

【1】の解答は、解答欄に記入すること。他は空欄に計算過程を記入すること。】

【3】 $\theta$ が第3象限にあり、 $\tan \theta = 3$ のとき、 $\sin \theta$ ,  $\cos \theta$ の値を求めなさい。

【1】次の問に答えなさい。

- (1)  $225^\circ$ を弧度法で表しなさい。また、 $\frac{7}{6}\pi$ の角を度数法で表しなさい。
- (2) 半径7, 中心角 $\frac{2}{3}\pi$ の扇形の弧の長さ $l$ と面積 $S$ を求めなさい。
- (3)  $\theta = \frac{23}{6}\pi$ について、 $\sin \theta$ ,  $\cos \theta$ ,  $\tan \theta$ の値を、それぞれ求めなさい。
- (4)  $\theta$ の動径が第3象限にあり、 $\sin \theta = -\frac{1}{4}$ のとき、 $\cos \theta$ の値を求めなさい。
- (5) 三角関数 $y = \sin\left(2\theta - \frac{\pi}{6}\right)$ の周期を求めなさい。
- (6)  $0 \leq \theta < 2\pi$ のとき、 $\sin \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$ を満たす $\theta$ の値を求めなさい。
- (7)  $\sin 75^\circ$ の値を求めなさい。
- (8)  $\cos(\alpha - \beta) =$   である。にあてはまる式を解答欄に書きなさい。

|     |  |
|-----|--|
| (1) |  |
| (2) |  |
| (3) |  |
| (4) |  |
| (5) |  |
| (6) |  |
| (7) |  |
| (8) |  |

【※以下の問題は、空いている場所に解答の過程を記入すること。】

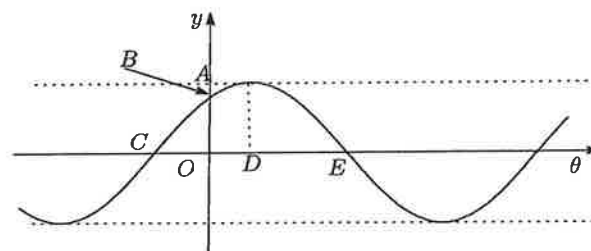
【2】次の問に答えなさい。

- (1)  $\cos(-\theta) + \sin(-\theta) - \sin\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) - \sin(\theta + \pi)$ を簡単にしなさい。

- (2)  $\cos \frac{9}{8}\pi \sin \frac{5}{8}\pi + \sin \frac{17}{8}\pi \sin\left(-\frac{\pi}{8}\right)$ を簡単にしなさい。

- 【4】 $\sin \theta + \cos \theta = -\frac{1}{2}$ のとき、 $\sin^3 \theta + \cos^3 \theta$ の値を求めなさい。

- 【5】次のグラフは、 $y = \cos\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right)$ のグラフである。 $A \sim E$ に当てはまる数値を求めなさい。



$A =$        $B =$        $C =$        $D =$        $E =$

- 【6】2直線 $y = -3x$ ,  $y = 2x$ のなす角 $\theta$ を求めなさい。ただし、 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ とする。

【裏に続く】

7 次の問に答えなさい。

(1)  $0 \leq \theta < 2\pi$  のとき、 $\cos \theta \geq -\frac{1}{2}$  を解きなさい。

(2)  $0 \leq \theta < 2\pi$  のとき、 $2\cos^2 \theta - \sin \theta - 1 = 0$  を解きなさい。

(3)  $0 \leq \theta < 2\pi$  のとき、方程式  $\cos 2\theta - \sin \theta = 1$  を解きなさい。

(4)  $0 \leq \theta < 2\pi$  のとき、関数  $y = 2\cos^2 \theta - 2\sin \theta + 1$  の最大値と最小値を求めなさい。また、そのときの  $\theta$  の値を求めなさい。

8  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$  で、 $\cos \alpha = -\frac{2}{5}$  のとき、次の値を求めなさい。

(1)  $\sin 2\alpha$  の値を求めなさい。

(2)  $\cos 2\alpha$  の値を求めなさい。

(3)  $\sin \frac{\alpha}{2}$  の値を求めなさい。

9 次の問に答えなさい。

(1)  $\sqrt{3}\sin x - \cos x$  を  $r\sin(x + \alpha)$  の形に変形しなさい。ただし、 $r > 0$ 、 $-\pi < \alpha < \pi$  とする。

