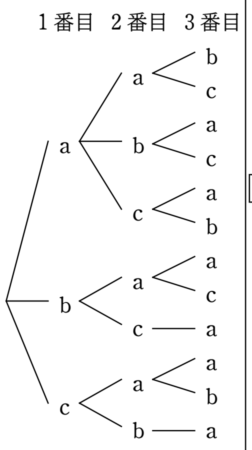
場合の数クイズ

1 4 個の文字 a，a，b，c から，3 個を選んで 1 列に並べる場合をすべて求めよ。

解答　12 通り

解説

3 個の文字の列の 1 番目，2 番目，3 番目として，どの文字を選ぶかを考えて，文字の並べ方のすべての場合を樹形図で表すと，右のようになる。



よって，すべての場合は，次の 12 通りである。

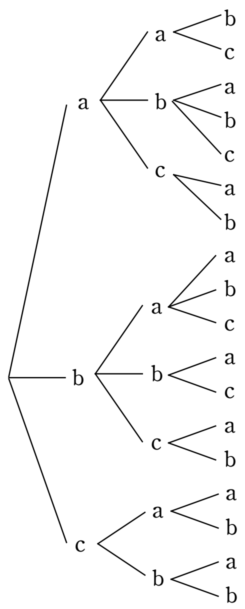
aab，aac，aba，abc，aca，acb，
baa，bac，bca，
caa，cab，cba

2 5 個の文字 a，a，b，b，c から，3 個を選んで 1 列に並べる方法は，何通りあるか。

解答　18 通り

解説

a，a，b，b，c の 5 文字から 3 文字を選んで 1 列に並べる方法を樹形図で表すと，右のようになる。



よって，すべての場合は

aab，aac，aba，abb，
abc，aca，acb，baa，
bab，bac，bba，bbc，
bca，bcb，caa，cab，
cba，cbb

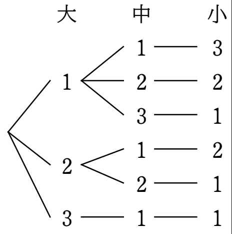
ゆえに，求める方法は 18 通りである。

3 大中小 3 個のさいころを投げるとき，目の和が 5 になる場合は何通りあるか。

解答　6 通り

解説

大中小のさいころの順に目の数を並べて，目の和が 5 になるすべての場合を樹形図で表すと，右のようになる。



よって，求める場合は

1 1 3，1 2 2，1 3 1，2 1 2，2 2 1，3 1 1

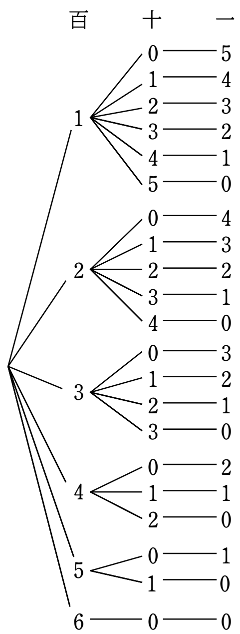
の 6 通りである。

4 3 桁の自然数のうち，各位の数の和が 6 になる数は何個あるか。

解答　21 個

解説

百，十，一の位の数字を並べて，各位の数の和が 6 になるすべての場合を樹形図で表すと，右のようになる。



よって，求める数は

105，114，123，132，141，150，204，213，
222，231，240，303，312，321，330，402，
411，420，501，510，600

の 21 個である。

5 大小 2 個のさいころを投げるとき，目の和が 5 の倍数になる場合は，何通りあるか。

解答　7 通り

解説

大小 2 個のさいころを投げるとき，目の和が 5 の倍数になるのは，5 または 10 のときである。大きいさいころの目が m，小さいさいころの目が n であることを $(m,\ n)$ で表すと，目の和が

5 のときは，$(1,\ 4)$，$(2,\ 3)$，$(3,\ 2)$，$(4,\ 1)$ の 4 通り
10 のときは，$(4,\ 6)$，$(5,\ 5)$，$(6,\ 4)$ の 3 通り

ある。

目の和が同時に 5 と 10 になることはないから，和の法則により

$4+3=7$　　答　7 通り

6 大小 2 個のさいころを投げるとき，目の和が 4 の倍数になる場合は，何通りあるか。

解答　9 通り

解説

大小 2 個のさいころを投げるとき，目の和が 4 の倍数になるのは，4，8，12 のときである。大きいさいころの目が m，小さいさいころの目が n であることを $(m,\ n)$ で表すと，目の和が

4 のときは　$(1,\ 3)$，$(2,\ 2)$，$(3,\ 1)$ の 3 通り
8 のときは　$(2,\ 6)$，$(3,\ 5)$，$(4,\ 4)$，$(5,\ 3)$，$(6,\ 2)$ の 5 通り
12 のときは　$(6,\ 6)$ の 1 通り

ある。

目の和が同時に 4 と 8，8 と 12，12 と 4 になることはないから，和の法則により

$3+5+1=9$　　答　9 通り

7 大小 2 個のさいころを投げるとき，目の和が 10 以上の数になる場合は，何通りあるか。

解答　6 通り

解説

大小 2 個のさいころを投げるとき，目の和が 10 以上になるのは，10，11，12 のときである。大きいさいころの目が m，小さいさいころの目が n であることを $(m,\ n)$ で表すと，目の和が

10 のときは　$(4,\ 6)$，$(5,\ 5)$，$(6,\ 4)$ の 3 通り
11 のときは　$(5,\ 6)$，$(6,\ 5)$ の 2 通り
12 のときは　$(6,\ 6)$ の 1 通り

ある。

目の和が同時に 10 と 11，11 と 12，12 と 10 になることはないから，和の法則により

$3+2+1=6$　　答　6 通り

8 7 種類のケーキと 5 種類の飲み物の中から，それぞれ 1 種類ずつ選んで，ケーキと飲み物の組を作る方法は何通りあるか。

解答　35 通り

解説

ケーキの選び方は 7 通りあり，そのおのおのに対して，飲み物の選び方は 5 通りあるから，ケーキと飲み物をそれぞれ 1 種類ずつ選んで組を作る方法の数は，積の法則により

$7\times5=35$　　答　35 通り

9 大中小 3 個のさいころを投げるとき，目の出方は何通りあるか。

解答　216 通り

解説

大中小 3 個のさいころの目の出方は，それぞれ 6 通りあるから，大のさいころを投げて出た 6 通りの目のおのおのに対して，中のさいころの目の出方は，それぞれ 6 通りあり，大，中の目のペアのおのおのに対して，小のさいころの目の出方は，それぞれ 6 通りある。

よって，積の法則により

$6\times6\times6=216$　　答　216 通り

10 大中小 3 個のさいころを投げるとき，すべての目が偶数である場合は何通りあるか。

解答　27 通り

解説

大中小 3 個のさいころの偶数の目の出方は，それぞれ 3 通りあるから，大のさいころを投げて出た 3 通りの目のおのおのに対して，中のさいころの目の出方は，それぞれ 3 通りあり，大，中の目のペアのおのおのに対して，小のさいころの目の出方は，それぞれ 3 通りある。

