

2 次方程式クイズ

1 2 次方程式  $x^2-2x-3=0$  を解く。

左辺を因数分解すると  $(x+1)(x-3)=0$   
よって  $x+1=0$  または  $x-3=0$   
すなわち  $x=-1$  または  $x=3$   
ゆえに、解は  $x=-1, 3$

解説

2 次の 2 次方程式を解け。

- (1)  $x^2-6x+5=0$  (2)  $x^2-5x-24=0$   
(3)  $2x^2+5x+2=0$  (4)  $3x^2+7x-6=0$

解答 (1)  $x=1, 5$  (2)  $x=-3, 8$  (3)  $x=-2, -\frac{1}{2}$  (4)  $x=-3, \frac{2}{3}$

解説

- (1) 左辺を因数分解すると  $(x-1)(x-5)=0$   
よって  $x-1=0$  または  $x-5=0$   
すなわち  $x=1$  または  $x=5$   
ゆえに、解は  $x=1, 5$   
(2) 左辺を因数分解すると  $(x+3)(x-8)=0$   
よって  $x+3=0$  または  $x-8=0$   
すなわち  $x=-3$  または  $x=8$   
ゆえに、解は  $x=-3, 8$   
(3) 左辺を因数分解すると  $(x+2)(2x+1)=0$   
よって  $x+2=0$  または  $2x+1=0$   
すなわち  $x=-2$  または  $x=-\frac{1}{2}$   
ゆえに、解は  $x=-2, -\frac{1}{2}$   
(4) 左辺を因数分解すると  $(x+3)(3x-2)=0$   
よって  $x+3=0$  または  $3x-2=0$   
すなわち  $x=-3$  または  $x=\frac{2}{3}$   
ゆえに、解は  $x=-3, \frac{2}{3}$

3 (1) 2 次方程式  $3x^2-9x+2=0$  を解く。

$$x=\frac{-(-9)\pm\sqrt{(-9)^2-4\cdot3\cdot2}}{2\cdot3}=\frac{9\pm\sqrt{57}}{6}$$

(2) 2 次方程式  $5x^2+6x-1=0$  を解く。

$$x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-5\cdot(-1)}}{5}=\frac{-3\pm\sqrt{14}}{5}$$

解説

4 次の 2 次方程式を解け。

- (1)  $3x^2+7x+1=0$  (2)  $x^2-3x-2=0$   
(3)  $x^2+2x-1=0$  (4)  $2x^2-4x-7=0$   
(5)  $9x^2-12x+4=0$  (6)  $x^2-2\sqrt{3}x+2=0$

解答 (1)  $x=\frac{-7\pm\sqrt{37}}{6}$  (2)  $x=\frac{3\pm\sqrt{17}}{2}$  (3)  $x=-1\pm\sqrt{2}$   
(4)  $x=\frac{2\pm3\sqrt{2}}{2}$  (5)  $x=\frac{2}{3}$  (6)  $x=\sqrt{3}\pm1$

解説

- (1)  $x=\frac{-7\pm\sqrt{7^2-4\cdot3\cdot1}}{2\cdot3}=\frac{-7\pm\sqrt{37}}{6}$   
(2)  $x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\cdot1\cdot(-2)}}{2\cdot1}=\frac{3\pm\sqrt{17}}{2}$   
(3)  $x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-1\cdot(-1)}}{1}=-1\pm\sqrt{2}$   
(4)  $x=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-2\cdot(-7)}}{2}=\frac{2\pm\sqrt{18}}{2}=\frac{2\pm3\sqrt{2}}{2}$   
(5)  $x=\frac{-(-6)\pm\sqrt{(-6)^2-9\cdot4}}{9}=\frac{6\pm0}{9}=\frac{2}{3}$   
(6)  $x=\frac{-(-\sqrt{3})\pm\sqrt{(-\sqrt{3})^2-1\cdot2}}{1}=\sqrt{3}\pm1$

5 次の 2 次方程式を解け。

- (1)  $x^2+10x-11=0$  (2)  $4x^2-49=0$  (3)  $x^2-3x+1=0$

解答 (1)  $x=1, -11$  (2)  $x=\pm\frac{7}{2}$  (3)  $x=\frac{3\pm\sqrt{5}}{2}$

解説

- (1) 左辺を因数分解して  $(x-1)(x+11)=0$   
したがって  $x=1, -11$   
(2) 左辺を因数分解して  $(2x+7)(2x-7)=0$   
したがって  $x=\pm\frac{7}{2}$   
(3) 2 次方程式の解の公式から  
$$x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\cdot1\cdot1}}{2}=\frac{3\pm\sqrt{5}}{2}$$

6 次の 2 次方程式を解け。

- (1)  $2x^2+3x-2=0$  (2)  $20x+30x^2=5x^2-4$   
(3)  $\frac{x^2}{5}-\frac{x}{3}+\frac{1}{15}=0$  (4)  $x^2-2\sqrt{3}x+1=0$

解答 (1)  $x=-2, \frac{1}{2}$  (2)  $x=-\frac{2}{5}$  (3)  $x=\frac{5\pm\sqrt{13}}{6}$  (4)  $x=\sqrt{3}\pm\sqrt{2}$

解説

- (1) 左辺を因数分解して  $(x+2)(2x-1)=0$   
よって  $x+2=0$  または  $2x-1=0$

したがって  $x=-2, \frac{1}{2}$

別解 解の公式により  $x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\cdot2\cdot(-2)}}{2\cdot2}=\frac{-3\pm\sqrt{25}}{4}=\frac{-3\pm5}{4}$

したがって  $x=\frac{1}{2}, -2$

- (2) 与式を整理すると  $25x^2+20x+4=0$   
左辺を因数分解して  $(5x+2)^2=0$

ゆえに  $x=-\frac{2}{5}$

- (3) 両辺に 15 を掛けて  $3x^2-5x+1=0$

解の公式により  $x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\cdot3\cdot1}}{2\cdot3}=\frac{5\pm\sqrt{13}}{6}$

- (4) 解の公式により  $x=-(-\sqrt{3})\pm\sqrt{(-\sqrt{3})^2-1\cdot1}=\sqrt{3}\pm\sqrt{2}$

7 次の 2 次方程式を解け。

- (1)  $-7x^2+13x+2=0$  (2)  $3x^2+9x+2=2x-1$   
(3)  $0.3x^2+1.2x+1=0$  (4)  $2x^2+2\sqrt{6}x-5=0$

解答 (1)  $x=2, -\frac{1}{7}$  (2)  $x=\frac{-7\pm\sqrt{13}}{6}$  (3)  $x=\frac{-6\pm\sqrt{6}}{3}$   
(4)  $x=\frac{-\sqrt{6}\pm4}{2}$

解説

- (1) 両辺に  $-1$  を掛けて  $7x^2-13x-2=0$   
左辺を因数分解して  $(x-2)(7x+1)=0$   
よって  $x-2=0$  または  $7x+1=0$   
したがって  $x=2, -\frac{1}{7}$

別解  $7x^2-13x-2=0$  において、解の公式により

$$x=\frac{-(-13)\pm\sqrt{(-13)^2-4\cdot7\cdot(-2)}}{2\cdot7}=\frac{13\pm\sqrt{225}}{14}=\frac{13\pm15}{14}$$

したがって  $x=2, -\frac{1}{7}$

- (2) 与式を整理すると  $3x^2+7x+3=0$

解の公式により  $x=\frac{-7\pm\sqrt{7^2-4\cdot3\cdot3}}{2\cdot3}=\frac{-7\pm\sqrt{13}}{6}$

- (3) 両辺に 10 を掛けて  $3x^2+12x+10=0$

解の公式により  $x=\frac{-6\pm\sqrt{6^2-3\cdot10}}{3}=\frac{-6\pm\sqrt{6}}{3}$

- (4) 解の公式により  $x=\frac{-\sqrt{6}\pm\sqrt{6-2\cdot(-5)}}{2}=\frac{-\sqrt{6}\pm4}{2}$