(2)  $0 \leq x \leq 2\pi$  のとき、方程式  $\sqrt{3}\sin x - \cos x = 1$  を解きなさい。

(3)  $0 \leq x \leq 2\pi$  のとき、関数  $y = \sqrt{3}\sin x - \cos x$  の最大値と最小値を求めなさい。また、そのときの  $x$  の値を求めなさい。

【1】の解答は、解答欄に記入すること。他は空欄に計算過程を記入すること。】

① 次の問に答えなさい。

- (1)  $225^\circ$  を弧度法で表しなさい。また、 $\frac{7}{6}\pi$  の角を度数法で表しなさい。
- (2) 半径7, 中心角  $\frac{2}{3}\pi$  の扇形の弧の長さ  $l$  と面積  $S$  を求めなさい。
- (3)  $\theta = \frac{23}{6}\pi$  について,  $\sin \theta, \cos \theta, \tan \theta$  の値を, それぞれ求めなさい。
- (4)  $\theta$  の動径が第3象限にあり,  $\sin \theta = -\frac{1}{4}$  のとき,  $\cos \theta$  の値を求めなさい。
- (5) 三角関数  $y = \sin(2\theta - \frac{\pi}{6})$  の周期を求めなさい。
- (6)  $0 \leq \theta < 2\pi$  のとき,  $\sin \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$  を満たす  $\theta$  の値を求めなさい。
- (7)  $\sin 75^\circ$  の値を求めなさい。
- (8)  $\cos(\alpha - \beta) =$    である。   にあてはまる式を解答欄に書きなさい。

③ × 8

|     |                                                                                                                              |
|-----|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| (1) | $225^\circ = \frac{5}{4}\pi$ (弧度法), $\frac{7}{6}\pi = 210^\circ$                                                             |
| (2) | $l = \frac{14}{3}\pi, S = \frac{49}{3}\pi$                                                                                   |
| (3) | $\sin \frac{23}{6}\pi = -\frac{1}{2}, \cos \frac{23}{6}\pi = \frac{\sqrt{3}}{2}, \tan \frac{23}{6}\pi = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ |
| (4) | $\cos \theta = -\frac{\sqrt{15}}{4}$                                                                                         |
| (5) | $\pi$                                                                                                                        |
| (6) | $\theta = \frac{\pi}{4}, \frac{3}{4}\pi$                                                                                     |
| (7) | $\sin 75^\circ = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$                                                                              |
| (8) | $\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$                                                                            |

【※以下の問題は、空いている場所に解答の過程を記入すること。】

② 次の問に答えなさい。

- ④ (1)  $\cos(-\theta) + \sin(-\theta) - \sin(\theta + \frac{\pi}{2}) - \sin(\theta + \pi)$  を簡単にしなさい。

$$\cos(-\theta) = \cos \theta, \sin(-\theta) = -\sin \theta$$

$$\sin(\theta + \frac{\pi}{2}) = \cos \theta, \sin(\theta + \pi) = -\sin \theta$$

$$(\text{与式}) = \cos \theta - \sin \theta - \cos \theta - (-\sin \theta) = 0$$

- ④ (2)  $\cos \frac{9}{8}\pi \sin \frac{5}{8}\pi + \sin \frac{17}{8}\pi \sin(-\frac{\pi}{8})$  を簡単にしなさい。

$$\cos \frac{9}{8}\pi = \cos(\frac{\pi}{8} + \pi) = -\cos \frac{\pi}{8}$$

$$\sin \frac{5}{8}\pi = \sin(\frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2}) = \cos \frac{\pi}{8}$$

$$\sin \frac{17}{8}\pi = \sin(\frac{\pi}{8} + 2\pi) = \sin \frac{\pi}{8}$$

$$\sin(-\frac{\pi}{8}) = -\sin \frac{\pi}{8}$$

$$(\text{与式}) = -\cos \frac{\pi}{8} \times \cos \frac{\pi}{8} + \sin \frac{\pi}{8} \times (-\sin \frac{\pi}{8})$$

$$= -(\sin^2 \frac{\pi}{8} + \cos^2 \frac{\pi}{8}) = -1$$

4分の9の2乗は、4分の12で約分して1になる

- ③  $\theta$  が第3象限にあり,  $\tan \theta = 3$  のとき,  $\sin \theta, \cos \theta$  の値を求めなさい。