よって，積の法則により

$3\times3\times3=27$　　答　27 通り

11 次の式を展開すると，項は何個できるか。

(1)　$(a+b+c+d)(x+y+z)$　　(2)　$(a+b)(p+q+r)(x+y)$

解答　(1)　12 個　　(2)　12 個

解説

(1)　a，b，c，d の中から 1 つの文字を選ぶ方法は 4 通りあり，そのおのおのに対して，x，y，z の中から 1 つの文字を選ぶ方法は 3 通りある。

よって，展開した式の項の個数は，積の法則により

$4\times3=12$　　答　12 個

(2)　a，b の中から 1 つの文字を選ぶ方法は 2 通りあり，そのおのおのに対して，p，q，r の中から 1 つの文字を選ぶ方法は 3 通りある。

また，$(a+b)(p+q+r)$ を展開して得られる各項に対して，x，y の中から 1 つの文字を選ぶ方法は 2 通りある。

よって，展開した式の項の個数は，積の法則により

$2\times3\times2=12$　　答　12 個

12 大小 2 個のさいころを投げるとき，次のようになる場合は何通りあるか。

(1)　目の積が奇数　　(2)　目の積が偶数　　(3)　目の和が偶数

解答　(1)　9 通り　　(2)　27 通り　　(3)　18 通り

解説

(1)　大小とも奇数の目であればよいから，求める場合の数は，積の法則により

$3\times3=9$　　答　9 通り

(2)　さいころの目の出方の総数は

$6\times6=36$

目の積が偶数になるのは，少なくとも一方が偶数のときである。よって，求める場合の数は，全体の場合の数から，両方の目が奇数である場合の数を引けばよい。

ゆえに　$36-9=27$　　答　27 通り

(3)　目の和が偶数になるのは，次の [1]，[2] のいずれかの場合であり，この 2 つの場合は同時には起こらない。

[1]　両方の目が偶数

その場合の数は，積の法則により　　$3\times3=9$

[2]　両方の目が奇数

その場合の数は，積の法則により　　$3\times3=9$

よって，求める場合の数は，和の法則により

$9+9=18$　　答　18 通り

別解　(2)　目の積が偶数になるのは，次の 3 つの場合であり，これらは，どの 2 つも同時には起こらない。

[1]　両方とも偶数の目が出るとき，その場合の数は，積の法則により

$3\times3=9$

[2]　大のさいころが偶数，小のさいころが奇数のとき，[1] と同様にして

$3\times3=9$

[3]　大のさいころが奇数，小のさいころが偶数のとき，[1] と同様にして

$3\times3=9$

[1]，[2]，[3] から，求める場合の数は，和の法則により

$9+9+9=27$　　答　27 通り

13 A 市と B 市の間には 4 本，B 市と C 市の間には 2 本，C 市と D 市の間には 3 本の道がそれぞれある。A 市から B 市，C 市を経由して D 市へ行く方法は何通りあるか。[10 点]

解答　A 市から B 市までは 4 本，B 市から C 市までは 2 本，C 市から D 市までは 3 本の道があるから，A 市から D 市までは，積の法則により　$4\times2\times3=24$ (通り)

解説

A 市から B 市までは 4 本，B 市から C 市までは 2 本，C 市から D 市までは 3 本の道があるから，A 市から D 市までは，積の法則により　$4\times2\times3=24$ (通り)

14 大中小の 3 個のさいころを同時に投げるとき，出る目の和が 6 または 15 になる場合は何通りあるか。[20 点]

解答　大，中，小のさいころの出る目を（大，中，小）と書くことにする。

6 になるのは

(1，1，4)，(1，2，3)，(1，3，2)，(1，4，1)，(2，1，3)，(2，2，2)，(2，3，1)，(3，1，2)，(3，2，1)，(4，1，1)

の 10 通り。

15 になるのは

(3，6，6)，(4，5，6)，(4，6，5)，(5，4，6)，(5，5，5)，(5，6，4)，(6，3，6)，(6，4，5)，(6，5，4)，(6，6，3)

の 10 通り。

2 つの場合は同時に起こることはないから，和の法則により

$10+10=20$ (通り)

解説

大，中，小のさいころの出る目を（大，中，小）と書くことにする。

6 になるのは

(1，1，4)，(1，2，3)，(1，3，2)，(1，4，1)，(2，1，3)，(2，2，2)，(2，3，1)，(3，1，2)，(3，2，1)，(4，1，1)

の 10 通り。

15 になるのは

(3，6，6)，(4，5，6)，(4，6，5)，(5，4，6)，(5，5，5)，(5，6，4)，(6，3，6)，(6，4，5)，(6，5，4)，(6，6，3)

の 10 通り。

2 つの場合は同時に起こることはないから，和の法則により

$10+10=20$ (通り)

15 次の式を展開すると，項は何個できるか。[各 10 点]

(1)　$(a+b+c)(x+y+z)$　　(2)　$(a+b+c)(p+q)(x+y+z+w)$

解答　(1)　$3\times3=9$ (個)

(2)　$3\times2\times4=24$ (個)

解説

(1)　$3\times3=9$ (個)

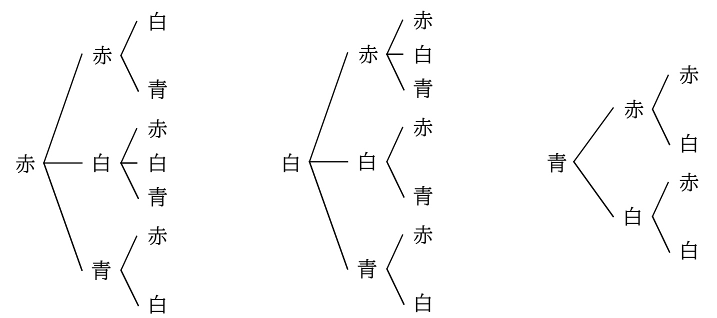
(2)　$3\times2\times4=24$ (個)

16 赤玉 2 個，白玉 2 個，青玉 1 個がある。この中から 3 個の玉を選んで 1 列に並べる方法は何通りあるか。

解答　18 通り

解説

3 個の玉の並べ方を樹形図に表すと，次のようになる。



したがって　　18 通り

17 大小 2 個のさいころを投げるとき，目の和が 10 以上になる場合は何通りあるか。

解答　6 通り

解説

目の和が 10 以上になるのは，和が 10 または 11 または 12 になる場合である。

[1]　和が 10 になる場合は　3 通り

[2]　和が 11 になる場合は　2 通り

[3]　和が 12 になる場合は　1 通り

[1]

大	4	5	6
小	6	5	4

[2]

大	5	6
小	6	5

[3]

大	6
小	6

これらは同時に起こらないから，求める場合の数は　　$3+2+1=6$ (通り)

18 5 種類の数学の問題集と 3 種類の英語の問題集の中から，それぞれ 1 種類ずつ選んで，計 2 冊の組を作る方法は何通りあるか。

解答　15 通り

解説

数学の問題集の選び方は　　5 通り

そのおのおのについて，英語の問題集の選び方は　　3 通り

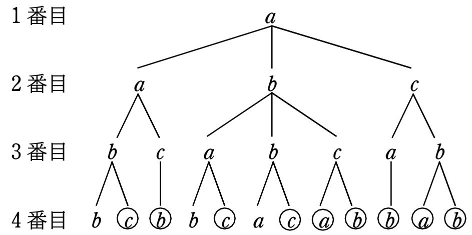
よって，求める場合の数は　　$5\times3=15$ (通り)