8 次の方程式を解け。

- (1)  $2(x+2)^2-7(x+2)+3=0$  (2)  $x^2+2|x-1|-5=0$   
(3)  $x^2+4x=3\sqrt{(x+2)^2}$

**解答** (1)  $x=1, -\frac{3}{2}$  (2)  $x=-1, -1+2\sqrt{2}$  (3)  $x=2, -6$

**解説**

(1)  $x+2=t$  とおくと、方程式は  $2t^2-7t+3=0$

ゆえに  $(t-3)(2t-1)=0$  よって  $t=3, \frac{1}{2}$

ゆえに  $x+2=3, \frac{1}{2}$  よって  $x=1, -\frac{3}{2}$

(2) [1]  $x \geq 1$  のとき、方程式は  $x^2+2(x-1)-5=0$

ゆえに  $x^2+2x-7=0$  よって  $x=-1 \pm \sqrt{1^2-1 \cdot (-7)} = -1 \pm 2\sqrt{2}$   
 $x \geq 1$  を満たすものは  $x=-1+2\sqrt{2}$

[2]  $x < 1$  のとき、方程式は  $x^2-2(x-1)-5=0$

ゆえに  $x^2-2x-3=0$   
 よって  $(x+1)(x-3)=0$  ゆえに  $x=-1, 3$   
 $x < 1$  を満たすものは  $x=-1$

[1], [2] から、解は  $x=-1, -1+2\sqrt{2}$

(3) 方程式は  $x^2+4x=3|x+2|$  …… ①

[1]  $x \geq -2$  のとき、①は  $x^2+4x=3(x+2)$

ゆえに  $x^2+x-6=0$   
 よって  $(x-2)(x+3)=0$  ゆえに  $x=2, -3$   
 $x \geq -2$  を満たすものは  $x=2$

[2]  $x < -2$  のとき、①は  $x^2+4x=-3(x+2)$

ゆえに  $x^2+7x+6=0$   
 よって  $(x+1)(x+6)=0$  ゆえに  $x=-1, -6$   
 $x < -2$  を満たすものは  $x=-6$

[1], [2] から、解は  $x=2, -6$

**9** 次の方程式を解け。

(1)  $2(x-2)^2+5(x-2)+1=0$  (2)  $6(x+1)^2+5(x+1)-14=0$

(3)  $(x+3)|x-4|+2x+6=0$  (4)  $x^2+2\sqrt{x^2}-1=0$

**解答** (1)  $x=\frac{3 \pm \sqrt{17}}{4}$  (2)  $x=-3, \frac{1}{6}$  (3)  $x=-3$   
 (4)  $x=-1+\sqrt{2}, 1-\sqrt{2}$

**解説**

(1)  $x-2=t$  とおくと、方程式は  $2t^2+5t+1=0$

よって  $t=\frac{-5 \pm \sqrt{5^2-4 \cdot 2 \cdot 1}}{2 \cdot 2} = \frac{-5 \pm \sqrt{17}}{4}$

$x=t+2$  であるから  $x=\frac{-5 \pm \sqrt{17}}{4}+2=\frac{3 \pm \sqrt{17}}{4}$

(2)  $x+1=t$  とおくと、方程式は  $6t^2+5t-14=0$

よって  $(t+2)(6t-7)=0$  ゆえに  $t=-2, \frac{7}{6}$

これらを  $x=t-1$  に代入して  $x=-3, \frac{1}{6}$

(3) 方程式から  $(x+3)|x-4|+2(x+3)=0$

よって  $(x+3)(|x-4|+2)=0$  …… ①

[1]  $x \geq 4$  のとき、①は  $(x+3)(x-4+2)=0$

すなわち  $(x+3)(x-2)=0$

これを解くと  $x=-3, 2$  これらはいずれも  $x \geq 4$  を満たさない。

[2]  $x < 4$  のとき、①は  $(x+3)\{-(x-4)+2\}=0$

すなわち  $(x+3)(-x+6)=0$

これを解くと  $x=-3, 6$   $x < 4$  を満たすものは  $x=-3$

[1], [2] から、解は  $x=-3$

(4) 方程式は  $x^2+2|x|-1=0$  …… ①

[1]  $x \geq 0$  のとき、①は  $x^2+2x-1=0$

よって  $x=-1 \pm \sqrt{1^2-1 \cdot (-1)} = -1 \pm \sqrt{2}$

$x \geq 0$  を満たすものは  $x=-1+\sqrt{2}$

[2]  $x < 0$  のとき、①は  $x^2-2x-1=0$

よって  $x-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2-1 \cdot (-1)} = 1 \pm \sqrt{2}$

$x < 0$  を満たすものは  $x=1-\sqrt{2}$

[1], [2] から、解は  $x=-1+\sqrt{2}, 1-\sqrt{2}$

**別解** ① から  $|x|^2+2|x|-1=0$

ゆえに  $|x|=-1 \pm \sqrt{1^2-1 \cdot (-1)} = -1 \pm \sqrt{2}$

$|x| \geq 0$  であるから  $|x|=-1+\sqrt{2}$

よって  $x=\pm(-1+\sqrt{2})$  すなわち  $x=-1+\sqrt{2}, 1-\sqrt{2}$

**10** 次の 2 次方程式を解け。

(1)  $(x+1)x=(x+1)(2x-1)$  (2)  $8x^2-14x+3=0$  (3)  $5x^2-7x+1=0$

(4)  $24x-6x^2=10x^2+9$  (5)  $2x-x^2=6(2x-1)$

**解答** (1)  $x=\pm 1$  (2)  $x=\frac{3}{2}, \frac{1}{4}$  (3)  $x=\frac{7 \pm \sqrt{29}}{10}$  (4)  $x=\frac{3}{4}$   
 (5)  $x=-5 \pm \sqrt{31}$

**解説**

(1)  $(x+1)x=(x+1)(2x-1)$  から

$(x+1)(2x-1)-(x+1)x=0$

ゆえに  $(x+1)\{(2x-1)-x\}=0$

すなわち  $(x+1)(x-1)=0$

したがって  $x=\pm 1$

(2) 左辺を因数分解して  $(2x-3)(4x-1)=0$

よって  $2x-3=0$  または  $4x-1=0$

したがって  $x=\frac{3}{2}, \frac{1}{4}$

(3) 解の公式により  $x=\frac{7 \pm \sqrt{(-7)^2-4 \cdot 5 \cdot 1}}{2 \cdot 5} = \frac{7 \pm \sqrt{29}}{10}$

(4) 与式を整理すると  $16x^2-24x+9=0$

ゆえに  $(4x-3)^2=0$  よって  $x=\frac{3}{4}$

(5) 与式を整理すると  $x^2+10x-6=0$

解の公式により

$x=\frac{-10 \pm \sqrt{10^2-4 \cdot 1 \cdot (-6)}}{2 \cdot 1} = \frac{-10 \pm \sqrt{124}}{2} = -5 \pm \sqrt{31}$

**別解** 与式を整理すると  $x^2+2 \cdot 5x-6=0$

よって  $x=\frac{-5 \pm \sqrt{5^2-1 \cdot (-6)}}{1} = -5 \pm \sqrt{31}$

**11** 次の 2 次方程式を解け。

(1)  $2x(2x+1)=x(x+1)$  (2)  $6x^2-x-1=0$  (3)  $4x^2-12x+9=0$

(4)  $5x=3(1-x^2)$  (5)  $12x^2+7x-12=0$  (6)  $x^2+14x-67=0$

**解答** (1)  $x=0, -\frac{1}{3}$  (2)  $x=\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}$  (3)  $x=\frac{3}{2}$  (4)  $x=\frac{-5 \pm \sqrt{61}}{6}$