③ 第3象限だから  $\sin \theta < 0, \cos \theta < 0$

$$1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta} \Rightarrow \frac{1}{\cos^2 \theta} = 1 + 3^2 = 10 \Rightarrow \cos \theta = -\frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$\sin \theta = -\sqrt{\frac{9}{10}} = -\frac{3}{\sqrt{10}}$$

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \Rightarrow \sin \theta = \tan \theta \times \cos \theta = 3 \times (-\frac{1}{\sqrt{10}}) = -\frac{3}{\sqrt{10}}$$

① で求めた。

$$\sin \theta = -\frac{3}{\sqrt{10}}, \cos \theta = -\frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$(\sin \theta = -\frac{3}{\sqrt{10}}, \cos \theta = -\frac{1}{\sqrt{10}} \text{ とき})$$

- ④  $\sin \theta + \cos \theta = -\frac{1}{2}$  のとき,  $\sin^3 \theta + \cos^3 \theta$  の値を求めなさい。

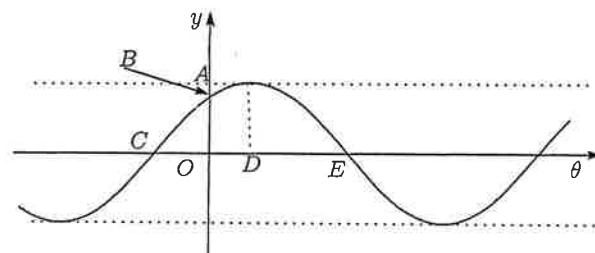
$$(\sin \theta + \cos \theta)^2 = (-\frac{1}{2})^2 \text{ から } \sin^2 \theta + 2\sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta = \frac{1}{4}$$

$$2\sin \theta \cos \theta = \frac{1}{4} - 1 = -\frac{3}{4} \Rightarrow \sin \theta \cos \theta = -\frac{3}{8}$$

$$\sin^3 \theta + \cos^3 \theta = (\sin \theta + \cos \theta)(\sin^2 \theta - \sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta)$$

$$= (-\frac{1}{2}) \times \{1 - (-\frac{3}{8})\} = -\frac{1}{2} \times \frac{11}{8} = -\frac{11}{16}$$

- ⑤ 次のグラフは,  $y = \cos(\theta - \frac{\pi}{6})$  のグラフである。A~E に当てはまる数値を求めなさい。

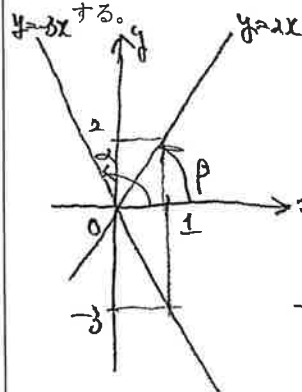


これは  $y = \cos \theta$  のグラフを  $\theta$  軸方向に  $\frac{\pi}{6}$  平行移動したものである。

$$A = 1, B = \frac{\sqrt{3}}{2}, C = -\frac{\pi}{3}, D = \frac{\pi}{6}, E = \frac{3}{2}\pi$$

$$C = -\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6} = -\frac{\pi}{3}, E = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6} = \frac{2}{3}\pi$$

- ⑥ 2直線  $y = -3x, y = 2x$  のなす角  $\theta$  を求めなさい。ただし,  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$  とする。



$y = -3x, y = 2x$  と  $x$  軸の正の向きとのなす角を  $\alpha, \beta$  とおく。

① より  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$  から なす角  $\theta$  は  $\theta = \alpha - \beta$

$$\tan \alpha = -3, \tan \beta = 2 \text{ より } \tan \theta = \tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$$

$$= \frac{(-3) - 2}{1 + (-3) \times 2} = \frac{-5}{1 - 6} = \frac{-5}{-5} = 1$$

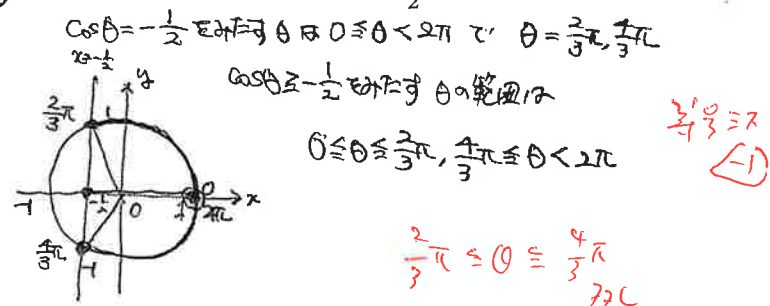
$$0 < \theta < \frac{\pi}{2}, \tan \theta = 1 \text{ より}$$

$$\theta = \frac{\pi}{4}$$

【裏に続く】

7 次の問に答えなさい。

- (5) (1)  $0 \leq \theta < 2\pi$  のとき,  $\cos \theta \geq -\frac{1}{2}$  を解きなさい。



