

【1の解答は、解答欄に記入すること。他は空欄に計算過程を記入すること。】

【※以下の問題で i は虚数単位とする。】

1 次の問に答えなさい。(③×8)

- (1) 複素数 $\frac{\sqrt{3}-i}{2}$ の実部と虚部を答えなさい。
- (2) 等式 $(x-3)+(2x+y)i=1+2i$ を満たす実数 x, y の値を求めなさい。
- (3) $\frac{1+i}{1-2i}$ を計算しなさい。
- (4) $\sqrt{-3}\sqrt{-6}$ を計算しなさい。
- (5) 2次方程式 $x^2+3=0$ を解きなさい。
- (6) 2次方程式 $x^2-2\sqrt{3}x+4=0$ を解きなさい。
- (7) 2次式 x^2-2x+4 を複素数の範囲で因数分解しなさい。
- (8) 整式 $P(x)=x^3-4x^2+x+8$ を $x+1$ で割ったときの余りを求めなさい。

(1)	
(2)	
(3)	
(4)	
(5)	
(6)	
(7)	
(8)	

【※以下の問題は、空いている場所に解答の過程を記入すること。】

2 2次方程式 $x^2+2mx+m=0$ が実数解をもつとき、定数 m の値の範囲を求めなさい。(⑥)3 2次方程式 $x^2-3x+4=0$ の2つの解を α, β とするとき、次の問いに答えなさい。(⑥×2)

(1) $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ の値を求めなさい。

(2) α^2, β^2 を解にもつ2次方程式を1つ求めなさい。

4 2次方程式 $x^2+5x+m=0$ の2つの解を α, β とおく。 α の2倍が β の3倍であるとき、定数 m の値と2つの解を求めなさい。(⑥)

5 次の問いに答えなさい。

(1) 整式 $P(x)=x^3+ax+b$ を $x-2$ で割ったときの余りを a, b を用いて表しなさい。(③)

(2) 整式 $P(x)$ を $x-1$ で割った余りが5、 $x+2$ で割った余りが-1であるとき、 $P(x)$ を $(x-1)(x+2)$ で割った余りを求めなさい。(⑥)

【裏に続く】

- 6 x についての3次の整式 $P(x) = x^3 - 3x^2 - 6x + 8$ は、 $P(\text{ア}) = 0$ から x についての1次式 イ を因数にもつ。(ア), (イ) に適する数や式を求め、整式 $P(x)$ を因数分解しなさい。(③×2, ⑤)

(ア) _____ (イ) _____

整式 $p(x)$ の因数分解

- 7 次の方程式を解きなさい。(⑥×3)

(1) $x^3 - 8 = 0$

(2) $x^4 - 5x^2 - 6 = 0$

(3) $x^3 - 3x^2 + 4x - 2 = 0$

- 8 3次方程式 $x^3 + ax^2 + bx + 10 = 0$ (a, b は実数) が $1 + 2i$ を解にもつとき、定数 a, b の値を求めなさい。また、他の解を求めなさい。(⑥)

- 9 $\omega = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$ とする。次の値を求めなさい。(③+②+③)

(1) $\omega^2 + \omega + 1$ の値を求めなさい。

(2) ω^3 の値を求めなさい。

(3) ω^{2021} の値を求めなさい。

【1】の解答は、解答欄に記入すること。他は空欄に計算過程を記入すること。
 【※以下の問題で i は虚数単位とする。】

1 次の問に答えなさい。(③×8)

- (1) 複素数 $\frac{\sqrt{3}-i}{2}$ の実部と虚部を答えなさい。
- (2) 等式 $(x-3)+(2x+y)i=1+2i$ を満たす実数 x, y の値を求めなさい。
- (3) $\frac{1+i}{1-2i}$ を計算しなさい。
- (4) $\sqrt{-3}\sqrt{-6}$ を計算しなさい。
- (5) 2次方程式 $x^2+3=0$ を解きなさい。
- (6) 2次方程式 $x^2-2\sqrt{3}x+4=0$ を解きなさい。
- (7) 2次式 x^2-2x+4 を複素数の範囲で因数分解しなさい。
- (8) 整式 $P(x)=x^3-4x^2+x+8$ を $x+1$ で割ったときの余りを求めなさい。

