第４回定期考査（平面ベクトル）Ｒ３．１２．１０　　　　(　　)組(　　)番　名前(　　　　　　　　　　)

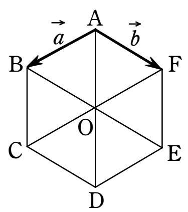
$\boxed{1}$ 線分 AB を 3：2 に内分する点を C，3：1 に外分する点を D とするとき，次の(　)に適する実数を求めよ。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{AC}}=(\quad\quad)\overrightarrow{\mathrm{AB}}$　(2) $\overrightarrow{\mathrm{AD}}=(\quad\quad)\overrightarrow{\mathrm{AB}}$　(3) $\overrightarrow{\mathrm{BC}}=(\quad\quad)\overrightarrow{\mathrm{AB}}$

$\boxed{2}$ $|\vec{a}|=3$ のとき，$\vec{a}$ と同じ向きの単位ベクトルを $\vec{a}$ を用いて表せ。

$\boxed{3}$ 正六角形 ABCDEF において，$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{AF}}=\vec{b}$ とするとき，次のベクトルを $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{AE}}$　(2) $\overrightarrow{\mathrm{DF}}$



$\boxed{4}$ $\vec{a}=(4,\ -3)$，$\vec{b}=(-1,\ 2)$ で，t は実数とする。$|\vec{a}+t\vec{b}|$ の最小値とそのときの t の値を求めよ。

$\boxed{5}$ $\vec{a}=(\sqrt{3},\ -1)$ に垂直で大きさが 4 のベクトル $\vec{b}$ を求めよ。

$\boxed{6}$ $|\vec{a}|=2$，$|\vec{b}|=1$ で，ベクトル $\vec{a}+\vec{b}$，$2\vec{a}-5\vec{b}$ が垂直であるとする。

(1) $\vec{a}\cdot\vec{b}$ を求めよ。　(2) $\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角 θ を求めよ。

$\boxed{7}$ $|\overrightarrow{\mathrm{OA}}|=3$，$|\overrightarrow{\mathrm{OB}}|=4$，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OB}}=6$ を満たす △OAB の面積 S を求めよ。

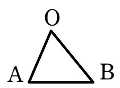
$\boxed{8}$ 平行四辺形 OABC の辺 OA と辺 OC を 2：1 に内分する点を，それぞれ D，E とし，対角線 OB を 1：2 に内分する点を F とする。このとき，3 点 D，F，E は一直線上にあることを証明せよ。

$\boxed{9}$ △OAB において，辺 OA の中点を C，辺 OB を 2：1 に内分する点を D とし，線分 AD と線分 BC の交点を P とする。$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$ とするとき，$\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。

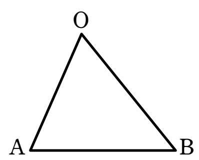
$\boxed{10}$ 法線ベクトルを利用して，2 直線 $\sqrt{3}x+y+2=0$，$-\sqrt{3}x+y-5=0$ のなす鋭角 α を求めよ。

$\boxed{11}$ △OAB と点 P に対して，$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=s\overrightarrow{\mathrm{OA}}+t\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ が成り立つとする。s，t が次の条件を満たすとき，点 P の存在範囲を図示せよ。ただし, 答えだけ図示すればよいが, 答えに必要な点は説明すること。

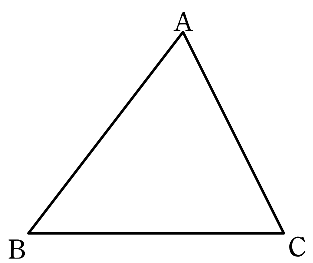
(1)　$s+t=3$



(2)　$s+6t=2$，$s \geqq 0$，$t \geqq 0$



$\boxed{12}$ △ABC と点 P に対して，等式 $3\overrightarrow{\mathrm{AP}}+4\overrightarrow{\mathrm{BP}}+5\overrightarrow{\mathrm{CP}}=\vec{0}$ が成り立つ。点 P は △ABC に対してどのような位置にあるか図示せよ。ただし, 答えだけ図示すればよいが, 答えに必要な点は説明すること。



$\boxed{13}$ $\mathrm{OA}=6$，$\mathrm{OB}=4$，$\angle\mathrm{AOB}=60^\circ$ である △OAB の垂心を H とする。$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$ とするとき，$\overrightarrow{\mathrm{OH}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。