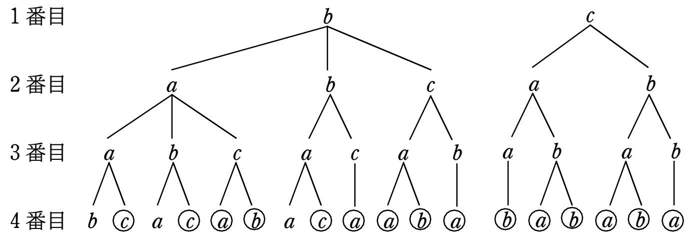
19 a，a，b，b，c の5個の文字から4個を選んで1列に並べる方法は何通りあるか。また，そのうち a，b，c のすべての文字が現れるのは何通りあるか。

解答　順に 30通り，24通り

解説

樹形図をかくと次のようになる。





よって，求める並べ方の総数は　30通り

このうち，a，b，c のすべての文字が現れるのは，上の樹形図の ○ 印の場合で　24通り

別解　同じものを含む順列の考え方で解くと

[1]　a と b が2個ずつのとき　$\frac{4!}{2!2!}=6$（通り）

[2]　a が2個，b，c が1個ずつのとき　$\frac{4!}{2!}=12$（通り）

[3]　b が2個，a，c が1個ずつのとき　$\frac{4!}{2!}=12$（通り）

よって，並べ方の総数は　$6+12+12=30$（通り）

このうち，a，b，c すべての文字が現れるのは [1] 以外であるから

$12\times2=24$（通り）

20 (1)　大中小3個のさいころを投げるとき，目の積が奇数になる場合の数を求めよ。

(2)　1から9999までの整数のうち，0を2個含む数は何個あるか。

解答　(1)　27通り　　(2)　252個

解説

(1)　奇数の目は1，3，5の3通りある。

目の積が奇数になるのは，すべての目が奇数となるときである。

よって，求める場合の数は　$3\times3\times3=27$（通り）

(2)　1桁，2桁で0を2個含む自然数はない。

以下，a，b は1から9までの数字のいずれかを表し，$a=b$ でもよいとする。

[1]　3桁で0を2個含む自然数は，$a00$ の形で　9個

[2]　4桁で0を2個含む自然数は，$a00b$，$a0b0$，$ab00$ の形で，それぞれ

$9\times9=81$（個）　ずつある。

よって，4桁で0を2個含む自然数は　$81\times3=243$（個）

[1]，[2] から，求める個数は　$9+243=252$（個）

21 (1)　大小2個のさいころを同時に投げるとき，目の和が奇数になる場合な何通りあるか。

(2)　300と800の間にあり，各桁がすべて異なった数字でできている奇数は何個あるか。

解答　(1)　18通り　　(2)　176個

解説

(1)　目の和が奇数になるのは，次の [1]，[2] のどちらかの場合である。

[1]　大が偶数，小が奇数　　[2]　大が奇数，小が偶数

[1] の場合の数は　$3\times3=9$（通り）

[2] の場合の数は　$3\times3=9$（通り）

[1]，[2] から　$9+9=18$（通り）

(2)　百の位は3，4，5，6，7のいずれかである。

[1]　百の位が3，5，7のとき

一の位は1，3，5，7，9から百の位の数を除いた　4通り

十の位は0～9の10個から，一の位，百の位の数を除いた　8通り

よって　$3\times4\times8=96$（個）

[2]　百の位が4，6のとき

一の位は1，3，5，7，9の　5通り

十の位は0～9の10個から，一の位，百の位の数を除いた　8通り

よって　$2\times5\times8=80$（個）

したがって，求める奇数の個数は　$96+80=176$（個）

22 大中小3個のさいころを投げるとき，目の積が4の倍数になる場合は何通りあるか。

解答　135通り

解説

目の出る場合の数の総数は　$6\times6\times6=216$（通り）

目の積が4の倍数にならない場合には，次の場合がある。

[1]　目の積が奇数の場合

3つの目がすべて奇数のときであるから　$3\times3\times3=27$（通り）

[2]　目の積が偶数で，4の倍数でない場合

3つのうち，2つの目が奇数で，残りの1つは2または6の目であるから

$(3^2\times2)\times3=54$（通り）

[1]，[2] から，目の積が4の倍数にならない場合の数は　$27+54=81$（通り）

よって，目の積が4の倍数になる場合の数は　$216-81=135$（通り）

23 大中小3個のさいころを投げるとき，次の場合の数を求めよ。

(1)　目の積が3の倍数になる場合　　(2)　目の積が6の倍数になる場合

解答　(1)　152通り　　(2)　133通り

解説

(1)　目の出方は全部で　$6\times6\times6=216$（通り）

目の積が3の倍数になるのは，3個のさいころの目の少なくとも1つが3または6の目の場合である。

3個のさいころの目がすべて3と6以外の目である場合の数は　$4\times4\times4=64$（通り）

よって，求める場合の数は　$216-64=152$（通り）

(2)　目の積が6の倍数になるのは，目の積が3の倍数であり，かつ，3個のさいころの目の少なくとも1つが偶数の場合である。

よって，(1) の結果から目の積が奇数の3の倍数となる場合を除けばよい。

目の積が奇数の3の倍数になるのは，3個のさいころの目がすべて奇数であり，その中の少なくとも1つが3の目の場合である。

3個のさいころの目がすべて奇数になるのは

$3\times3\times3=27$（通り）

3個のさいころの目が1または5の場合は

$2\times2\times2=8$（通り）

ゆえに，目の積が奇数の3の倍数になるのは

$27-8=19$（通り）

よって，求める場合の数は　$152-19=133$（通り）

24 500円，100円，10円の3種類の硬貨がたくさんある。この3種類の硬貨を使って，1200円を支払う場合の数を求めよ。ただし，使わない硬貨があってもよいものとする。

解答　24通り

解説

支払いに使う500円，100円，10円硬貨の枚数をそれぞれ x，y，z とすると，x，y，z は0以上の整数で

$500x+100y+10z=1200$　すなわち　$50x+10y+z=120$

ゆえに　$50x=120-(10y+z)\leqq120$　　よって　$5x\leqq12$

x は0以上の整数であるから　$x=0,\ 1,\ 2$

[1]　$x=2$ のとき　$10y+z=20$

この等式を満たす0以上の整数 y，z の組は

$(y,\ z)=(2,\ 0),\ (1,\ 10),\ (0,\ 20)$　の3通り。

[2]　$x=1$ のとき　$10y+z=70$

この等式を満たす0以上の整数 y，z の組は

$(y,\ z)=(7,\ 0),\ (6,\ 10),\ \cdots\cdots,\ (0,\ 70)$　の8通り。

[3]　$x=0$ のとき　$10y+z=120$

この等式を満たす0以上の整数 y，z の組は

$(y,\ z)=(12,\ 0),\ (11,\ 10),\ \cdots\cdots,\ (0,\ 120)$　の13通り。

[1]，[2]，[3] の場合は同時には起こらないから，求める場合の数は

$3+8+13=24$（通り）

25 n は正の整数とする。階段を1度に1段，2段または3段上る。このとき，n 段からなる階段の上り方の総数を a_n とする。例えば，$a_1=1$ であり，$a_2=2$ である。このとき，a_3，a_4，a_{10} の値を求めよ。