(5)  $x=-\frac{4}{3}, \frac{3}{4}$  (6)  $x=-7 \pm 2\sqrt{29}$

**解説**

(1) 与式を展開して整理すると  $3x^2+x=0$

ゆえに  $x(3x+1)=0$  よって  $x=0, -\frac{1}{3}$

(2) 左辺を因数分解して  $(2x-1)(3x+1)=0$

ゆえに  $2x-1=0$  または  $3x+1=0$

よって  $x=\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}$

(3) 左辺を因数分解して  $(2x-3)^2=0$

ゆえに  $2x-3=0$  よって  $x=\frac{3}{2}$

(4) 与式を整理すると  $3x^2+5x-3=0$

解の公式により  $x=\frac{-5 \pm \sqrt{5^2-4 \cdot 3 \cdot (-3)}}{2 \cdot 3} = \frac{-5 \pm \sqrt{61}}{6}$

(5) 左辺を因数分解して  $(3x+4)(4x-3)=0$

ゆえに  $3x+4=0$  または  $4x-3=0$

よって  $x=-\frac{4}{3}, \frac{3}{4}$

(6) 与式は  $x^2+2 \cdot 7x-67=0$

解の公式により  $x=\frac{-7 \pm \sqrt{7^2-1 \cdot (-67)}}{1} = -7 \pm \sqrt{116}$   
 $= -7 \pm 2\sqrt{29}$

**12** (1) 次の 2 次方程式を解け。

(ア)  $-0.5x^2-\frac{3}{2}x+10=0$  (イ)  $\sqrt{2}x^2-5x+2\sqrt{2}=0$

(2) 方程式  $3(x+1)^2+5(x+1)-2=0$  を、おき換えを利用して解け。

(3) 方程式  $x^2+x+|x-1|=5$  を解け。

**解答** (1) (ア)  $x=\frac{-3 \pm \sqrt{89}}{2}$  (イ)  $x=2\sqrt{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}$  (2)  $x=-3, -\frac{2}{3}$   
 (3)  $x=-2, -1+\sqrt{7}$

**解説**

(1) (ア) 両辺に  $-2$  を掛けて  $x^2+3x-20=0$

よって  $x=\frac{-3 \pm \sqrt{3^2-4 \cdot 1 \cdot (-20)}}{2 \cdot 1} = \frac{-3 \pm \sqrt{89}}{2}$

(イ) 両辺に  $\sqrt{2}$  を掛けて  $2x^2-5\sqrt{2}x+4=0$

よって  $x=\frac{5\sqrt{2} \pm \sqrt{(-5\sqrt{2})^2-4 \cdot 2 \cdot 4}}{2 \cdot 2} = \frac{5\sqrt{2} \pm 3\sqrt{2}}{4}$

したがって  $x=2\sqrt{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}$

$$\begin{array}{rcl} 2 & \times & -1 \longrightarrow -3 \\ 3 & & 1 \longrightarrow 2 \\ \hline 6 & -1 & -1 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} 3 & \times & 4 \longrightarrow 16 \\ 4 & & -3 \longrightarrow -9 \\ \hline 12 & -12 & 7 \end{array}$$

(2)  $x+1=X$  とおくと  $3X^2+5X-2=0$

ゆえに  $(X+2)(3X-1)=0$

よって  $X=-2, \frac{1}{3}$  すなわち  $x+1=-2, \frac{1}{3}$

ゆえに  $x=-3, -\frac{2}{3}$

(3) [1]  $x \geq 1$  のとき、方程式は  $x^2+x+x-1=5$

整理すると  $x^2+2x-6=0$  よって  $x=-1 \pm \sqrt{7}$

$x \geq 1$  を満たすものは  $x=-1+\sqrt{7}$

[2]  $x < 1$  のとき、方程式は  $x^2+x-(x-1)=5$

整理すると  $x^2=4$  よって  $x=\pm 2$

$x < 1$  を満たすものは  $x=-2$

[1], [2] から、求める解は  $x=-2, -1+\sqrt{7}$

[13] 次の方程式を解け。

(1)  $\frac{x^2}{15} - \frac{x}{3} = \frac{1}{5}(x+1)$  (2)  $-\sqrt{3}x^2 - 2x + 5\sqrt{3} = 0$

(3)  $4(x-2)^2 + 10(x-2) + 5 = 0$  (4)  $x^2 - 3x - |x-2| - 2 = 0$

[解答] (1)  $x=4 \pm \sqrt{19}$  (2)  $x=\sqrt{3}, -\frac{5\sqrt{3}}{3}$  (3)  $x=\frac{3 \pm \sqrt{5}}{4}$   
(4)  $x=4, 1-\sqrt{5}$

[解説]

(1) 両辺に 15 を掛けて  $x^2-5x=3(x+1)$

整理すると  $x^2-8x-3=0$

よって  $x=\frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2-1 \cdot (-3)}}{1}=4 \pm \sqrt{19}$

(2) 両辺に  $-\sqrt{3}$  を掛けて  $3x^2+2\sqrt{3}x-15=0$

よって  $x=\frac{-\sqrt{3} \pm \sqrt{(\sqrt{3})^2-3 \cdot (-15)}}{3}=\frac{-\sqrt{3} \pm 4\sqrt{3}}{3}$

したがって  $x=\sqrt{3}, -\frac{5\sqrt{3}}{3}$

[別解] 両辺に  $-1$  を掛けて  $\sqrt{3}x^2+2x-5\sqrt{3}=0$

左辺を因数分解して  $(x-\sqrt{3})(\sqrt{3}x+5)=0$

よって  $x=\sqrt{3}, -\frac{5}{\sqrt{3}}$

すなわち  $x=\sqrt{3}, -\frac{5\sqrt{3}}{3}$

(3)  $x-2=X$  とおくと  $4X^2+10X+5=0$

ゆえに  $X=\frac{-5 \pm \sqrt{5^2-4 \cdot 5}}{4}=\frac{-5 \pm \sqrt{5}}{4}$

よって  $x=X+2=\frac{-5 \pm \sqrt{5}}{4}+2=\frac{3 \pm \sqrt{5}}{4}$

(4) [1]  $x \geq 2$  のとき、方程式は  $x^2-3x-(x-2)-2=0$

ゆえに  $x^2-4x=0$  よって  $x(x-4)=0$

ゆえに  $x=0, 4$   $x \geq 2$  を満たすものは  $x=4$

[2]  $x < 2$  のとき、方程式は  $x^2-3x+(x-2)-2=0$

ゆえに  $x^2-2x-4=0$

よって  $x=-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2-1 \cdot (-4)}=1 \pm \sqrt{5}$

$x < 2$  を満たすものは  $x=1-\sqrt{5}$

[1], [2] から、求める解は  $x=4, 1-\sqrt{5}$

[14] 次の方程式を解け。

(1)  $x^2+\frac{1}{2}x=\frac{1}{3}\left(1-\frac{1}{2}x\right)$  (2)  $3(x+2)^2+12(x+2)+10=0$

(3)  $(2+\sqrt{3})x^2+2(\sqrt{3}+1)x+2=0$  (4)  $2x^2-5|x|+3=0$

[解答] (1)  $x=-1, \frac{1}{3}$  (2)  $x=\frac{-12 \pm \sqrt{6}}{3}$  (3)  $x=1-\sqrt{3}$   
(4)  $x=\pm 1, \pm \frac{3}{2}$

[解説]

(1) 方程式から  $x^2+\frac{1}{2}x=\frac{1}{3}-\frac{1}{6}x$

両辺に 6 を掛けて  $6x^2+3x=2-x$

ゆえに  $3x^2+2x-1=0$

よって  $(x+1)(3x-1)=0$

したがって  $x=-1, \frac{1}{3}$

(2)  $x+2=X$  とおくと  $3X^2+12X+10=0$

解の公式により  $X=\frac{-6 \pm \sqrt{6^2-3 \cdot 10}}{3}=-2 \pm \frac{\sqrt{6}}{3}$

よって  $x=X-2=-2 \pm \frac{\sqrt{6}}{3}-2=-4 \pm \frac{\sqrt{6}}{3}=\frac{-12 \pm \sqrt{6}}{3}$

