2 - (a+1)x + a^2 + a - 1$ |

【解答】 (1) $(a, -2a^2 + 2a)$ (2) $(a, a + 3)$

(3) $(a+1, -a^2 - 4a + 5)$ (4) $(\frac{3}{2}, -\frac{1}{4}a + 1)$

(5) $(2a, -4a^3 + 3a + 1)$ (6) $(\frac{a+1}{2}, \frac{3a^2 + 2a - 5}{4})$

【解説】

- (1) $y = x^2 - 2ax - a^2 + 2a = (x-a)^2 - a^2 - a^2 + 2a = (x-a)^2 - 2a^2 + 2a$
よって 頂点 $(a, -2a^2 + 2a)$
- (2) $y = -x^2 + 2ax - a^2 + a + 3 = -(x^2 - 2ax) - a^2 + a + 3$
 $= -\{(x-a)^2 - a^2\} - a^2 + a + 3$
 $= -(x-a)^2 + a^2 - a^2 + a + 3 = -(x-a)^2 + a + 3$
よって頂点 $(a, a + 3)$
- (3) $y = x^2 - 2ax - 2x - 2a + 6 = x^2 + (-2a-2)x - 2a + 6 = x^2 - 2(a+1)x - 2a + 6$
 $= \{x - (a+1)\}^2 - (a+1)^2 - 2a + 6$
 $= \{x - (a+1)\}^2 - (a^2 + 2a + 1) - 2a + 6$
 $= \{x - (a+1)\}^2 - a^2 - 2a - 1 - 2a + 6$
 $= \{x - (a+1)\}^2 - a^2 - 4a + 5$

よって頂点 $(a+1, -a^2 - 4a + 5)$

【注意】 $x^2 - 2ax - 2x - 2a + 6 = (x-a)^2 - 2a^2 - 2x - 2a + 6$ は平方完成ではない
括弧の外に x が残ってはいけません。

(4) $y = ax^2 - 3ax + 2a + 1 = a(x^2 - 3x) + 2a + 1 = a\left\{\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2\right\} + 2a + 1$
 $= a\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4}a + 2a + 1 = a\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}a + 1$

よって頂点 $(\frac{3}{2}, -\frac{1}{4}a + 1)$

(5) $y = ax^2 - 4a^2x + 3a + 1 = a(x^2 - 4ax) + 3a + 1 = a\{(x-2a)^2 - (2a)^2\} + 3a + 1$
 $= a\{(x-2a)^2 - 4a^2\} + 3a + 1$
 $= a(x-2a)^2 - 4a^3 + 3a + 1$

よって頂点 $(2a, -4a^3 + 3a + 1)$

(6) $y = x^2 - (a+1)x + a^2 + a - 1 = \left(x - \frac{a+1}{2}\right)^2 - \left(\frac{a+1}{2}\right)^2 + a^2 + a - 1$ (通分する)
 $= \left(x - \frac{a+1}{2}\right)^2 - \frac{(a+1)^2}{4} + \frac{4a^2 + 4a - 4}{4}$

$$\begin{aligned} &= \left(x - \frac{a+1}{2}\right)^2 - \frac{a^2 + 2a + 1}{4} + \frac{4a^2 + 4a - 4}{4} \\ &= \left(x - \frac{a+1}{2}\right)^2 + \frac{-a^2 - 2a - 1 + 4a^2 + 4a - 4}{4} \\ &= \left(x - \frac{a+1}{2}\right)^2 + \frac{3a^2 + 2a - 5}{4} \end{aligned}$$

よって頂点 $(\frac{a+1}{2}, \frac{3a^2 + 2a - 5}{4})$

【参考】 答えは $\left(x - \frac{1}{2}a - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}a^2 + \frac{1}{2}a - \frac{5}{4}$ となっていてよい

21 次の2次関数の頂点を求めよ。ただし a は定数とする。 $y = x^2 - ax + a^2 + 1$

【解答】 $(\frac{1}{2}a, \frac{3}{4}a^2 + 1)$

【解説】

この関数の式を変形すると

$$\begin{aligned} y &= x^2 - ax + a^2 + 1 = \left(x - \frac{1}{2}a\right)^2 - \left(\frac{1}{2}a\right)^2 + a^2 + 1 \\ &= \left(x - \frac{1}{2}a\right)^2 - \frac{1}{4}a^2 + a^2 + 1 = \left(x - \frac{1}{2}a\right)^2 + \frac{3}{4}a^2 + 1 \end{aligned}$$