解答　$a_3=4$，$a_4=7$，$a_{10}=274$

解説

最初に k_1 段，次に k_2 段，……$(k_i=1,\ 2,\ 3)$ と上ることを $k_1k_2\cdots\cdots$ と表すことにする。

3段からなる階段の上り方は　111，12，21，3　　よって　$a_3=4$

4段からなる階段の上り方は　1111，112，121，13，211，22，31　　よって　$a_4=7$

次に，$n\geqq4$ として，n 段からなる階段の上り方が a_n 通りであるとする。その上り方は，最初に上る段の数によって次のように分けられる。

[1]　最初に1段上るとき，残りの $n-1$ 段の上り方は　a_{n-1} 通り

[2]　最初に2段上るとき，残りの $n-2$ 段の上り方は　a_{n-2} 通り

[3]　最初に3段上るとき，残りの $n-3$ 段の上り方は　a_{n-3} 通り

よって　$a_n=a_{n-3}+a_{n-2}+a_{n-1}\ (n\geqq4)$

したがって　$a_5=a_2+a_3+a_4=2+4+7=13$

$a_6=a_3+a_4+a_5=4+7+13=24$

$a_7=a_4+a_5+a_6=7+13+24=44$

$a_8=a_5+a_6+a_7=13+24+44=81$

$a_9=a_6+a_7+a_8=24+44+81=149$

$a_{10}=a_7+a_8+a_9=44+81+149=274$

26 0 から 9 までの数字を使って 4 桁の暗証番号 $abcd$ を作る。

(1) 同じ数字が 2 つ以上続く1111，1223，4388 などを除いた番号は $\boxed{}$ 個ある。

(2) 更に，同じ番号が 2 回以上出てくる 5752 や，続き番号のある 2561 や 3987 なども除いた番号は $\boxed{}$ 個ある。ただし，09 や 90 も続き番号として考える。

解答 (1) 7290 (2) 2220

解説

(1) 同じ数字が続かない番号の個数を求めればよい。

a の決め方は，0～9 の 10 通り

b の決め方は，a 以外の 9 通り

c の決め方は，b 以外の 9 通り

d の決め方は，c 以外の 9 通り

よって，求める番号の個数は $10\times9\times9\times9=7290$（個）

(2) まず，$a=0$ の場合について考える。

条件から，b は 0，1，9 以外の数である。

[1] $b=2$ の場合

c は 0，1，2，3 以外の数である。

(i) $c=4$，5，6，7，8 のとき

d は 0，2，$c-1$，c，$c+1$ 以外の 5 通り

(ii) $c=9$ のとき

d は 0，2，8，9 以外の 6 通り

よって，$b=2$ となるのは $5\times5+6=31$（個）

[2] $b=8$ の場合

$b=2$ の場合と同様に 31 個

[3] $b=3$，4，5，6，7 の場合

c は 0，$b-1$，b，$b+1$ 以外の数である。

(i) $c=1$ のとき

d は 0，1，2，b 以外の 6 通り

(ii) $c=9$ のとき

d は 0，8，9，b 以外の 6 通り

(iii) c が 0，1，9，$b-1$，b，$b+1$ 以外の数のとき

d は 0，b，$c-1$，c，$c+1$ 以外の 5 通り

よって $(6+6+5\times4)\times5=160$（個）

ゆえに，$a=0$ のときの番号の個数は $31+31+160=222$（個）

$a=1$，2，……，9 の場合も同様に 222 個の番号が作られるから，求める番号の個数は

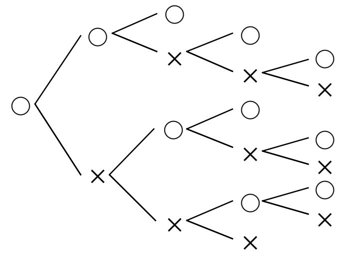
$222\times10=2220$（個）

27 1 枚の硬貨を繰り返し投げ，表が 3 回または裏が 3 回出たところで終了する。表と裏の出方は何通りあるか。

解答 20 通り

解説

1 回目が表のとき，表と裏のどちらかが 3 回出るまでの出方を樹形図にかくと，下のようになる。



[○は表，×は裏を表している]

この場合の出方は，10 通り。

1 回目が裏のときも同様に 10 通りある。

したがって，求める場合の数は 20 通り

28 次の場合は何通りあるか。

(1) 大小 2 個のさいころを投げるとき，目の和が 6 になる場合

(2) 大中小 3 個のさいころを投げるとき，目の和が 7 になる場合

解答 (1) 5 通り (2) 15 通り

解説

(1) 目の和が 6 になる場合は，下の表から 5 通りある。

大	1	2	3	4	5
小	5	4	3	2	1

(2) 目の和が 7 になる場合は，下の表から 15 通りある。

大	1	1	1	1	1	2	2	2	2	3	3	3	4	4	5
中	1	2	3	4	5	1	2	3	4	1	2	3	1	2	1
小	5	4	3	2	1	4	3	2	1	3	2	1	2	1	1

29 大小 2 個のさいころを投げるとき，次のようになる場合は何通りあるか。

(1) 目の和が 5 または 6 (2) 目の和が 3 の倍数

(3) 目の和が 5 以下の数 (4) 目の積が 20 以上の数

解答 (1) 9 通り (2) 12 通り (3) 10 通り (4) 8 通り

解説

(1) [1] 目の和が 5 になる場合は 4 通り

[2] 目の和が 6 になる場合は 5 通り

[1]，[2] は同時には起こらないから，求める場合の数は $4+5=9$（通り）

[1]

大	1	2	3	4
小	4	3	2	1

[2]

大	1	2	3	4	5
小	5	4	3	2	1

(2) 目の和が 3 の倍数となるのは，和が 3，6，9，12 のときである。

[1] 目の和が 3 になる場合は 2 通り

[2] 目の和が 6 になる場合は 5 通り

[3] 目の和が 9 になる場合は 4 通り

[4] 目の和が 12 になる場合は 1 通り

[1]～[4] は同時には起こらないから，求める場合の数は $2+5+4+1=12$（通り）

[1]

大	1	2
小	2	1

[2]

大	1	2	3	4	5
小	5	4	3	2	1

[3]

大	3	4	5	6
小	6	5	4	3

[4]

大	6
小	6

(3) 目の和が 5 以下の数となるのは，和が 2，3，4，5 のときである。

[1] 目の和が 2 になる場合は 1 通り

[2] 目の和が 3 になる場合は 2 通り

[3] 目の和が 4 になる場合は 3 通り

[4] 目の和が 5 になる場合は 4 通り

[1]～[4] は同時には起こらないから，求める場合の数は $1+2+3+4=10$（通り）

[1]

大	1
小	1

[2]

大	1	2
小	2	1

[3]

大	1	2	3
小	3	2	1

[4]

大	1	2	3	4
小	4	3	2	1

(4) 目の積が 20 以上の数になる場合を表にすると，次のようになる。

大	4	4	5	5	5	6	6	6
小	5	6	4	5	6	4	5	6

よって 8 通り

30 A 市と B 市は異なる 5 つの鉄道で結ばれている。A 市から B 市まで行って帰るのに，次の各場合，利用する鉄道の選び方は何通りあるか。

(1) 往復で同じ鉄道を利用してよい。 (2) 往復で同じ鉄道は利用しない。

解答 (1) 25 通り (2) 20 通り

解説

(1) A 市から B 市まで行くときの鉄道の選び方は 5 通りあり，そのおのおのの場合について，帰るときの鉄道の選び方は 5 通りある。

よって，求める場合の数は $5\times5=25$（通り）

(2) A 市から B 市まで行くときの鉄道の選び方は 5 通りあり，そのおのおのの場合について，帰るときの鉄道の選び方は 4 通りある。

よって，求める場合の数は $5\times4=20$（通り）

31 (1) a，b，c，d，e 5 冊の数学の参考書の中から 1 冊，p，q，r 3 冊の英語の参考書の中から 1 冊，合計 2 冊を選ぶ方法は何通りあるか。

(2) $(a+b)(p+q)(x+y+z+u)$ を展開した式の項は何個あるか。

解答 (1) 15 通り (2) 16 個

解説

(1) a，b，c，d，e の 5 冊から 1 冊を選ぶ方法は 5 通りあり，そのおのおのの場合について，p，q，r の 3 冊から 1 冊を選ぶ方法は 3 通りずつある。