$\boxed{14}$ 平面上に △OAB があり，s，t を実数とし，点 P を $\overrightarrow{\mathrm{OP}}=s\overrightarrow{\mathrm{OA}}+t\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ によって定める。s，t が $s \geqq 0$，$t \geqq 0$，$1 \leqq 2s+t \leqq 2$，$s+3t \leqq 3$ を満たすとき，点 P が存在しうる部分の面積は△OABの面積の何倍か。

[1] 線分 AB を 3 : 2 に内分する点を C，3 : 1 に外分する点を D とするとき，次の（　）に適する実数を求めよ。

(1) $\overrightarrow{AC}=($　　$)\overrightarrow{AB}$　(2) $\overrightarrow{AD}=($　　$)\overrightarrow{AB}$　(3) $\overrightarrow{BC}=($　　$)\overrightarrow{AB}$

解答　(1) $\frac{3}{5}$　(2) $\frac{3}{2}$　(3) $-\frac{2}{5}$　　各②

解説

(1) AC : AB = 3 : 5 であるから

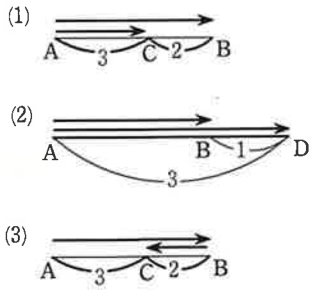
$\overrightarrow{AC}=\left(\frac{3}{5}\right)\overrightarrow{AB}$

(2) AD : AB = 3 : 2 であるから

$\overrightarrow{AD}=\left(\frac{3}{2}\right)\overrightarrow{AB}$　内分と まちがっている

(3) BC : AB = 2 : 5 であるから

$\overrightarrow{BC}=\left(-\frac{2}{5}\right)\overrightarrow{AB}$　マイナス ない



[2] $|\vec{a}|=3$ のとき，$\vec{a}$ と同じ向きの単位ベクトルを $\vec{a}$ を用いて表せ。

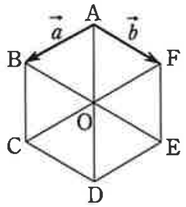
解答　$\frac{1}{3}\vec{a}$　④　　$\pm\frac{1}{3}\vec{a}$　②

解説

$|\vec{a}|=3$ より，$\vec{a}$ と同じ向きの単位ベクトルは　$\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}=\frac{1}{3}\vec{a}$

[3] 正六角形 ABCDEF において，$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AF}=\vec{b}$ とするとき，次のベクトルを $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。

(1) $\overrightarrow{AE}$　(2) $\overrightarrow{DF}$



解答　(1) $\overrightarrow{AE}=\vec{a}+2\vec{b}$　(2) $\overrightarrow{DF}=-2\vec{a}-\vec{b}$　各④

解説

(1) $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BE}=\vec{a}+2\vec{b}$

(2) $\overrightarrow{DF}=\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{CF}=-\vec{b}+(-2\vec{a})=-2\vec{a}-\vec{b}$

[4] $\vec{a}=(4,\ -3)$，$\vec{b}=(-1,\ 2)$ で，t は実数とする。$|\vec{a}+t\vec{b}|$ の最小値とそのときの t の値を求めよ。　③　②

解答　$t=2$ で最小値 $\sqrt{5}$　⑥

解説

$\vec{a}+t\vec{b}=(4,\ -3)+t(-1,\ 2)=(4-t,\ -3+2t)$ であるから

$|\vec{a}+t\vec{b}|^2=(4-t)^2+(-3+2t)^2=5t^2-20t+25$

$=5(t^2-4t)+25=5(t-2)^2+5$

よって，$|\vec{a}+t\vec{b}|^2$ は $t=2$ で最小値 5 をとる。

$|\vec{a}+t\vec{b}|\geqq 0$ であるから，このとき $|\vec{a}+t\vec{b}|$ も最小となる。

したがって　$t=2$ で最小値 $\sqrt{5}$

$|\vec{a}+t\vec{b}|^2$
$=|\vec{a}|^2+t\vec{a}\cdot\vec{b}+t^2|\vec{b}|^2$
$=|\vec{a}|^2+2t|\vec{a}||\vec{b}|+t^2|\vec{b}|^2$　ミスアリ
← 平方完成が 間違ってたらダメ
（平方完成で =0 をつけてる者が 解答に5つ程ある）