(3) 両辺に  $(2-\sqrt{3})$  を掛けて

$\{2^2-(\sqrt{3})^2\}x^2+2(\sqrt{3}+1)(2-\sqrt{3})x+2(2-\sqrt{3})=0$

整理すると  $x^2-2(1-\sqrt{3})x+2(2-\sqrt{3})=0$

解の公式により  $x=1-\sqrt{3} \pm \sqrt{(1-\sqrt{3})^2-2(2-\sqrt{3})}$   
 $=1-\sqrt{3} \pm \sqrt{(4-2\sqrt{3})-4+2\sqrt{3}}$   
 $=1-\sqrt{3}$

(4) [1]  $x \geq 0$  のとき、方程式は  $2x^2-5x+3=0$

ゆえに  $(x-1)(2x-3)=0$  よって  $x=1, \frac{3}{2}$

これらはともに  $x \geq 0$  を満たす。

[2]  $x < 0$  のとき、方程式は  $2x^2+5x+3=0$

ゆえに  $(x+1)(2x+3)=0$  よって  $x=-1, -\frac{3}{2}$

これらはともに  $x < 0$  を満たす。

以上から、求める解は  $x=\pm 1, \pm \frac{3}{2}$

[別解]  $x^2=|x|^2$  であるから、方程式は  $2|x|^2-5|x|+3=0$

ゆえに  $(|x|-1)(2|x|-3)=0$

よって  $|x|=1, \frac{3}{2}$  すなわち  $x=\pm 1, \pm \frac{3}{2}$

[15] 次の 2 次方程式を因数分解を利用して解け。

(1)  $x^2-4x=0$  (2)  $x^2-3x+2=0$  (3)  $x^2+4x-5=0$   
(4)  $4x^2+8x+3=0$  (5)  $4x^2-49=0$  (6)  $9x^2-30x+25=0$

[解答] (1)  $x=0, 4$  (2)  $x=1, 2$  (3)  $x=1, -5$  (4)  $x=-\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}$

(5)  $x=-\frac{7}{2}, \frac{7}{2}$  (6)  $x=\frac{5}{3}$

[解説]

(1) 左辺を因数分解すると  $x(x-4)=0$

よって  $x=0$  または  $x-4=0$

したがって  $x=0, 4$

(2) 左辺を因数分解すると  $(x-1)(x-2)=0$

よって  $x-1=0$  または  $x-2=0$

したがって  $x=1, 2$

(3) 左辺を因数分解すると  $(x-1)(x+5)=0$

よって  $x-1=0$  または  $x+5=0$

したがって  $x=1, -5$

(4) 左辺を因数分解すると  $(2x+1)(2x+3)=0$

よって  $2x+1=0$  または  $2x+3=0$

したがって  $x=-\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}$

(5) 左辺を因数分解すると  $(2x+7)(2x-7)=0$

よって  $2x+7=0$  または  $2x-7=0$

したがって  $x=-\frac{7}{2}, \frac{7}{2}$

(6) 左辺を因数分解すると  $(3x-5)^2=0$

よって  $3x-5=0$

したがって  $x=\frac{5}{3}$

[16] 次の 2 次方程式を平方根を利用して解け。

(1)  $9x^2=16$  (2)  $25x^2-7=0$  (3)  $(x+1)^2-3=0$

[解答] (1)  $x=\pm \frac{4}{3}$  (2)  $x=\pm \frac{\sqrt{7}}{5}$  (3)  $x=-1 \pm \sqrt{3}$

[解説]

(1) 両辺を 9 で割ると  $x^2=\frac{16}{9}$

よって  $x=\pm \sqrt{\frac{16}{9}}=\pm \frac{4}{3}$

(2) 移項すると  $25x^2=7$

両辺を 25 で割ると  $x^2=\frac{7}{25}$

よって  $x=\pm \sqrt{\frac{7}{25}}=\pm \frac{\sqrt{7}}{5}$

(3) 移項すると  $(x+1)^2=3$

よって  $x+1=\pm \sqrt{3}$

ゆえに  $x=-1 \pm \sqrt{3}$

[17] 次の 2 次方程式を解の公式を利用して解け。

(1)  $x^2+5x+2=0$  (2)  $3x^2-5x-1=0$  (3)  $-2x^2+11x-5=0$   
(4)  $x^2+14x-3=0$  (5)  $4x^2-12x+9=0$  (6)  $3x^2-15\sqrt{3}x+54=0$

[解答] (1)  $x = \frac{-5 \pm \sqrt{17}}{2}$  (2)  $x = \frac{5 \pm \sqrt{37}}{6}$  (3)  $x = 5, \frac{1}{2}$   
 (4)  $x = -7 \pm 2\sqrt{13}$  (5)  $x = \frac{3}{2}$  (6)  $x = 3\sqrt{3}, 2\sqrt{3}$

[解説]

(1)  $x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2 \cdot 1} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 8}}{2} = \frac{-5 \pm \sqrt{17}}{2}$   
 (2)  $x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-1)}}{2 \cdot 3} = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 12}}{6} = \frac{5 \pm \sqrt{37}}{6}$   
 (3) 両辺に  $-1$  を掛けると  $2x^2 - 11x + 5 = 0$   

$$x = \frac{-(-11) \pm \sqrt{(-11)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 5}}{2 \cdot 2} = \frac{11 \pm \sqrt{121 - 40}}{4} = \frac{11 \pm \sqrt{81}}{4} = \frac{11 \pm 9}{4}$$
  
 よって  $x = \frac{20}{4}$  または  $x = \frac{2}{4}$   
 ゆえに  $x = 5, \frac{1}{2}$   
 (4)  $x = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 1 \cdot (-3)}}{1} = -7 \pm \sqrt{49 + 3} = -7 \pm \sqrt{52} = -7 \pm 2\sqrt{13}$   
 (5)  $x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 9}}{4} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 36}}{4} = \frac{6 \pm \sqrt{0}}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$   
 (6) 両辺を  $3$  で割ると  $x^2 - 5\sqrt{3}x + 18 = 0$   

$$x = \frac{-(-5\sqrt{3}) \pm \sqrt{(-5\sqrt{3})^2 - 4 \cdot 1 \cdot 18}}{2 \cdot 1} = \frac{5\sqrt{3} \pm \sqrt{75 - 72}}{2} = \frac{5\sqrt{3} \pm \sqrt{3}}{2}$$
  
 よって  $x = \frac{6\sqrt{3}}{2}$  または  $x = \frac{4\sqrt{3}}{2}$   
 ゆえに  $x = 3\sqrt{3}, 2\sqrt{3}$

[18] 次の 2 次方程式を解け。

(1)  $-x^2 - 2x + 1 = 0$  (2)  $(x + 2)(x + 3) = 2$   
 (3)  $0.2x^2 - 0.5x - 1.2 = 0$  (4)  $2(x + 1)^2 = (x + 2)(x - 1) + 2$   
 (5)  $\frac{1}{6}x^2 + \frac{1}{4}x - \frac{3}{4} = 0$  (6)  $\frac{1}{3}x^2 - \frac{5}{2}x + 1 = 0$   
 (7)  $x^2 + 2|x| - 3 = 0$  (8)  $x^2 - 9|x| + 18 = 0$

[解答] (1)  $x = -1 \pm \sqrt{2}$  (2)  $x = -1, -4$  (3)  $x = 4, -\frac{3}{2}$  (4)  $x = -1, -2$   
 (5)  $x = -3, \frac{3}{2}$  (6)  $x = \frac{15 \pm \sqrt{177}}{4}$  (7)  $x = \pm 1$  (8)  $x = \pm 3, \pm 6$

[解説]