よって，求める場合の数は $5\times3=15$（通り）

(2) $(a+b)(p+q)(x+y+z+u)$ を展開した式の各項は次の形になる。

（a か b のどちらか）×（p か q のどちらか）×（x，y，z，u のどれか 1 つ）

よって，展開した式の項の個数は $2\times2\times4=16$（個）

32 2 桁の自然数のうち，各位の数の積が偶数になる自然数は何個あるか。

解答　65 個

解説
2 桁の自然数は 10 から 99 まで 90 個ある。
各位の数の積が奇数になるのは，十の位，一の位とも奇数のときである。
このとき，各位の数の選び方は，それぞれ 1，3，5，7，9 の 5 通りずつある。
よって，積が奇数になるものは，積の法則により　　$5\times5=25$ (個)
したがって，各位の数の積が偶数になるものは，90 個の 2 桁の自然数から積が奇数になるものを除いて　　$90-25=65$ (個)

別解　各位の数の積が偶数になるのは，次の [1]，[2]，[3] のいずれかの場合である。
ただし，十の位が偶数のときは 0 を含めず，一の位が偶数のときは 0 を含める。
[1]　十の位が奇数，一の位が偶数のとき　　$5\times5=25$ (個)
[2]　十の位が偶数，一の位が奇数のとき　　$4\times5=20$ (個)
[3]　十の位，一の位ともに偶数のとき　　$4\times5=20$ (個)
和の法則により　　$25+20+20=65$ (個)

33 大中小 3 個のさいころを投げるとき，次のようになる場合は何通りあるか。
(1)　目がすべて異なる。　　(2)　少なくとも 2 個が同じ目
(3)　目の積が 3 の倍数　　(4)　目の和が奇数

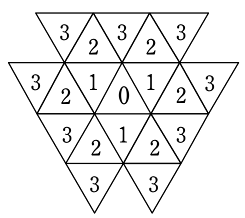
解答　(1)　120 通り　　(2)　96 通り　　(3)　152 通り　　(4)　108 通り

解説
(1)　$6\times5\times4=120$ (通り)
(2)　大中小 3 個のさいころの目の出方は　　$6\times6\times6=216$ (通り)
このうち，3 個の目がすべて異なる場合は，(1) から，120 通りある。
よって，少なくとも 2 個が同じ目になる場合は　　$216-120=96$ (通り)
(3)　目の積が 3 の倍数になるのは，少なくとも 1 個が 3 の倍数になる場合である。
3 個の目がすべて 3 の倍数でない場合は　　$4\times4\times4=64$ (通り)
よって，目の積が 3 の倍数になる場合は　　$216-64=152$ (通り)
(4)　目の和が奇数になるのは，3 個とも奇数の場合か，2 個が偶数で 1 個が奇数 (偶偶奇，偶奇偶，奇偶偶) の場合である。
よって，求める場合の数は　　$3\times3\times3+(3\times3\times3)\times3=108$ (通り)

34 正四面体の 1 つの面を下にしておき，直前にあった場所を通らないように，1 つの辺を軸として 3 回転がす。次の数を求めよ。
(1)　転がし方の総数　　(2)　3 回転がした後の正四面体の位置の総数

解答　(1)　12 通り　　(2)　9 通り

解説
右の図は，正四面体を転がした回数を，そのときの正四面体の位置に記入したものである。



(1)　1 回目の転がし方は　　3 通り
そのどの場合に対しても，2 回目，3 回目は直前の場所を通らないようにして転がすから，転がし方はそれぞれ
2 通り
よって，求める転がし方の総数は
$3\times2\times2=12$ (通り)
(2)　右上の図から，最後に正四面体がある位置の総数は　　9 通り

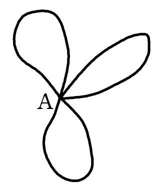
35 梨 4 個，柿 2 個，桃 2 個から 6 個だけ取り出す方法は何通りあるか。ただし，取り出さない果物があってもよいものとする。

解答　6 通り

解説
梨 4 個，柿 2 個，桃 2 個から 6 個だけ取り出す方法を表にすると，右のようになる。
よって，取り出し方は　　6 通り

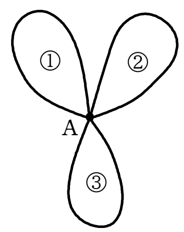
梨	4	4	4	3	3	2
柿	2	1	0	2	1	2
桃	0	1	2	1	2	2

36 右の図を，A を出発点として一筆でかく方法は何通りあるか。



解答　48 通り

解説
右の図において，①，②，③ の輪をどの順序でかくかは
①②③，①③②，②①③，
②③①，③①②，③②①
の 6 通りの場合がある。
そのどの場合に対しても，それぞれの輪を右回りでかくか，左回りでかくかで
$2\times2\times2=8$ (通り)
ずつの場合がある。
よって，図を一筆でかく方法は　　$6\times8=48$ (通り)



37 次の場合，硬貨の一部または全部を使って，ちょうど支払うことができる金額は何通りあるか。
(1)　10 円硬貨 4 枚，50 円硬貨 1 枚，100 円硬貨 3 枚
(2)　10 円硬貨 2 枚，50 円硬貨 3 枚，100 円硬貨 3 枚
(3)　10 円硬貨 7 枚，50 円硬貨 1 枚，100 円硬貨 3 枚

解答　(1)　39 通り　　(2)　29 通り　　(3)　42 通り

解説
(1)　異なる硬貨を用いて，同じ金額を表すことはない。
10 円硬貨の使い方は 0 枚～ 4 枚の　5 通り
50 円硬貨の使い方は 0 枚～ 1 枚の　2 通り
100 円硬貨の使い方は 0 枚～ 3 枚の　4 通り
ただし，全部 0 枚の場合は支払うことができない。
よって，支払える金額は　　$5\times2\times4-1=39$ (通り)
(2)　100 円硬貨 1 枚と 50 円硬貨 2 枚は同じ金額を表すから，100 円硬貨 3 枚は 50 円硬貨 6 枚と考えると，10 円硬貨 2 枚，50 円硬貨 9 枚となる。
10 円硬貨の使い方は 0 枚～ 2 枚の　3 通り
50 円硬貨の使い方は 0 枚～ 9 枚の　10 通り
ただし，全部 0 枚の場合は支払うことができない。
よって，支払える金額は　　$3\times10-1=29$ (通り)
(3)　50 円硬貨 1 枚と 10 円硬貨 5 枚は同じ金額を表すから，50 円硬貨 1 枚は 10 円硬貨 5 枚と考えると，10 円硬貨 12 枚，100 円硬貨 3 枚となる。
100 円硬貨 1 枚と 10 円硬貨 10 枚は同じ金額を表すから，100 円硬貨 3 枚は 10 円硬貨 30 枚と考えると，10 円硬貨 42 枚となる。
よって，支払える金額は　　42 通り