[5] $\vec{a}=(\sqrt{3},\ -1)$ に垂直で大きさが 4 のベクトル $\vec{b}$ を求めよ。

解答　$\vec{b}=(2,\ 2\sqrt{3})$，$(-2,\ -2\sqrt{3})$　⑥（各③）

解説

$\vec{b}=(x,\ y)$ とする。

$\vec{a}\perp\vec{b}$ であるから　$\vec{a}\cdot\vec{b}=0$　すなわち　$\sqrt{3}x-y=0$

よって　$y=\sqrt{3}x$　…… ①

$|\vec{b}|^2=4^2$ であるから　$x^2+y^2=4^2$　…… ②　$x^2+y^2=4$ ダメ

① を ② に代入すると　$x^2+(\sqrt{3}x)^2=16$

整理すると　$4x^2=16$　すなわち　$x=\pm 2$　③

① に代入して　$x=2$ のとき　$y=2\sqrt{3}$，

$x=-2$ のとき　$y=-2\sqrt{3}$

答　$\vec{b}=(2,\ 2\sqrt{3})$，$(-2,\ -2\sqrt{3})$

$\sqrt{x^2+y^2}=4$ より $x^2+y^2=2$ もダメ

[6] $|\vec{a}|=2$，$|\vec{b}|=1$ で，ベクトル $\vec{a}+\vec{b}$，$2\vec{a}-5\vec{b}$ が垂直であるとする。

(1) $\vec{a}\cdot\vec{b}$ を求めよ。　(2) $\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角 θ を求めよ。

解答　(1) 1　(2) 60°　各④

解説

(1) $(\vec{a}+\vec{b})\perp(2\vec{a}-5\vec{b})$ より　$(\vec{a}+\vec{b})\cdot(2\vec{a}-5\vec{b})=0$

よって　$2|\vec{a}|^2-3\vec{a}\cdot\vec{b}-5|\vec{b}|^2=0$

これに $|\vec{a}|=2$，$|\vec{b}|=1$ を代入して

$2\times 2^2-3\vec{a}\cdot\vec{b}-5\times 1^2=0$　②

したがって　$\vec{a}\cdot\vec{b}=1$

(2) (1) より，$\vec{a}\cdot\vec{b}=1$ であるから

$\cos\theta=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}=\frac{1}{2\times 1}=\frac{1}{2}$　②

$0°\leqq\theta\leqq 180°$ であるから　$\theta=60°$

$\cos\theta=60°$ 書きえダメ

[7] $|\overrightarrow{OA}|=3$，$|\overrightarrow{OB}|=4$，$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=6$ を満たす △OAB の面積 S を求めよ。

解答　$S=3\sqrt{3}$　⑥

解説

$\angle AOB=\theta$ とすると

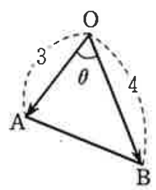
$\cos\theta=\frac{\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}}{|\overrightarrow{OA}||\overrightarrow{OB}|}=\frac{6}{3\times 4}=\frac{1}{2}$

$0°\leqq\theta\leqq 180°$ であるから　$\theta=60°$　②

したがって

$S=\frac{1}{2}|\overrightarrow{OA}||\overrightarrow{OB}|\sin\theta=\frac{1}{2}\times 3\times 4\times\sin 60°$

$=\frac{1}{2}\times 3\times 4\times\frac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}$



$\frac{1}{2}|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$ の者がいる

別解　$S=\frac{1}{2}\sqrt{|\overrightarrow{OA}|^2|\overrightarrow{OB}|^2-(\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB})^2}$

$=\frac{1}{2}\sqrt{3^2\times 4^2-6^2}=\frac{1}{2}\sqrt{108}=\frac{1}{2}\cdot 6\sqrt{3}=3\sqrt{3}$　②

[8] 平行四辺形 OABC の辺 OA と辺 OC を 2 : 1 に内分する点を，それぞれ D，E とし，対角線 OB を 1 : 2 に内分する点を F とする。このとき，3 点 D，F，E は一直線上にあることを証明せよ。

最初から $\overrightarrow{DE}=k\overrightarrow{DF}$ とおくのはダメ
何を $\vec{a}$，$\vec{c}$ とおいたか 全書する

解答　略　⑥

解説

$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OC}=\vec{c}$ とする。

$\overrightarrow{DE}=\overrightarrow{OE}-\overrightarrow{OD}$

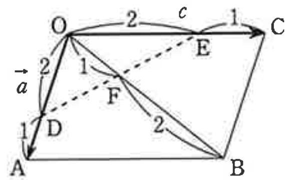
$=\frac{2}{3}\vec{c}-\frac{2}{3}\vec{a}=\frac{2}{3}(\vec{c}-\vec{a})$　②