よって頂点は $(\frac{1}{2}a, \frac{3}{4}a^2 + 1)$

22 次の2次関数の頂点を求めよ。ただし a は定数とする。

- | | |
|-------------------------------------|-----------------------------------|
| (1) $y = 2x^2 + 2ax - 2a + 6$ | (2) $y = 2x^2 - 4ax + 2$ |
| (3) $y = 3x^2 - (3a-6)x + 3$ | (4) $y = 2x^2 + \frac{ax}{2} + x$ |
| (5) $y = -2x^2 + \frac{2}{3}ax + a$ | (6) $y = 2x^2 + 2ax + x$ |

【解答】 (1) $(-\frac{1}{2}a, -\frac{1}{2}a^2 - 2a + 6)$ (2) $(a, -2a^2 + 2)$

(3) $(\frac{a-2}{2}, -\frac{3a^2 + 12a}{4})$

(4) $(-\frac{a+2}{8}, -\frac{a^2 + 4a + 4}{32})$ (5) $(\frac{1}{6}a, \frac{1}{18}a^2 + a)$

(6) $(-\frac{2a+1}{4}, -\frac{4a^2 + 4a + 1}{8})$

【解説】

(1) $y = 2x^2 + 2ax - 2a + 6 = 2(x^2 + ax) - 2a + 6$
 $= 2\left\{\left(x + \frac{1}{2}a\right)^2 - \left(\frac{1}{2}a\right)^2\right\} - 2a + 6$
 $= 2\left(x + \frac{1}{2}a\right)^2 - 2 \times \left(\frac{1}{2}a\right)^2 - 2a + 6$
 $= 2\left(x + \frac{1}{2}a\right)^2 - 2 \times \frac{1}{4}a^2 - 2a + 6 = 2\left(x + \frac{1}{2}a\right)^2 - \frac{1}{2}a^2 - 2a + 6$

よって頂点 $(-\frac{1}{2}a, -\frac{1}{2}a^2 - 2a + 6)$

(2) $y = 2x^2 - 4ax + 2$
 $= 2(x^2 - 2ax) + 2$
 $= 2\{(x-a)^2 - a^2\} + 2$
 $= 2(x-a)^2 - 2a^2 + 2$ より頂点 $(a, -2a^2 + 2)$

$$\begin{aligned}
(3) \quad y &= 3x^2 - (3a-6)x + 3 = 3x^2 - 3(a-2)x + 3 \\
&= 3\left\{x^2 - (a-2)x\right\} + 3 \\
&= 3\left\{\left(x - \frac{a-2}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-2}{2}\right)^2\right\} + 3 \\
&= 3\left(x - \frac{a-2}{2}\right)^2 - 3 \times \frac{(a-2)^2}{4} + 3 \\
&= 3\left(x - \frac{a-2}{2}\right)^2 - \frac{3(a^2-4a+4)}{4} + 3 \\
&= 3\left(x - \frac{a-2}{2}\right)^2 + \frac{-3(a^2-4a+4)+12}{4} \\
&= 3\left(x - \frac{a-2}{2}\right)^2 + \frac{-3a^2+12a-12+12}{4} \\
&= 3\left(x - \frac{a-2}{2}\right)^2 + \frac{-3a^2+12a}{4}
\end{aligned}$$

よって頂点 $\left(\frac{a-2}{2}, \frac{-3a^2+12a}{4}\right)$

$$\begin{aligned}
(4) \quad y &= 2x^2 + \frac{ax}{2} + x \\
&= 2x^2 + \left(\frac{a}{2} + 1\right)x \\
&= 2x^2 + \frac{a+2}{2}x \\
&= 2\left(x^2 + \frac{a+2}{4}x\right) \\
&= 2\left\{\left(x + \frac{a+2}{8}\right)^2 - \left(\frac{a+2}{8}\right)^2\right\} \\
&= 2\left(x + \frac{a+2}{8}\right)^2 - 2 \times \left(\frac{a+2}{8}\right)^2 \\
&= 2\left(x + \frac{a+2}{8}\right)^2 - 2 \times \frac{(a+2)^2}{64} \\
&= 2\left(x + \frac{a+2}{8}\right)^2 - \frac{1}{32}(a^2+4a+4) = 2\left(x + \frac{a+2}{8}\right)^2 - \frac{a^2+4a+4}{32}
\end{aligned}$$

よって頂点 $\left(-\frac{a+2}{8}, -\frac{a^2+4a+4}{32}\right)$

$$\begin{aligned}
(5) \quad y &= -2x^2 + \frac{2}{3}ax + a \\
&= -2\left(x^2 - \frac{1}{3}ax\right) + a \\
&= -2\left\{\left(x - \frac{1}{6}a\right)^2 - \left(\frac{1}{6}a\right)^2\right\} + a \\
&= -2\left(x - \frac{1}{6}a\right)^2 + 2 \cdot \left(\frac{1}{6}a\right)^2 + a = -2\left(x - \frac{1}{6}a\right)^2 + \frac{1}{18}a^2 + a
\end{aligned}$$