(1) 両辺に  $-1$  を掛けると  $x^2 + 2x - 1 = 0$   
 よって  $x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 1 \cdot (-1)}}{1} = -1 \pm \sqrt{2}$   
 (2) 左辺を展開すると  $x^2 + 5x + 6 = 2$   
 移項すると  $x^2 + 5x + 4 = 0$   
 左辺を因数分解して  $(x + 1)(x + 4) = 0$   
 よって  $x = -1, -4$   
 (3) 両辺に  $10$  を掛けると  $2x^2 - 5x - 12 = 0$   
 左辺を因数分解して  $(x - 4)(2x + 3) = 0$   
 よって  $x = 4, -\frac{3}{2}$   
 (4) 両辺を展開すると  $2x^2 + 4x + 2 = x^2 + x - 2 + 2$

移項して整理すると  $x^2 + 3x + 2 = 0$   
 左辺を因数分解して  $(x + 1)(x + 2) = 0$   
 よって  $x = -1, -2$   
 (5) 両辺に  $12$  を掛けると  $2x^2 + 3x - 9 = 0$   
 左辺を因数分解して  $(x + 3)(2x - 3) = 0$   
 よって  $x = -3, \frac{3}{2}$   
 (6) 両辺に  $6$  を掛けると  $2x^2 - 15x + 6 = 0$   
 よって  $x = \frac{-(-15) \pm \sqrt{(-15)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 6}}{2 \cdot 2} = \frac{15 \pm \sqrt{225 - 48}}{4} = \frac{15 \pm \sqrt{177}}{4}$   
 (7) [1]  $x \geq 0$  のとき  $|x| = x$  であるから方程式は  $x^2 + 2x - 3 = 0$   
 左辺を因数分解して  $(x - 1)(x + 3) = 0$   
 よって  $x = 1, -3$   
 $x \geq 0$  であるから  $x = 1$   
 [2]  $x < 0$  のとき  $|x| = -x$  であるから方程式は  $x^2 - 2x - 3 = 0$   
 左辺を因数分解して  $(x + 1)(x - 3) = 0$   
 よって  $x = -1, 3$   
 $x < 0$  であるから  $x = -1$   
 [1], [2] から、求める解は  $x = \pm 1$   
 (8) [1]  $x \geq 0$  のとき  $|x| = x$  であるから方程式は  $x^2 - 9x + 18 = 0$   
 左辺を因数分解して  $(x - 3)(x - 6) = 0$   
 よって  $x = 3, 6$   
 これらは  $x \geq 0$  を満たす。  
 [2]  $x < 0$  のとき  $|x| = -x$  であるから方程式は  $x^2 + 9x + 18 = 0$   
 左辺を因数分解して  $(x + 3)(x + 6) = 0$   
 よって  $x = -3, -6$   
 これらは  $x < 0$  を満たす。  
 [1], [2] から、求める解は  $x = \pm 3, \pm 6$

[19] 次の 2 次方程式を解け。

(1)  $(2x - 1)^2 = 6$  (2)  $x^2 + 3x - 28 = 0$  (3)  $x^2 + 7x + 3 = 0$   
 (4)  $x^2 - 14x + 49 = 0$  (5)  $4x^2 - 7x - 15 = 0$  (6)  $3(x - 1)^2 = 2x + 1$

[解答] (1)  $x = \frac{1 \pm \sqrt{6}}{2}$  (2)  $x = -7, 4$  (3)  $x = \frac{-7 \pm \sqrt{37}}{2}$   
 (4)  $x = 7$  (5)  $x = 3, -\frac{5}{4}$  (6)  $x = \frac{4 \pm \sqrt{10}}{3}$

[解説]

(1)  $(2x - 1)^2 = 6$  から  $2x - 1 = \pm \sqrt{6}$   
 よって  $2x = 1 \pm \sqrt{6}$  ゆえに  $x = \frac{1 \pm \sqrt{6}}{2}$   
 (2) 左辺を因数分解して  $(x + 7)(x - 4) = 0$   
 よって  $x = -7, 4$   
 (3) 解の公式により  

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3}}{2 \cdot 1} = \frac{-7 \pm \sqrt{37}}{2}$$
  
 (4) 左辺を因数分解して  $(x - 7)^2 = 0$  よって  $x = 7$

(5) 左辺を因数分解して  $(x - 3)(4x + 5) = 0$   

$$\begin{array}{ccc} 1 & \times & -3 \longrightarrow -12 \\ 4 & & 5 \longrightarrow 5 \\ \hline & -15 & -7 \end{array}$$
  
 よって  $x = 3, -\frac{5}{4}$   
 (6)  $3(x - 1)^2 = 2x + 1$  から  $3(x^2 - 2x + 1) = 2x + 1$   
 よって  $3x^2 - 8x + 2 = 0$   
 解の公式により  $x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 3 \cdot 2}}{3} = \frac{4 \pm \sqrt{10}}{3}$

[20] 次の 2 次方程式を解け。

(1)  $x^2 = 7$  (2)  $4x^2 - 5 = 0$  (3)  $(x + 1)^2 = 2$   
 (4)  $x^2 + x - 6 = 0$  (5)  $x^2 + 8x + 15 = 0$  (6)  $16x^2 - 24x + 9 = 0$   
 (7)  $2x^2 - 13x + 15 = 0$  (8)  $6x^2 + 7x - 5 = 0$  (9)  $4x^2 - 3x - 27 = 0$

[解答] (1)  $x = \pm \sqrt{7}$  (2)  $x = \pm \frac{\sqrt{5}}{2}$  (3)  $x = -1 \pm \sqrt{2}$  (4)  $x = -3, 2$   
 (5)  $x = -3, -5$  (6)  $x = \frac{3}{4}$  (7)  $x = 5, \frac{3}{2}$  (8)  $x = \frac{1}{2}, -\frac{5}{3}$   
 (9)  $x = 3, -\frac{9}{4}$

[解説]

(1)  $x^2 = 7$  から  $x = \pm \sqrt{7}$   
 (2)  $4x^2 - 5 = 0$  から  $4x^2 = 5$  よって  $x^2 = \frac{5}{4}$   
 ゆえに  $x = \pm \sqrt{\frac{5}{4}} = \pm \frac{\sqrt{5}}{2}$   
 (3)  $(x + 1)^2 = 2$  から  $x + 1 = \pm \sqrt{2}$  よって  $x = -1 \pm \sqrt{2}$   
 (4) 左辺を因数分解して  $(x + 3)(x - 2) = 0$   
 よって  $x = -3, 2$   
 (5) 左辺を因数分解して  $(x + 3)(x + 5) = 0$   
 よって  $x = -3, -5$   
 (6) 左辺を因数分解して  $(4x - 3)^2 = 0$   
 よって  $x = \frac{3}{4}$   
 (7) 左辺を因数分解して  $(x - 5)(2x - 3) = 0$   

$$\begin{array}{ccc} 1 & \times & -5 \longrightarrow -10 \\ 2 & & -3 \longrightarrow -3 \\ \hline & 15 & -13 \end{array}$$
  
 よって  $x = 5, \frac{3}{2}$   
 (8) 左辺を因数分解して  $(2x - 1)(3x + 5) = 0$   

$$\begin{array}{ccc} 2 & \times & -1 \longrightarrow -3 \\ 3 & & 5 \longrightarrow 10 \\ \hline & -5 & 7 \end{array}$$
  
 よって  $x = \frac{1}{2}, -\frac{5}{3}$   
 (9) 左辺を因数分解して  $(x - 3)(4x + 9) = 0$   

$$\begin{array}{ccc} 1 & \times & -3 \longrightarrow -12 \\ 4 & & 9 \longrightarrow 9 \\ \hline & -27 & -3 \end{array}$$
  
 よって  $x = 3, -\frac{9}{4}$

[21] 次の 2 次方程式を解け。

(1)  $2x^2 + 5x - 1 = 0$  (2)  $3x^2 + x - 3 = 0$  (3)  $x^2 - 7x + 4 = 0$   
 (4)  $x^2 - 2x - 5 = 0$  (5)  $2(x + 1)^2 = 2x + 5$  (6)  $x^2 + 4\sqrt{2}x + 8 = 0$