- (5) (2)  $0 \leq \theta < 2\pi$  のとき,  $2\cos^2 \theta - \sin \theta - 1 = 0$  を解きなさい。

$$\begin{aligned} \cos^2 \theta &= 1 - \sin^2 \theta \\ 2(1 - \sin^2 \theta) - \sin \theta - 1 &= 0 \\ -2\sin^2 \theta - \sin \theta + 1 &= 0 \\ \therefore 2\sin^2 \theta + \sin \theta - 1 &= 0 \\ (2\sin \theta - 1)(\sin \theta + 1) &= 0 \\ 2\sin \theta - 1 &= 0, \sin \theta + 1 = 0 \\ \sin \theta &= \frac{1}{2}, \sin \theta = -1 \\ 0 \leq \theta < 2\pi \text{ かつ } \sin \theta = \frac{1}{2} \text{ なら } \theta &= \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \\ \sin \theta = -1 \text{ なら } \theta &= \frac{3\pi}{2} \\ \therefore \theta &= \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{3\pi}{2} \end{aligned}$$

- (5) (3)  $0 \leq \theta < 2\pi$  のとき, 方程式  $\cos 2\theta = \sin \theta = 1$  を解きなさい。

$$\begin{aligned} \cos 2\theta &= 1 - 2\sin^2 \theta \\ 1 - 2\sin^2 \theta - \sin \theta &= 1 \\ 2\sin^2 \theta + \sin \theta &= 0 \\ \sin \theta (2\sin \theta + 1) &= 0 \\ \therefore \sin \theta &= 0, \sin \theta = -\frac{1}{2} \\ 0 \leq \theta < 2\pi \text{ かつ } \sin \theta = 0 \text{ なら } \theta &= 0, \pi \\ \sin \theta = -\frac{1}{2} \text{ なら } \theta &= \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6} \\ \therefore \theta &= 0, \pi, \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6} \end{aligned}$$

- (6) (4)  $0 \leq \theta < 2\pi$  のとき, 関数  $y = 2\cos^2 \theta - 2\sin \theta + 1$  の最大値と最小値を求めなさい。また, そのときの  $\theta$  の値を求めなさい。

$$\begin{aligned} \cos^2 \theta &= 1 - \sin^2 \theta \\ 2\cos^2 \theta - 2\sin \theta + 1 &= 2(1 - \sin^2 \theta) - 2\sin \theta + 1 \\ &= -2\sin^2 \theta - 2\sin \theta + 3 \\ \sin \theta &= x \text{ とおくと} \\ y &= -2x^2 - 2x + 3 \\ &= -2(x + \frac{1}{2}) + \frac{7}{2} \\ \therefore y &= -2(x + \frac{1}{2}) + \frac{7}{2} \\ 0 \leq \theta < 2\pi \text{ かつ } -1 \leq \sin \theta \leq 1 \text{ なら } -1 \leq x \leq 1 \\ x = -\frac{1}{2} \text{ かつ } \text{最大値 } \frac{7}{2}, x = 1 \text{ かつ } \text{最小値 } -1 \\ 0 \leq \theta < 2\pi \text{ かつ } \sin \theta = -\frac{1}{2} \text{ なら } \theta &= \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6} \\ \sin \theta = 1 \text{ なら } \theta &= \frac{\pi}{2} \\ \therefore \text{最大値 } \frac{7}{2} \text{ (}\theta = \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6} \text{ のとき)} \\ \text{最小値 } -1 \text{ (}\theta = \frac{\pi}{2} \text{ のとき)} \\ \theta = \frac{3}{2}\pi \text{ のとき } \end{aligned}$$

- 8  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$  で,  $\cos \alpha = -\frac{2}{5}$  のとき, 次の値を求めなさい。