$\overrightarrow{DF}=\overrightarrow{OF}-\overrightarrow{OD}=\frac{1}{3}\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OD}$

$=\frac{1}{3}(\vec{a}+\vec{c})-\frac{2}{3}\vec{a}=\frac{1}{3}(\vec{c}-\vec{a})$　②

よって　$\overrightarrow{DE}=2\overrightarrow{DF}$

したがって，3 点 D，F，E は一直線上にある。



ベクトル方程式
$\overrightarrow{OF}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{OE})$
を求めている引用あり

[9] △OAB において，辺 OA の中点を C，辺 OB を 2 : 1 に内分する点を D とし，線分 AD と線分 BC の交点を P とする。$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$ とするとき，$\overrightarrow{OP}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。

$\overrightarrow{AP}:\overrightarrow{PD}=s:(1-s)$　書き方が違い

解答　$\overrightarrow{OP}=\frac{1}{4}\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}$　⑧

解説

AP : PD $=s:(1-s)$ とすると

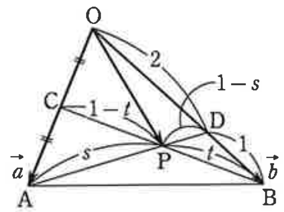
$\overrightarrow{OP}=(1-s)\overrightarrow{OA}+s\overrightarrow{OD}$

$=(1-s)\vec{a}+\frac{2}{3}s\vec{b}$　…… ①

BP : PC $=t:(1-t)$ とすると

$\overrightarrow{OP}=t\overrightarrow{OC}+(1-t)\overrightarrow{OB}$

$=\frac{1}{2}t\vec{a}+(1-t)\vec{b}$　…… ②



$\vec{a}\neq\vec{0}$，$\vec{b}\neq\vec{0}$ で，$\vec{a}$ と $\vec{b}$ は平行でないから，$\overrightarrow{OP}$ の $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いた表し方はただ 1 通りである。　なければ −1

①，② から　$1-s=\frac{1}{2}t$，$\frac{2}{3}s=1-t$

これを解くと　$s=\frac{3}{4}$，$t=\frac{1}{2}$

よって　$\overrightarrow{OP}=\frac{1}{4}\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}$

（メネラウスや ベクトル方程式では不可）

/58

10 法線ベクトルを利用して，2直線 $\sqrt{3}x+y+2=0$，$-\sqrt{3}x+y-5=0$ のなす鋭角 α を求めよ。

係ついていなければ −3

解答 $\alpha=60^\circ$ ⑥

解説

$\sqrt{3}x+y+2=0$ ……①，$-\sqrt{3}x+y-5=0$ ……② とする。

$\vec{n_1}=(\sqrt{3},\ 1)$，$\vec{n_2}=(-\sqrt{3},\ 1)$ とすると，$\vec{n_1}$，$\vec{n_2}$ はそれぞれ直線①，②の法線ベクトルである。

$\vec{n_1}$ と $\vec{n_2}$ のなす角を θ とすると

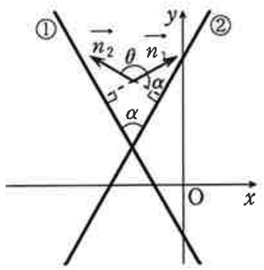
$$\cos\theta=\frac{\vec{n_1}\cdot\vec{n_2}}{|\vec{n_1}||\vec{n_2}|}=\frac{\sqrt{3}\times(-\sqrt{3})+1\times1}{\sqrt{(\sqrt{3})^2+1^2}\sqrt{(-\sqrt{3})^2+1^2}}$$

$$=-\frac{1}{2}$$ ③

$0^\circ\leqq\theta\leqq180^\circ$ であるから　$\theta=120^\circ$ ③

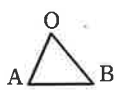
よって，右の図から，求める鋭角 α は

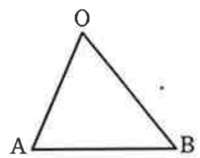
$\alpha=180^\circ-\theta=180^\circ-120^\circ=60^\circ$



11 △OAB と点 P に対して，$\overrightarrow{OP}=s\overrightarrow{OA}+t\overrightarrow{OB}$ が成り立つとする。s，t が次の条件を満たすとき，点 P の存在範囲を図示せよ。ただし，答えだけ図示すればよいが，答えに必要な点は説明すること。