**解答** (1)  $x = \frac{-5 \pm \sqrt{33}}{4}$  (2)  $x = \frac{-1 \pm \sqrt{37}}{6}$  (3)  $x = \frac{7 \pm \sqrt{33}}{2}$

(4)  $x = 1 \pm \sqrt{6}$  (5)  $x = \frac{-1 \pm \sqrt{7}}{2}$  (6)  $x = -2\sqrt{2}$

**解説**

(1) 解の公式により  $x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-1)}}{2 \cdot 2} = \frac{-5 \pm \sqrt{33}}{4}$

(2) 解の公式により  $x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-3)}}{2 \cdot 3} = \frac{-1 \pm \sqrt{37}}{6}$

(3) 解の公式により  $x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2 \cdot 1} = \frac{7 \pm \sqrt{33}}{2}$

(4) 解の公式により  $x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 1 \cdot (-5)}}{1} = 1 \pm \sqrt{6}$

(5) 左辺を展開して  $2x^2 + 4x + 2 = 2x + 5$   
整理すると  $2x^2 + 2x - 3 = 0$   
解の公式により  $x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 2 \cdot (-3)}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{7}}{2}$

(6) 解の公式により  $x = \frac{-2\sqrt{2} \pm \sqrt{(2\sqrt{2})^2 - 1 \cdot 8}}{1} = -2\sqrt{2}$

**別解**  $x^2 + 4\sqrt{2}x + 8 = 0$  から  $x^2 + 2 \cdot 2\sqrt{2}x + (2\sqrt{2})^2 = 0$   
ゆえに  $(x + 2\sqrt{2})^2 = 0$  よって  $x = -2\sqrt{2}$

**22** 解の公式を利用して、次の2次方程式を解け。

(1)  $x^2 - 2x - 2 = 0$  (2)  $-5x^2 + 4x + 2 = 0$   
(3)  $2x^2 - 4\sqrt{3}x + 6 = 0$  (4)  $\sqrt{3}x^2 - 4x - 2 = 0$

**解答** (1)  $x = 1 \pm \sqrt{3}$  (2)  $x = \frac{2 \pm \sqrt{14}}{5}$  (3)  $x = \sqrt{3}$

(4)  $x = 1 + \sqrt{3}, \frac{\sqrt{3} - 3}{3}$

**解説**

(1)  $x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2)}}{2 \cdot 1} = \frac{2 \pm \sqrt{12}}{2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{3}}{2} = 1 \pm \sqrt{3}$

(2)  $x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot (-5) \cdot 2}}{2 \cdot (-5)} = \frac{-4 \pm \sqrt{56}}{-10} = \frac{-4 \pm 2\sqrt{14}}{-10}$   
よって  $x = \frac{2 \pm \sqrt{14}}{5}$

**別解** 両辺に  $-1$  を掛けて  $5x^2 - 4x - 2 = 0$   
よって  $x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-2)}}{2 \cdot 5} = \frac{4 \pm \sqrt{56}}{10} = \frac{4 \pm 2\sqrt{14}}{10} = \frac{2 \pm \sqrt{14}}{5}$

(3)  $x = \frac{-(-4\sqrt{3}) \pm \sqrt{(-4\sqrt{3})^2 - 4 \cdot 2 \cdot 6}}{2 \cdot 2} = \frac{4\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}$

(4)  $x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot \sqrt{3} \cdot (-2)}}{2 \cdot \sqrt{3}} = \frac{4 \pm \sqrt{4(4 + 2\sqrt{3})}}{2\sqrt{3}} = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 2\sqrt{3}}}{\sqrt{3}}$   
 $= \frac{2 \pm \sqrt{(\sqrt{3} + 1)^2}}{\sqrt{3}} = \frac{2 \pm (\sqrt{3} + 1)}{\sqrt{3}}$   
よって  $x = 1 + \sqrt{3}, \frac{\sqrt{3} - 3}{3}$

**23** 次の2次方程式を解け。

(1)  $2(x+1)^2 = (x+2)(x+3)$  (2)  $2(x+2)^2 - (x+2) - 3 = 0$   
(3)  $0.2x^2 - 0.5x - 1.2 = 0$  (4)  $\frac{1}{3}x^2 - \frac{5}{2}x + 1 = 0$

**解答** (1)  $x = \frac{1 \pm \sqrt{17}}{2}$  (2)  $x = -3, -\frac{1}{2}$  (3)  $x = 4, -\frac{3}{2}$

(4)  $x = \frac{15 \pm \sqrt{177}}{4}$

**解説**

(1) 式を整理すると、 $2(x^2 + 2x + 1) = x^2 + 5x + 6$  から  $x^2 - x - 4 = 0$   
よって  $x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-4)}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{17}}{2}$

(2)  $x + 2 = X$  とおくと  $2X^2 - X - 3 = 0$   
左辺を因数分解すると  $(X + 1)(2X - 3) = 0$   
よって  $\{(x + 2) + 1\}\{2(x + 2) - 3\} = 0$   
すなわち  $(x + 3)(2x + 1) = 0$   
したがって  $x = -3, -\frac{1}{2}$

(3) 両辺を10倍すると  $2x^2 - 5x - 12 = 0$   
左辺を因数分解すると  $(x - 4)(2x + 3) = 0$   
よって  $x = 4, -\frac{3}{2}$

(4) 両辺を6倍すると  $2x^2 - 15x + 6 = 0$   
よって  $x = \frac{-(-15) \pm \sqrt{(-15)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 6}}{2 \cdot 2} = \frac{15 \pm \sqrt{177}}{4}$

**24** 次の2次方程式を解け。

(1)  $2x^2 - 3x = x^2 - 2$  (2)  $(x + 4)(x + 5) = 3(x + 1)(x + 2) - 4$   
(3)  $0.3x^2 + 0.7x + 0.2 = 0$  (4)  $\frac{1}{6}x^2 + \frac{1}{4}x - \frac{3}{4} = 0$   
(5)  $(x - 2)^2 + 2(x - 2) - 3 = 0$  (6)  $(x - 1)^2 + 3(x - 1) - 1 = 0$

**解答** (1)  $x = 1, 2$  (2)  $x = \pm 3$  (3)  $x = -2, -\frac{1}{3}$

(4)  $x = -3, \frac{3}{2}$  (5)  $x = -1, 3$  (6)  $x = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$

**解説**

(1) 整理すると  $x^2 - 3x + 2 = 0$   
左辺を因数分解して  $(x - 1)(x - 2) = 0$   
よって  $x = 1, 2$

(2) 両辺を展開して  $x^2 + 9x + 20 = 3x^2 + 9x + 6 - 4$   
整理すると  $2x^2 - 18 = 0$   
すなわち  $x^2 = 9$   
よって  $x = \pm 3$

(3) 両辺に10を掛けると  $3x^2 + 7x + 2 = 0$   
左辺を因数分解して  $(x + 2)(3x + 1) = 0$   
よって  $x = -2, -\frac{1}{3}$

(4) 両辺に12を掛けると  $2x^2 + 3x - 9 = 0$   
左辺を因数分解して  $(x + 3)(2x - 3) = 0$

よって  $x = -3, \frac{3}{2}$

(5) 左辺を因数分解すると  $\{(x - 2) + 3\}\{(x - 2) - 1\} = 0$   
よって  $(x + 1)(x - 3) = 0$   
したがって  $x = -1, 3$

(6)  $x - 1 = A$  とおくと  $A^2 + 3A - 1 = 0$   
解の公式により  $A = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1)}}{2 \cdot 1} = \frac{-3 \pm \sqrt{13}}{2}$   
すなわち  $x - 1 = \frac{-3 \pm \sqrt{13}}{2}$   
よって  $x = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$