- (1)  $\sin 2\alpha$  の値を求めなさい。

$$\begin{aligned} \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \text{ なら } \sin \alpha > 0 \\ \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \text{ なら } \sin^2 \alpha = 1 - \left(-\frac{2}{5}\right)^2 = 1 - \frac{4}{25} = \frac{21}{25} \\ \sin \alpha > 0 \text{ なら } \sin \alpha &= \frac{\sqrt{21}}{5} \\ \sin 2\alpha &= 2\sin \alpha \cos \alpha = 2 \times \frac{\sqrt{21}}{5} \times \left(-\frac{2}{5}\right) = -\frac{4\sqrt{21}}{25} \end{aligned}$$

- (2)  $\cos 2\alpha$  の値を求めなさい。

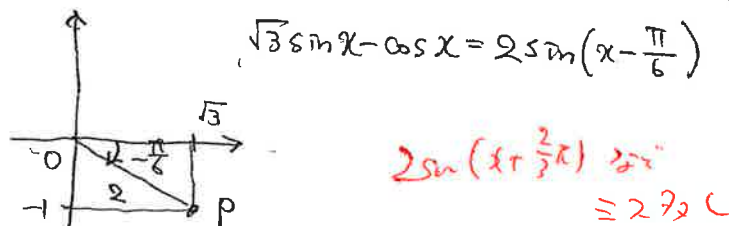
$$\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 = 2\left(-\frac{2}{5}\right)^2 - 1 = 2 \cdot \frac{4}{25} - 1 = \frac{8}{25} - 1 = -\frac{17}{25}$$

- (3)  $\sin \frac{\alpha}{2}$  の値を求めなさい。

$$\begin{aligned} \sin^2 \frac{\alpha}{2} &= \frac{1 - \cos \alpha}{2} = \frac{1 - \left(-\frac{2}{5}\right)}{2} = \frac{7}{10} \\ \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \text{ なら } \frac{\pi}{4} < \frac{\alpha}{2} < \frac{\pi}{2} \text{ かつ } \sin \frac{\alpha}{2} > 0 \\ \therefore \sin \frac{\alpha}{2} &= \sqrt{\frac{7}{10}} = \frac{\sqrt{70}}{10} \end{aligned}$$

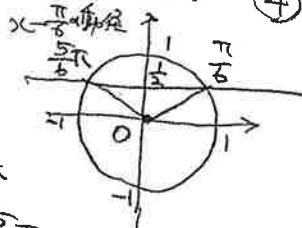
9 次の問に答えなさい。

- (1)  $\sqrt{3}\sin x - \cos x$  を  $r\sin(x + \alpha)$  の形に変形しなさい。ただし,  $r > 0$ ,  $-\pi < \alpha < \pi$  とする。



- (2)  $0 \leq x \leq 2\pi$  のとき, 方程式  $\sqrt{3}\sin x - \cos x = 1$  を解きなさい。

$$\begin{aligned} \text{① ② } 2\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) &= 1 \\ \therefore \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) &= \frac{1}{2} \text{ --- ①} \\ 0 \leq x \leq 2\pi \text{ かつ } -\frac{\pi}{6} \leq x - \frac{\pi}{6} \leq \frac{11\pi}{6} \\ \text{① ② かつ } x - \frac{\pi}{6} &= \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \\ \therefore x &= \frac{\pi}{3}, \pi \end{aligned}$$



- (3)  $0 \leq x \leq 2\pi$  のとき, 関数  $y = \sqrt{3}\sin x - \cos x$  の最大値と最小値を求めなさい。また, そのときの  $x$  の値を求めなさい。

$$\begin{aligned} \text{① ② } y &= 2\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) \\ \text{③ ④ } -\frac{\pi}{6} \leq x - \frac{\pi}{6} \leq \frac{11\pi}{6} \text{ かつ } -1 \leq \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) \leq 1 \\ \therefore -2 \leq y \leq 2 \\ \text{最大値 } 2 \text{ のとき } \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) &= 1, \frac{\pi}{6} \leq x - \frac{\pi}{6} \leq \frac{5\pi}{6} \text{ かつ } x - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} \\ \therefore x &= \frac{2\pi}{3} \\ \text{最小値 } -2 \text{ のとき } \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) &= -1, \text{ 同様に } x - \frac{\pi}{6} = \frac{3\pi}{2} \therefore x = \frac{5\pi}{3} \\ \therefore \text{最大値 } 2 \text{ (}x = \frac{2\pi}{3} \text{ のとき)} \text{ 最小値 } -2 \text{ (}x = \frac{5\pi}{3} \text{ のとき)} \end{aligned}$$