(1)　$s+t=3$　　　(2)　$s+6t=2$，$s\geqq0$，$t\geqq0$





答えは正しいが　A′，B′の説明がない　−2

解答　1　$3\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{OA'}$，$3\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OB'}$ となる点 A′，B′ をとると，点 P の存在範囲は直線 A′B′

2　$2\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{OA'}$，$\frac{1}{3}\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OB'}$ となる点 A′，B′ をとると，点 P の存在範囲は線分 A′B′　(線分⇔直線) 記述の説明と図が一致しない　−2

解説 ⑥

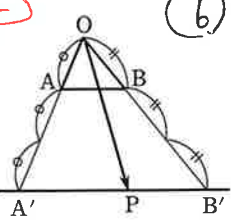
(1)　$s+t=3$ から　$\frac{s}{3}+\frac{t}{3}=1$

また　$\overrightarrow{OP}=s\overrightarrow{OA}+t\overrightarrow{OB}=\frac{s}{3}(3\overrightarrow{OA})+\frac{t}{3}(3\overrightarrow{OB})$

ここで，$\frac{s}{3}=s'$，$\frac{t}{3}=t'$ とおくと

$\overrightarrow{OP}=s'(3\overrightarrow{OA})+t'(3\overrightarrow{OB})$，$s'+t'=1$

よって，$3\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{OA'}$，$3\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OB'}$ となる点 A′，B′ をとると，点 P の存在範囲は直線 A′B′ である。



線分 −2

(2)　$s+6t=2$ から　$\frac{s}{2}+3t=1$

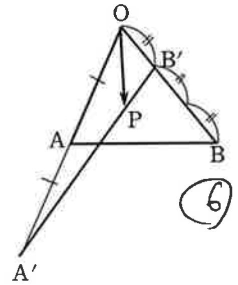
また　$\overrightarrow{OP}=s\overrightarrow{OA}+t\overrightarrow{OB}=\frac{s}{2}(2\overrightarrow{OA})+3t\left(\frac{1}{3}\overrightarrow{OB}\right)$

ここで，$\frac{s}{2}=s'$，$3t=t'$ とおくと

$\overrightarrow{OP}=s'(2\overrightarrow{OA})+t'\left(\frac{1}{3}\overrightarrow{OB}\right)$，

$s'+t'=1$，$s'\geqq0$，$t'\geqq0$

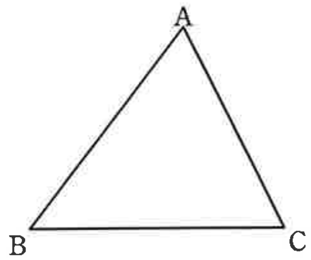
よって，$2\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{OA'}$，$\frac{1}{3}\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OB'}$ となる点 A′，B′ をとると，点 P の存在範囲は線分 A′B′ である。



⑥　直線 −2

三角形の内部としているものはダメ

12 △ABC と点 P に対して，等式 $3\overrightarrow{AP}+4\overrightarrow{BP}+5\overrightarrow{CP}=\vec{0}$ が成り立つ。点 P は △ABC に対してどのような位置にあるか図示せよ。ただし，答えだけ図示すればよいが，答えに必要な点は説明すること。



③

解答　辺 BC を 5：4 に内分する点を Q とすると，線分 AQ を 3：1 に内分する点　③

解説 ⑥

$3\overrightarrow{AP}+4\overrightarrow{BP}+5\overrightarrow{CP}=\vec{0}$ から

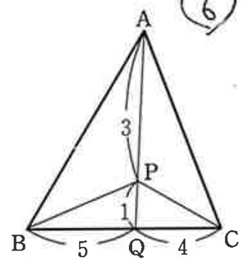
$3\overrightarrow{AP}+4(\overrightarrow{AP}-\overrightarrow{AB})+5(\overrightarrow{AP}-\overrightarrow{AC})=\vec{0}$

すなわち　$12\overrightarrow{AP}=4\overrightarrow{AB}+5\overrightarrow{AC}$

よって　$\overrightarrow{AP}=\frac{4\overrightarrow{AB}+5\overrightarrow{AC}}{12}=\frac{9}{12}\times\frac{4\overrightarrow{AB}+5\overrightarrow{AC}}{9}$