**25** 次の2次方程式を解け。

(1)  $x(x - 5) = 0$  (2)  $x^2 + 2x - 8 = 0$  (3)  $x^2 + 6x + 9 = 0$   
(4)  $x^2 - 9x + 14 = 0$  (5)  $2x^2 + x = 0$  (6)  $2x^2 + 5x + 2 = 0$   
(7)  $3x^2 - 7x - 6 = 0$  (8)  $6x^2 + x - 12 = 0$  (9)  $4x^2 - 4x + 1 = 0$

**解答** (1)  $x = 0, 5$  (2)  $x = 2, -4$  (3)  $x = -3$  (4)  $x = 2, 7$

(5)  $x = 0, -\frac{1}{2}$  (6)  $x = -2, -\frac{1}{2}$  (7)  $x = 3, -\frac{2}{3}$  (8)  $x = -\frac{3}{2}, \frac{4}{3}$

(9)  $x = \frac{1}{2}$

**解説**

(1)  $x(x - 5) = 0$  から  $x = 0$  または  $x - 5 = 0$   
したがって  $x = 0, 5$

(2) 左辺を因数分解すると  $(x - 2)(x + 4) = 0$   
よって  $x - 2 = 0$  または  $x + 4 = 0$   
したがって  $x = 2, -4$

(3) 左辺を因数分解すると  $(x + 3)^2 = 0$   
よって  $x + 3 = 0$   
したがって  $x = -3$

(4) 左辺を因数分解すると  $(x - 2)(x - 7) = 0$   
よって  $x - 2 = 0$  または  $x - 7 = 0$   
したがって  $x = 2, 7$

(5) 左辺を因数分解すると  $x(2x + 1) = 0$   
よって  $x = 0$  または  $2x + 1 = 0$   
したがって  $x = 0, -\frac{1}{2}$

(6) 左辺を因数分解すると  $(x + 2)(2x + 1) = 0$   
よって  $x + 2 = 0$  または  $2x + 1 = 0$   
したがって  $x = -2, -\frac{1}{2}$

(7) 左辺を因数分解すると  $(x - 3)(3x + 2) = 0$   
よって  $x - 3 = 0$  または  $3x + 2 = 0$   
したがって  $x = 3, -\frac{2}{3}$

(8) 左辺を因数分解すると  $(2x + 3)(3x - 4) = 0$   
よって  $2x + 3 = 0$  または  $3x - 4 = 0$



$$\text{したがって} \quad x = -\frac{3}{2}, \frac{4}{3}$$

$$(9) \quad \text{左辺を因数分解すると} \quad (2x-1)^2=0$$

$$\text{よって} \quad 2x-1=0$$

$$\text{したがって} \quad x=\frac{1}{2}$$

26 次の2次方程式を解け。

$$(1) \quad 25x^2=9$$

$$(2) \quad (x-1)^2=2$$

$$(3) \quad (3x-4)^2=25$$

$$\text{解答} \quad (1) \quad x=\pm\frac{3}{5} \quad (2) \quad x=1\pm\sqrt{2} \quad (3) \quad x=3, -\frac{1}{3}$$

解説

$$(1) \quad 25x^2=9 \text{ から} \quad x^2=\frac{9}{25}$$

$$\text{よって} \quad x=\pm\sqrt{\frac{9}{25}}=\pm\frac{3}{5}$$

$$(2) \quad (x-1)^2=2 \text{ から} \quad x-1=\pm\sqrt{2}$$

$$\text{よって} \quad x=1\pm\sqrt{2}$$

$$(3) \quad (3x-4)^2=25 \text{ から} \quad 3x-4=\pm 5$$

$$\text{よって} \quad 3x-4=5, \quad 3x-4=-5$$

$$\text{したがって} \quad x=3, -\frac{1}{3}$$

27 次の2次方程式を解け。

$$(1) \quad x^2+x-3=0$$

$$(2) \quad 2x^2-5x+1=0$$

$$(3) \quad x^2-4x-1=0$$

$$(4) \quad 4x^2+12x+7=0$$

$$(5) \quad 3x^2-9x+5=0$$

$$(6) \quad 8x^2+2x-1=0$$

$$(7) \quad x^2-\sqrt{6}x-1=0$$

$$(8) \quad x^2+2\sqrt{7}x+5=0$$

$$\text{解答} \quad (1) \quad x=\frac{-1\pm\sqrt{13}}{2} \quad (2) \quad x=\frac{5\pm\sqrt{17}}{4} \quad (3) \quad x=2\pm\sqrt{5}$$

$$(4) \quad x=\frac{-3\pm\sqrt{2}}{2} \quad (5) \quad x=\frac{9\pm\sqrt{21}}{6} \quad (6) \quad x=\frac{1}{4}, -\frac{1}{2}$$

$$(7) \quad x=\frac{\sqrt{6}\pm\sqrt{10}}{2} \quad (8) \quad x=-\sqrt{7}\pm\sqrt{2}$$

解説

$$(1) \quad \text{解の公式により}$$

$$x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\cdot 1\cdot (-3)}}{2\cdot 1}=\frac{-1\pm\sqrt{13}}{2}$$

$$(2) \quad \text{解の公式により}$$

$$x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\cdot 2\cdot 1}}{2\cdot 2}=\frac{5\pm\sqrt{17}}{4}$$

$$(3) \quad \text{解の公式により}$$

$$x=\frac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-4\cdot 1\cdot (-1)}}{2\cdot 1}=\frac{4\pm\sqrt{20}}{2}$$

$$=\frac{4\pm 2\sqrt{5}}{2}=2\pm\sqrt{5}$$

$$\text{別解} \quad x=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-1\cdot (-1)}}{1}=2\pm\sqrt{5}$$

$$(4) \quad \text{解の公式により}$$

$$x=\frac{-12\pm\sqrt{12^2-4\cdot 4\cdot 7}}{2\cdot 4}=\frac{-12\pm\sqrt{32}}{8}$$

$$=\frac{-12\pm 4\sqrt{2}}{8}=\frac{-3\pm\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{別解} \quad x=\frac{-6\pm\sqrt{6^2-4\cdot 7}}{4}=\frac{-6\pm\sqrt{8}}{4}=\frac{-6\pm 2\sqrt{2}}{4}=\frac{-3\pm\sqrt{2}}{2}$$

$$(5) \quad \text{解の公式により}$$

$$x=\frac{-(-9)\pm\sqrt{(-9)^2-4\cdot 3\cdot 5}}{2\cdot 3}=\frac{9\pm\sqrt{21}}{6}$$

$$(6) \quad \text{解の公式により}$$

$$x=\frac{-2\pm\sqrt{2^2-4\cdot 8\cdot (-1)}}{2\cdot 8}=\frac{-2\pm\sqrt{36}}{16}=\frac{-2\pm 6}{16}$$

$$\frac{-2+6}{16}=\frac{1}{4}, \quad \frac{-2-6}{16}=-\frac{1}{2} \text{ であるから} \quad x=\frac{1}{4}, -\frac{1}{2}$$

$$\text{別解} \quad x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-8\cdot (-1)}}{8}=\frac{-1\pm\sqrt{9}}{8}=\frac{-1\pm 3}{8}$$

$$\frac{-1+3}{8}=\frac{1}{4}, \quad \frac{-1-3}{8}=-\frac{1}{2} \text{ であるから} \quad x=\frac{1}{4}, -\frac{1}{2}$$

$$\text{別解} \quad \text{左辺を因数分解して} \quad (2x+1)(4x-1)=0$$

$$\text{よって} \quad 2x+1=0 \text{ または } 4x-1=0$$

$$\text{したがって} \quad x=-\frac{1}{2}, \frac{1}{4}$$

$$(7) \quad \text{解の公式により}$$

$$x=\frac{-(-\sqrt{6})\pm\sqrt{(-\sqrt{6})^2-4\cdot 1\cdot (-1)}}{2\cdot 1}=\frac{\sqrt{6}\pm\sqrt{10}}{2}$$

$$(8) \quad \text{解の公式により}$$

$$x=\frac{-2\sqrt{7}\pm\sqrt{(2\sqrt{7})^2-4\cdot 1\cdot 5}}{2\cdot 1}=\frac{-2\sqrt{7}\pm\sqrt{8}}{2}$$

$$=\frac{-2\sqrt{7}\pm 2\sqrt{2}}{2}=-\sqrt{7}\pm\sqrt{2}$$

$$\text{別解} \quad x=\frac{-\sqrt{7}\pm\sqrt{(\sqrt{7})^2-1\cdot 5}}{1}=-\sqrt{7}\pm\sqrt{2}$$