注意　(2) において，(3) と同様に考えて，更に 50 円硬貨を 10 円硬貨に換算してはいけない。もとの硬貨で表せない金額 (30 円や 40 円) まで表せるようになるからである。

38 10 円，50 円，100 円の 3 種類の硬貨を使ってちょうど 250 円支払うには，何通りの支払い方法があるか。ただし，どの硬貨も十分な枚数があり，使わない硬貨があってもよいものとする。

解答　12 通り

解説
10 円，50 円，100 円の硬貨の枚数を，それぞれ x，y，z とすると，x，y，z は 0 以上の整数で　　$10x+50y+100z=250$
すなわち　　$x+5y+10z=25$
ゆえに　　$10z=25-(x+5y)\leqq25$
よって　　$10z\leqq25$
z は 0 以上の整数であるから　　$z=0,\ 1,\ 2$
[1]　$z=0$ のとき　　$x+5y=25$
この等式を満たす 0 以上の整数 x，y の組は
$(x,\ y)=(0,\ 5),\ (5,\ 4),\ (10,\ 3),\ (15,\ 2),\ (20,\ 1),\ (25,\ 0)$
の 6 通り。
[2]　$z=1$ のとき　　$x+5y=15$
この等式を満たす 0 以上の整数 x，y の組は
$(x,\ y)=(0,\ 3),\ (5,\ 2),\ (10,\ 1),\ (15,\ 0)$
の 4 通り。
[3]　$z=2$ のとき　　$x+5y=5$
この等式を満たす 0 以上の整数 x，y の組は
$(x,\ y)=(0,\ 1),\ (5,\ 0)$
の 2 通り。
以上から，支払い方法の総数は　　$6+4+2=12$ (通り)

39 1 個のさいころを続けて 3 回投げるとき，次のようになる場合は何通りあるか。
(1)　目の積が偶数　　(2)　目の和が偶数

解答　(1)　189 通り　　(2)　108 通り

解説
(1)　起こりうるすべての場合は　　$6\times6\times6=216$ (通り)
このうち，積が奇数になるのは，3 回とも奇数の場合で　　$3\times3\times3=27$ (通り)
したがって，積が偶数になる場合は　　$216-27=189$ (通り)
(2)　和が偶数になるのは，3 回とも偶数の場合か，2 回が奇数で 1 回が偶数 (奇奇偶，奇偶奇，偶奇奇) の場合であるから　　$3\times3\times3+(3\times3\times3)\times3=108$ (通り)

40 1 g，2 g，5 g の 3 種類の分銅を用いて 10 g のものを量るとき，分銅の個数の組み合わせ方は何通りあるか。ただし，どの分銅も十分な個数があり，使わない分銅があってもよい