$=\frac{3}{4}\times\frac{4\overrightarrow{AB}+5\overrightarrow{AC}}{5+4}$

したがって，辺 BC を 5：4 に内分する点を Q とすると，P は線分 AQ を 3：1 に内分する点である。



13 OA=6，OB=4，∠AOB=60° である △OAB の垂心を H とする。$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$ とするとき，$\overrightarrow{OH}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。

解答　$\overrightarrow{OH}=\frac{1}{9}\vec{a}+\frac{2}{3}\vec{b}$　⑧

解説

条件から　$|\vec{a}|=6$，$|\vec{b}|=4$　……①

また　$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos\angle AOB=6\times4\times\cos60^\circ$

$=6\times4\times\frac{1}{2}=12$　……②

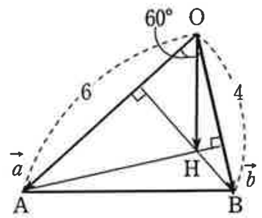
$\overrightarrow{OH}=s\vec{a}+t\vec{b}$（$s$，$t$ は実数）とおく。

AH⊥OB であるから　$\overrightarrow{AH}\cdot\overrightarrow{OB}=0$

よって　$(s\vec{a}+t\vec{b}-\vec{a})\cdot\vec{b}=0$

すなわち　$s\vec{a}\cdot\vec{b}+t|\vec{b}|^2-\vec{a}\cdot\vec{b}=0$

これに①，②を代入して整理すると　$3s+4t-3=0$　……③　②



また，BH⊥OA であるから　$\overrightarrow{BH}\cdot\overrightarrow{OA}=0$

よって　$(s\vec{a}+t\vec{b}-\vec{b})\cdot\vec{a}=0$

すなわち　$s|\vec{a}|^2+t\vec{a}\cdot\vec{b}-\vec{a}\cdot\vec{b}=0$

これに①，②を代入して整理すると　$3s+t-1=0$　……④　②

③，④を解くと　$s=\frac{1}{9}$，$t=\frac{2}{3}$

したがって　$\overrightarrow{OH}=\frac{1}{9}\vec{a}+\frac{2}{3}\vec{b}$

14 平面上に △OAB があり，s，t を実数とし，点 P を $\overrightarrow{OP}=s\overrightarrow{OA}+t\overrightarrow{OB}$ によって定める。s，t が $s\geqq0$，$t\geqq0$，$1\leqq2s+t\leqq2$，$s+3t\leqq3$ を満たすとき，点 P が存在しうる部分の面積は △OAB の面積の何倍か。

解答　$\frac{9}{10}$ 倍　⑩

解説

$2s=s'$ とおき，$\overrightarrow{OC}=\frac{1}{2}\overrightarrow{OA}$ となる点 C をとると，

$\overrightarrow{OP}=s'\overrightarrow{OC}+t\overrightarrow{OB}$，$1\leqq s'+t\leqq2$，$s'\geqq0$，$t\geqq0$　……①

を満たす点 P が存在しうる部分は，四角形 CAB′B の周および内部である。

$s+3t\leqq3$ から　$\frac{s}{3}+t\leqq1$

$\frac{s}{3}=s''$ とおき，$\overrightarrow{OD}=3\overrightarrow{OA}$ となる点 D をとると，

$\overrightarrow{OP}=s''\overrightarrow{OD}+t\overrightarrow{OB}$，$s''+t\leqq1$，$s''\geqq0$，$t\geqq0$　……②

を満たす点 P が存在しうる部分は，△ODB の周および内部である。

ゆえに，①かつ②を満たす点 P が存在しうる部分は，右の図の斜線部分である。

ただし，境界線を含む。

線分 AB′ と線分 BD の交点を E とすると

△CDB=△ODB−△OCB

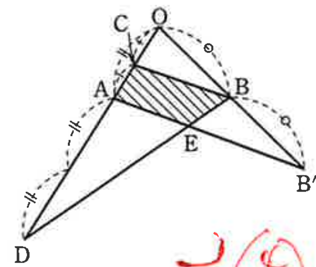
$=3\triangle OAB-\frac{1}{2}\triangle OAB$

$=\frac{5}{2}\triangle OAB$

△CDB∽△ADE であり，その相似比は 5：4 であるから，求める面積は

$\triangle CDB-\triangle ADE=\triangle CDB-\left(\frac{4}{5}\right)^2\triangle CDB$

$=\frac{9}{25}\triangle CDB=\frac{9}{25}\times\frac{5}{2}\triangle OAB=\frac{9}{10}\triangle OAB$



④

14

/42