28 次の2次方程式を解け。

$$(1) \quad x^2-4x-2=0$$

$$(2) \quad 2x^2-10x+1=0$$

$$(3) \quad 4x^2+11x-3=0$$

$$(4) \quad -2x^2+4x+3=0$$

$$(5) \quad x^2-\frac{7}{6}x-\frac{1}{2}=0$$

$$(6) \quad 20x-25-4x^2=0$$

$$(7) \quad (x+6)(x-1)=x(7-3x)$$

$$(8) \quad (x+2)^2-5(x+2)+5=0$$

$$(9) \quad 1.5x(2-0.5x)=0.5x+2$$

$$(10) \quad x^2-5\sqrt{3}x+18=0$$

$$\text{解答} \quad (1) \quad x=2\pm\sqrt{6} \quad (2) \quad x=\frac{5\pm\sqrt{23}}{2} \quad (3) \quad x=-3, \frac{1}{4} \quad (4) \quad x=\frac{2\pm\sqrt{10}}{2}$$

$$(5) \quad x=\frac{3}{2}, -\frac{1}{3} \quad (6) \quad x=\frac{5}{2} \quad (7) \quad x=-1, \frac{3}{2} \quad (8) \quad x=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$$

$$(9) \quad x=2, \frac{4}{3} \quad (10) \quad x=2\sqrt{3}, 3\sqrt{3}$$

解答

$$(1) \quad \text{解の公式により}$$

$$x=\frac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-4\cdot 1\cdot (-2)}}{2\cdot 1}=\frac{4\pm\sqrt{24}}{2}$$

$$=\frac{4\pm 2\sqrt{6}}{2}=2\pm\sqrt{6}$$

$$\text{別解} \quad x=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-1\cdot (-2)}}{1}=2\pm\sqrt{6}$$

$$(2) \quad \text{解の公式により}$$

$$x=\frac{-(-10)\pm\sqrt{(-10)^2-4\cdot 2\cdot 1}}{2\cdot 2}=\frac{10\pm\sqrt{92}}{4}$$

$$=\frac{10\pm 2\sqrt{23}}{4}=\frac{5\pm\sqrt{23}}{2}$$

$$\text{別解} \quad x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-2\cdot 1}}{2}=\frac{5\pm\sqrt{23}}{2}$$

$$(3) \quad \text{左辺を因数分解すると} \quad (x+3)(4x-1)=0$$

$$\text{よって} \quad x+3=0 \text{ または } 4x-1=0$$

$$\text{したがって} \quad x=-3, \frac{1}{4}$$

$$(4) \quad \text{両辺に} -1 \text{ を掛けて} \quad 2x^2-4x-3=0$$

$$\text{解の公式により}$$

$$x=\frac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-4\cdot 2\cdot (-3)}}{2\cdot 2}=\frac{4\pm\sqrt{40}}{4}$$

$$=\frac{4\pm 2\sqrt{10}}{4}=\frac{2\pm\sqrt{10}}{2}$$

$$\text{別解} \quad x=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-2\cdot (-3)}}{2}=\frac{2\pm\sqrt{10}}{2}$$

$$(5) \quad \text{両辺に} 6 \text{ を掛けて} \quad 6x^2-7x-3=0$$

$$\text{左辺を因数分解して} \quad (2x-3)(3x+1)=0$$

$$\text{よって} \quad 2x-3=0 \text{ または } 3x+1=0$$

$$\text{したがって} \quad x=\frac{3}{2}, -\frac{1}{3}$$

$$(6) \quad \text{両辺に} -1 \text{ を掛けて, 整理すると} \quad 4x^2-20x+25=0$$

$$\text{左辺を因数分解して} \quad (2x-5)^2=0$$

$$\text{すなわち} \quad 2x-5=0$$

$$\text{よって} \quad x=\frac{5}{2}$$

$$(7) \quad \text{両辺を展開して} \quad x^2+5x-6=7x-3x^2$$

$$\text{整理すると} \quad 4x^2-2x-6=0$$

$$\text{両辺を} 2 \text{ で割って} \quad 2x^2-x-3=0$$

$$\text{左辺を因数分解して} \quad (x+1)(2x-3)=0$$

$$\text{よって} \quad x+1=0 \text{ または } 2x-3=0$$

$$\text{したがって} \quad x=-1, \frac{3}{2}$$

$$(8) \quad x+2=X \text{ とおくと} \quad X^2-5X+5=0$$

$$\text{解の公式により}$$

$$X=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\cdot 1\cdot 5}}{2\cdot 1}=\frac{5\pm\sqrt{5}}{2}$$

$$\text{よって} \quad x+2=\frac{5\pm\sqrt{5}}{2}$$

$$\text{したがって} \quad x=\frac{5\pm\sqrt{5}}{2}-2=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$$

$$\text{別解} \quad \text{左辺を展開して整理すると} \quad x^2-x-1=0$$

$$\text{解の公式により}$$

$$x=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\cdot 1\cdot (-1)}}{2\cdot 1}=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$$

$$(9) \quad \text{両辺に} 100 \text{ を掛けて} \quad 15x(20-5x)=50x+200$$

両辺を 5 で割って

$3x(20-5x)=10x+40$

両辺を 5 で割って

$3x(4-x)=2x+8$

展開して整理すると

$3x^2-10x+8=0$

左辺を因数分解して

$(x-2)(3x-4)=0$

よって

$x-2=0$  または  $3x-4=0$

したがって

$x=2, \frac{4}{3}$

**参考** 最初に両辺に 4 を掛けてもよい。

(10) 解の公式により

$$x=\frac{-(-5\sqrt{3})\pm\sqrt{(-5\sqrt{3})^2-4\cdot1\cdot18}}{2\cdot1}=\frac{5\sqrt{3}\pm\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{5\sqrt{3}+\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}, \frac{5\sqrt{3}-\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3} \text{ であるから } x=2\sqrt{3}, 3\sqrt{3}$$

**29** 次の 2 次方程式を解け。

- (1)  $x^2=x$

(2)  $x^2=2x$
- (3)  $x^2=-x$

(4)  $2x^2=3x$

**解答** (1)  $x=0, 1$     (2)  $x=0, 2$     (3)  $x=-1, 0$     (4)  $x=0, \frac{3}{2}$

**解説**

- (1) 左辺に移項して  $x^2-x=0$     因数分解して  $x(x-1)=0$

よって  $x=0$     または  $x-1=0$

すなわち  $x=0$     または  $x=1$

ゆえに、解は  $x=0, 1$
- (2) 左辺に移項して  $x^2-2x=0$     因数分解して  $x(x-2)=0$

よって  $x=0$     または  $x-2=0$

すなわち  $x=0$     または  $x=2$

ゆえに、解は  $x=0, 2$
- (3) 左辺に移項して  $x^2+x=0$     因数分解して  $x(x+1)=0$

よって  $x=0$     または  $x+1=0$

すなわち  $x=0$     または  $x=-1$

ゆえに、解は  $x=0, -1$
- (4) 左辺に移項して  $2x^2-3x=0$     因数分解して  $x(2x-3)=0$

よって  $x=0$     または  $2x-3=0$

すなわち  $x=0$     または  $x=\frac{3}{2}$

ゆえに、解は  $x=0, \frac{3}{2}$