ものとする。

解答　10 通り

解説

1 g，2 g，5 g の分銅の個数を，それぞれ x，y，z とすると

$x+2y+5z=10$，　x，y，z は 0 以上の整数

ゆえに　$5z=10-(x+2y)\leqq 10$　　よって　$5z\leqq 10$

z は 0 以上の整数であるから　$z=0$，1，2

[1]　$z=0$ のとき　$x+2y=10$

この等式を満たす 0 以上の整数 x，y の組は

$(x,\ y)=(0,\ 5)$，$(2,\ 4)$，$(4,\ 3)$，$(6,\ 2)$，$(8,\ 1)$，$(10,\ 0)$

の 6 通り

[2]　$z=1$ のとき　$x+2y=5$

この等式を満たす 0 以上の整数 x，y の組は

$(x,\ y)=(1,\ 2)$，$(3,\ 1)$，$(5,\ 0)$

の 3 通り

[3]　$z=2$ のとき　$x+2y=0$

この等式を満たす 0 以上の整数 x，y の組は

$(x,\ y)=(0,\ 0)$

の 1 通り

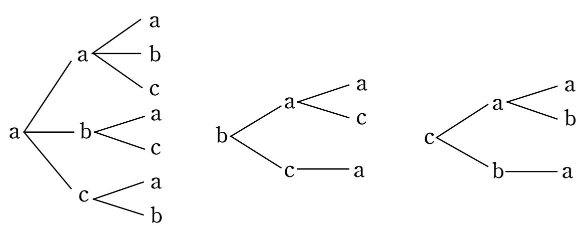
以上から　$6+3+1=10$（通り）

41　5 個の文字 a，a，a，b，c から，3 個を選んで 1 列に並べる方法は，何通りあるか。

解答　13 通り

解説

次の樹形図により　13 通り



別解　aaa，aab，aac，aba，abc，aca，acb，baa，bac，bca，caa，cab，cba の 13 通り

42　大中小 3 個のさいころを投げるとき，次の場合は何通りあるか。

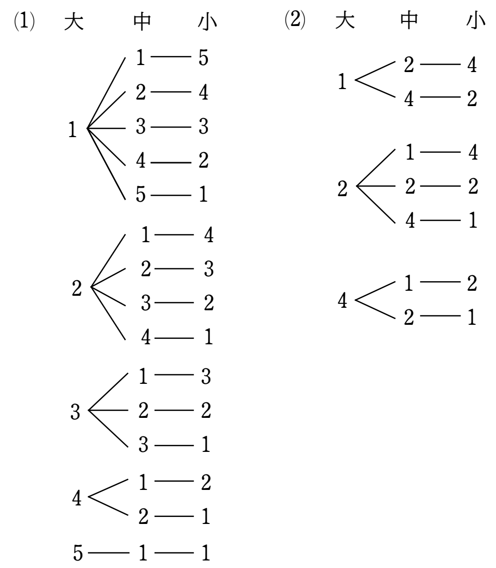
(1)　目の和が 7 になる場合　　(2)　目の積が 8 になる場合

解答　(1)　15 通り　　(2)　7 通り

解説

(1)　樹形図により　15 通り

(2)　樹形図により　7 通り



43　1 個のさいころを 2 回投げるとき，目の和が次のようになる場合は何通りあるか。

(1)　6 または 9　　(2)　10 以上　　(3)　3 の倍数

解答　(1)　9 通り　　(2)　6 通り　　(3)　12 通り

解説

(1)　目の和が 6 になるのは，(1，5)，(2，4)，(3，3)，(4，2)，(5，1) の 5 通り。

目の和が 9 になるのは，(3，6)，(4，5)，(5，4)，(6，3) の 4 通り。

よって，和の法則により　$5+4=9$（通り）

(2)　目の和が 10 または 11 または 12 になる場合である。

目の和が 10 になるのは，(4，6)，(5，5)，(6，4) の 3 通り。

目の和が 11 になるのは，(5，6)，(6，5) の 2 通り。

目の和が 12 になるのは，(6，6) の 1 通り。

よって，和の法則により　$3+2+1=6$（通り）

(3)　目の和が 3 または 6 または 9 または 12 になる場合である。

目の和が 3 になるのは，(1，2)，(2，1) の 2 通り。

(1) から，目の和が 6 になるのは　5 通り

目の和が 9 になるのは　4 通り

(2) から，目の和が 12 になるのは　1 通り

よって，和の法則により　$2+5+4+1=12$（通り）

44　(1)　4 冊の数学の参考書 a，b，c，d から 1 冊，3 冊の英語の参考書 p，q，r から 1 冊の，計 2 冊を選ぶ方法は何通りあるか。

(2)　大中小 3 個のさいころを投げるとき，3 個の目が異なる場合は何通りあるか。

解答　(1)　12 通り　　(2)　120 通り

解説

(1)　a，b，c，d の 4 冊から 1 冊を選ぶ方法は　4 通り

そのどの場合に対しても，p，q，r の 3 冊から 1 冊を選ぶ方法は　3 通り

よって，積の法則により　$4\times 3=12$（通り）

(2)　大のさいころの目の出方は 6 通りある。

3 個の目が異なる場合，中のさいころの目の出方は，大のさいころの目以外で 5 通りあり，小のさいころの目の出方は，大，中のさいころの目以外で 4 通りある。

よって，積の法則により　$6\times 5\times 4=120$（通り）

45　次の式を展開したときの項の個数を求めよ。

(1)　$(a+b+c)(x+y)$　　(2)　$(a+b)(p+q+r)(x+y+z)$

解答　(1)　6 個　　(2)　18 個

解説

(1)　$(a+b+c)(x+y)$ を展開したときの各項は次の形になる。

（a，b，c のどれか 1 つ）×（x か y の一方）

よって，積の法則により　$3\times 2=6$（個）

(2)　$(a+b)(p+q+r)(x+y+z)$ を展開したときの各項は次の形になる。

（a か b の一方）×（p，q，r のどれか 1 つ）×（x，y，z のどれか 1 つ）

よって，積の法則により　$2\times 3\times 3=18$（個）

46　3 桁の自然数のうち，奇数は何個あるか。

解答　450 個

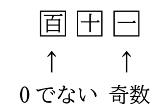
解説

一の位の数字は，奇数であればよいから，1，3，5，7，9 の　5 通り

そのどの場合に対しても，十の位の数字は 0 から 9 までの 10 通り，

百の位の数字は 1 から 9 までの 9 通りある。

よって，積の法則により　$5\times 10\times 9=450$（個）



47　A，B 2 人がじゃんけんをして，どちらかが 3 回先に勝ったところで止めるゲームを考える。引き分けはないものとすると，勝負の分かれ方は何通りあるか。

解答　20 通り

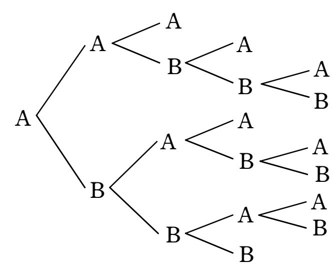
解説

1 回目に A が勝つ場合，ゲームが終わるまでの勝つ人を樹形図にかくと右のようになり，勝負の分かれ方は 10 通り。

1 回目に B が勝つ場合も同様に 10 通りある。

したがって，求める場合の数は

$10+10=20$（通り）



48　a，b，c，d の 4 文字を 1 列に並べるとき，1 番目の文字は a ではなく，2 番目の文字は b ではなく，3 番目の文字は c ではなく，4 番目の文字は d ではない並べ方は何通りあるか。

解答　9 通り

解説

並べ方をすべて求めると，次のようになる。

badc　bcda　bdac

cadb　cdab　cdba

dabc　dcab　dcba

よって　9 通り

49 次の硬貨の一部または全部でちょうど支払うことのできる金額は何通りあるか。
(1)　10 円硬貨 2 枚，50 円硬貨 1 枚，100 円硬貨 6 枚
(2)　10 円硬貨 3 枚，50 円硬貨 3 枚，100 円硬貨 3 枚

解答　(1)　41 通り　(2)　39 通り

解説

(1)　異なる硬貨を用いて，同じ金額を表せない。
10 円硬貨の使い方は 0 枚～ 2 枚の　3 通り
50 円硬貨の使い方は 0 枚～ 1 枚の　2 通り
100 円硬貨の使い方は 0 枚～ 6 枚の　7 通り
ただし，全部 0 枚の場合は支払うことができない。
よって，支払うことのできる金額は　$3\times2\times7-1=41$（通り）

(2)　50 円硬貨 2 枚と 100 円硬貨 1 枚は同じ金額を表す。
100 円硬貨 3 枚は 50 円硬貨 6 枚と考えると，硬貨は 10 円硬貨 3 枚，50 円硬貨 9 枚となる。
10 円硬貨の使い方は 0 枚～ 3 枚の　4 通り
50 円硬貨の使い方は 0 枚～ 9 枚の　10 通り
ただし，全部 0 枚の場合は支払うことができない。
よって，支払うことのできる金額は　$4\times10-1=39$（通り）

50 3 個のさいころを投げるとき，目の和が 9 になる場合は何通りあるか。ただし，さいころは区別しないで目の数だけを区別するものとする。

解答　6 通り

解説

さいころの 3 つの目を a，b，c とすると，さいころを区別しないから，$a\leqq b\leqq c$ としてよい。
a，b，c の和が 9 になる場合は
$(a,\ b,\ c)=(1,\ 2,\ 6),\ (1,\ 3,\ 5),\ (1,\ 4,\ 4),\ (2,\ 2,\ 5),\ (2,\ 3,\ 4),\ (3,\ 3,\ 3)$
よって，求める場合の数は　6 通り

51 2 桁の自然数のうち，次のような数は何個あるか。
(1)　各位の数字の積が偶数　　(2)　各位の数字の和が奇数

解答　(1)　65 個　(2)　45 個

解説

0 から 9 までの整数の中には，奇数が 5 個，偶数が 5 個ある。
(1)　2 桁の自然数は 10 から 99 の 90 個ある。
数字の積が奇数になるのは，十の位，一の位がともに奇数の場合で
$5\times5=25$（通り）
求める個数は，全体から数字の積が奇数の場合の数を除けばよいから
$90-25=65$（個）

(2)　数字の和が奇数になるのは，次の [1]，[2] のどちらかの場合である。
[1]　十の位が奇数，一の位が偶数
[2]　十の位が偶数，一の位が奇数
[1] の場合の数は　$5\times5=25$（通り）
[2] の場合の数は，十の位が 0 でないことに注意すると　$4\times5=20$（通り）
[1]，[2] は同時には起こらないから　$25+20=45$（個）

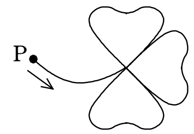
52 1 から 999 までの整数のうち，どの位の数字も 0 でないものは何個あるか。

解答　819 個

解説

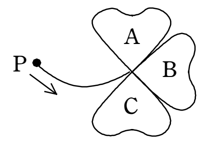
1 から 999 までの整数のうち，どの位の数字も 0 でないのは，次の [1] ～ [3] のいずれかの場合である。
[1]　1 桁の整数の場合
1 から 9 までの 9 個ある。
[2]　2 桁の整数の場合
十の位，一の位をともに 1 から 9 までの数から選んで並べればよいから
$9\times9=81$（個）
[3]　3 桁の整数の場合
[2] と同様に考えて　$9\times9\times9=729$（個）
[1] ～ [3] から　$9+81+729=819$（個）

53 右の図を，点 P を出発点として一筆書きする方法は何通りあるか。



解答　48 通り

解説



3 枚の葉っぱを，右の図のようにそれぞれ A，B，C とする。
1 番目に書く葉っぱは，A，B，C のどれかで　3 通り
そのどの場合に対しても，2 番目に書く葉っぱは，1 番目に書いた葉っぱ以外の 2 通りであり，3 番目に書く葉っぱは 1 通りに決まる。
よって，葉っぱ A，B，C を書く順序は　$3\times2\times1=6$（通り）
また，それぞれの葉っぱを右回りで書くか，左回りで書くかで
$2\times2\times2=8$（通り）
よって，図を一筆書きする方法は　$6\times8=48$（通り）