よって頂点 $\left(\frac{1}{6}a, \frac{1}{18}a^2 + a\right)$

$$\begin{aligned}
(6) \quad y &= 2x^2 + 2ax + x \\
&= 2x^2 + (2a+1)x \\
&= 2\left(x^2 + \frac{2a+1}{2}x\right) \\
&= 2\left\{\left(x + \frac{2a+1}{4}\right)^2 - \left(\frac{2a+1}{4}\right)^2\right\} \\
&= 2\left(x + \frac{2a+1}{4}\right)^2 - 2 \times \left(\frac{2a+1}{4}\right)^2 \\
&= 2\left(x + \frac{2a+1}{4}\right)^2 - 2 \times \frac{4a^2+4a+1}{16} = 2\left(x + \frac{2a+1}{4}\right)^2 - \frac{4a^2+4a+1}{8}
\end{aligned}$$

よって 頂点 $\left(-\frac{2a+1}{4}, -\frac{4a^2+4a+1}{8}\right)$

23 次の2次関数の頂点を求めよ。ただし a は定数とする。

$$\begin{aligned}
(1) \quad y &= ax^2 + 2x + a & (2) \quad y &= 2ax^2 - 4x + 1 \\
(3) \quad y &= -x^2 - ax - a - 3 & (4) \quad y &= -4x^2 - 4ax - 4a
\end{aligned}$$

(解答) (1) $\left(-\frac{1}{a}, a - \frac{1}{a}\right)$ (2) $\left(\frac{1}{a}, 1 - \frac{2}{a}\right)$
(3) $\left(-\frac{1}{2}a, \frac{1}{4}a^2 - a - 3\right)$ (4) $\left(-\frac{1}{2}a, a^2 - 4a\right)$

解説

$$\begin{aligned}
(1) \quad y &= ax^2 + 2x + a \\
&= a\left(x^2 + \frac{2}{a}x\right) + a \\
&= a\left\{\left(x + \frac{1}{a}\right)^2 - \left(\frac{1}{a}\right)^2\right\} + a \\
&= a\left(x + \frac{1}{a}\right)^2 - a \times \left(\frac{1}{a}\right)^2 + a \\
&= a\left(x + \frac{1}{a}\right)^2 - a \times \frac{1}{a^2} + a = a\left(x + \frac{1}{a}\right)^2 - \frac{1}{a} + a
\end{aligned}$$

よって頂点 $\left(-\frac{1}{a}, a - \frac{1}{a}\right)$

$$\begin{aligned}
(2) \quad y &= 2ax^2 - 4x + 1 \\
&= 2a\left(x^2 - \frac{2}{a}x\right) + 1 \\
&= 2a\left\{\left(x - \frac{1}{a}\right)^2 - \left(\frac{1}{a}\right)^2\right\} + 1 \\
&= 2a\left\{\left(x - \frac{1}{a}\right)^2 - \left(\frac{1}{a}\right)^2\right\} + 1 \\
&= 2a\left(x - \frac{1}{a}\right)^2 - 2a \times \left(\frac{1}{a}\right)^2 + 1 \\
&= 2a\left(x - \frac{1}{a}\right)^2 - 2a \times \frac{1}{a^2} + 1 = 2a\left(x - \frac{1}{a}\right)^2 - \frac{2}{a} + 1
\end{aligned}$$

よって頂点 $\left(\frac{1}{a}, 1 - \frac{2}{a}\right)$

$$\begin{aligned}
(3) \quad y &= -x^2 - ax - a - 3 \\
&= -(x^2 + ax) - a - 3 \\
&= -\left\{\left(x + \frac{1}{2}a\right)^2 - \left(\frac{1}{2}a\right)^2\right\} - a - 3 \\
&= -\left(x + \frac{1}{2}a\right)^2 + \left(\frac{1}{2}a\right)^2 - a - 3 = -\left(x + \frac{1}{2}a\right)^2 + \frac{1}{4}a^2 - a - 3
\end{aligned}$$

よって頂点 $\left(-\frac{1}{2}a, \frac{1}{4}a^2 - a - 3\right)$

$$\begin{aligned}
(4) \quad y &= -4x^2 - 4ax - 4a \\
&= -4(x^2 + ax) - 4a \\
&= -4\left\{\left(x + \frac{1}{2}a\right)^2 - \left(\frac{1}{2}a\right)^2\right\} - 4a \\
&= -4\left(x + \frac{1}{2}a\right)^2 + 4 \times \left(\frac{1}{2}a\right)^2 - 4a \\
&= -4\left(x + \frac{1}{2}a\right)^2 + 4 \times \frac{1}{4}a^2 - 4a = -4\left(x + \frac{1}{2}a\right)^2 + a^2 - 4a
\end{aligned}$$

よって頂点 $\left(-\frac{1}{2}a, a^2 - 4a\right)$