54 大中小 3 個のさいころを投げるとき，次の場合は何通りあるか。
(1)　目の積が偶数になる。　　(2)　目の和が奇数になる。

解答　(1)　189 通り　(2)　108 通り

解説

1 個のさいころで，奇数の目の出方は 3 通り，偶数の目の出方は 3 通りある。
(1)　3 個のさいころの目の出方は　$6\times6\times6=216$（通り）
目の積が奇数になるのは 3 個とも奇数の場合で
$3\times3\times3=27$（通り）　……①
求める場合の数は，全体から目の積が奇数の場合の数を除けばよいから
$216-27=189$（通り）

(2)　目の和が奇数になるのは，次の [1]，[2] のどちらかの場合である。
[1]　3 個とも奇数の場合
この場合の数は，① から　27 通り
[2]　1 個が奇数で，2 個が偶数の場合
大のさいころが奇数のとき，中，小のさいころは偶数であり，その目の出方は
$3\times3\times3=27$（通り）
中のさいころが奇数のときと，小のさいころが奇数のときも同様に 27 通りあるから，この場合の数は　$27\times3=81$（通り）
[1]，[2] は同時に起こらないから　$27+81=108$（通り）

55 1 g，2 g，4 g の 3 種類の分銅をどれも用いて 13 g のものを量るとき，分銅の組合せは何通りあるか。

解答　6 通り

解説

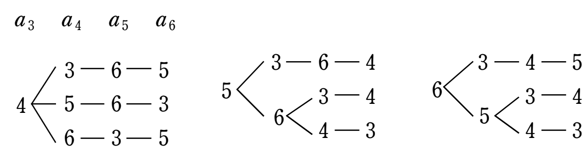
1 g，2 g，4 g の分銅の個数を，それぞれ x，y，z とすると
$x+2y+4z=13$，$x\geqq1$，$y\geqq1$，$z\geqq1$，x，y，z は整数
このとき，$x\geqq1$，$y\geqq1$ から　$x+2y\geqq3$
すなわち $x+2y$ は 3 以上の整数であり，$x+2y+4z=13$ から　$4z\leqq10$
したがって　$z=1,\ 2$
[1]　$z=1$ のとき　$x+2y=9$
よって　$(x,\ y)=(1,\ 4),\ (3,\ 3),\ (5,\ 2),\ (7,\ 1)$
ゆえに　4 通り
[2]　$z=2$ のとき　$x+2y=5$
よって　$(x,\ y)=(1,\ 2),\ (3,\ 1)$
ゆえに　2 通り
[1]，[2] から　$4+2=6$（通り）

56 1，2，3，4，5，6 の順列 a_1，a_2，a_3，a_4，a_5，a_6 のうちで，次の条件を満たすものは何通りあるか。
(1)　$a_1=2$，$a_2\neq2$，$a_3\neq3$，$a_4\neq4$，$a_5\neq5$，$a_6\neq6$
(2)　$a_1\neq1$，$a_2\neq2$，$a_3\neq3$，$a_4\neq4$，$a_5\neq5$，$a_6\neq6$

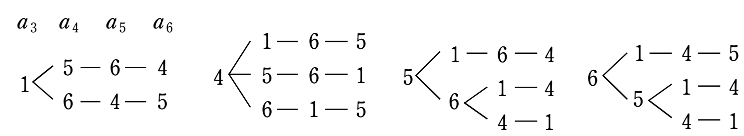
解答　(1)　53 通り　(2)　265 通り

解説

(1)　[1]　$a_2=1$ の場合
$a_3\neq3$，$a_4\neq4$，$a_5\neq5$，$a_6\neq6$ となるのは，次の樹形図から　9 通り



[2]　$a_2=3$ の場合
$a_3\neq3$，$a_4\neq4$，$a_5\neq5$，$a_6\neq6$ となるのは，次の樹形図から　11 通り



$a_2=4,\ 5,\ 6$ の場合にも，それぞれ 11 通りずつある。
以上から，求める順列の総数は

$$9+11+11+11+11=53 \text{（通り）}$$

(2)　(1) と同じように考えると，$a_1=3$，4，5，6 の場合もそれぞれ 53 通りずつある。

よって　$53\times5=265$（通り）

57 大小 2 個のさいころを投げるとき，次の場合は何通りあるか。

(1)　目の和が 4 以下　　(2)　2 個の目が異なる

解答　(1)　6 通り　(2)　30 通り

解説

(1)　目の和が 2 または 3 または 4 になる場合である。

目の和が 2 になるのは，(1，1) の 1 通り。

目の和が 3 になるのは，(1，2)，(2，1) の 2 通り。

目の和が 4 になるのは，(1，3)，(2，2)，(3，1) の 3 通り。

よって，和の法則により　$1+2+3=6$（通り）

(2)　大の目の出方は　6 通り

そのどの場合に対しても，小の目の出方は大の目を除いた　5 通り

よって，積の法則により　$6\times5=30$（通り）

58 赤，白のカードが 7 枚ずつあり，同じ色の 7 枚のカードには，それぞれ 1 から 7 までの異なる数字が 1 つずつ書かれている。赤，白のカードを 1 枚ずつ引くとき，次のような場合は何通りあるか。

(1)　数字の積が偶数になる。　　(2)　数字の和が奇数になる。

解答　(1)　33 通り　(2)　24 通り

解説

1 から 7 までの整数の中には，奇数が 4 個，偶数が 3 個ある。

(1)　赤，白のカードの数字の出方は，全部で　$7\times7=49$（通り）

数字の積が奇数になるのは，2 枚とも奇数の場合で　$4\times4=16$（通り）

求める場合の数は，全体から数字の積が奇数の場合の数を除けばよいから

$$49-16=33 \text{（通り）}$$

(2)　数字の和が奇数になるのは，次の [1]，[2] のどちらかの場合である。

[1]　赤が偶数，白が奇数　　[2]　赤が奇数，白が偶数

[1] の場合の数は　$3\times4=12$（通り）

[2] の場合の数は　$4\times3=12$（通り）

[1]，[2] は同時には起こらないから　$12+12=24$（通り）

59 1 g，2 g，3 g の 3 種類の分銅をどれも用いて 10 g のものを量るとき，分銅の組合せは何通りあるか。

解答　4 通り

解説

1 g，2 g，3 g の分銅の個数を，それぞれ x，y，z とすると

$$x+2y+3z=10,\ x\geqq1,\ y\geqq1,\ z\geqq1 \quad x,\ y,\ z \text{ は整数}$$

このとき，$x\geqq1$，$y\geqq1$ から　$x+2y\geqq3$

すなわち $x+2y$ は 3 以上の整数であり，$x+2y+3z=10$ から　$3z\leqq7$

したがって　$z=1,\ 2$

[1]　$z=1$ のとき　$x+2y=7$

よって　$(x,\ y)=(1,\ 3),\ (3,\ 2),\ (5,\ 1)$　ゆえに　3 通り

[2]　$z=2$ のとき　$x+2y=4$

よって　$(x,\ y)=(2,\ 1)$　ゆえに　1 通り

[1]，[2] から　$3+1=4$（通り）