(1)	実部 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 虚部 $-\frac{1}{2}$
(2)	$x=4, y=-6$
(3)	$\frac{-1+3i}{5} \quad (-\frac{1}{5}+\frac{3}{5}i)$
(4)	$-3\sqrt{2}$
(5)	$x=\pm\sqrt{3}i$
(6)	$\sqrt{3}\pm i$ √±i 9x
(7)	$(x+1+\sqrt{3}i)(x+1-\sqrt{3}i)$ $(x-1-\sqrt{3}i)(x-1+\sqrt{3}i)$
(8)	2

【※以下の問題は、空いている場所に解答の過程を記入すること。】

2 2次方程式 $x^2+2mx+m=0$ が実数解をもつとき、定数 m の値の範囲を求めなさい。(⑥)

2次方程式の判別式 Δ とおく

$$\Delta=(2m)^2-4\cdot 1\cdot m=4m^2-4m=4m(m-1)$$

実数解 $\Delta \geq 0$

$$4m(m-1) \geq 0$$

$$m(m-1) \geq 0$$

$$\therefore m \leq 0, 1 \leq m$$

2次不等式の

解法

を7x

3 2次方程式 $x^2-3x+4=0$ の2つの解を α, β とするとき、次の問に答えなさい。(⑥×2)

(1) $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ の値を求めなさい。

解と係数の関係より $\alpha+\beta=3, \alpha\beta=4$

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta} = \frac{3}{4}$$

(2) α^2, β^2 を解にもつ2次方程式を1つ求めなさい。

$$\text{和 } \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 3^2 - 2 \cdot 4 = 9 - 8 = 1$$

$$\text{積 } \alpha^2 \beta^2 = (\alpha\beta)^2 = 4^2 = 16$$

求める2次方程式は

$$x^2 - x + 16 = 0$$

$\Delta = 1 - 64 < 0$ (3)
(4x16) (3x16)

4 2次方程式 $x^2+5x+m=0$ の2つの解を α, β とおく。 α の2倍が β の3倍であるとき、定数 m の値と2つの解を求めなさい。(⑥)

解と係数の関係より

$$\alpha + \beta = -5 \quad \text{--- ①}$$

$$\alpha\beta = m \quad \text{--- ②}$$

題意より $2\alpha = 3\beta \quad \beta = \frac{2}{3}\alpha$

$$\text{①より } \alpha + \frac{2}{3}\alpha = -5 \quad \frac{5}{3}\alpha = -5 \quad \therefore \alpha = -3, \beta = -2$$

$$m = (-3) \cdot (-2) = 6$$

$\therefore m=6$, 2つの解は -3 と -2

5 次の問に答えなさい。

(1) 整式 $P(x)=x^3+ax+b$ を $x-2$ で割ったときの余りを a, b を用いて表しなさい。(③)

$$\text{余りは } P(2) \text{ だから } P(2)=2^3+a\cdot 2+b=2a+b+8$$

$$\therefore \text{余りは } 2a+b+8$$

(2) 整式 $P(x)$ を $x-1$ で割った余りが5, $x+2$ で割った余りが-1であるとき、 $P(x)$ を $(x-1)(x+2)$ で割った余りを求めなさい。(⑥)

$P(x)$ を $(x-1)(x+2)$ で割った余りを $ax+b$ とおく

$$P(x) = (x-1)(x+2)Q(x) + ax+b$$

$$\therefore P(1)=a+b, P(-2)=-2a+b$$

$$P(x) \in x-1 \text{ で割った余りが5より } P(1)=5$$

$$P(x) \in x+2 \text{ で割った余りが-1より } P(-2)=-1$$

$$\therefore \begin{cases} a+b=5 & \text{--- ①} \\ -2a+b=-1 & \text{--- ②} \end{cases}$$

$$\text{①}-\text{②} \quad 3a=6 \quad \therefore a=2 \quad \text{①より } b=3$$

$$\therefore \text{求める余りは } 2x+3$$

【裏に続く】

- 6 x についての3次の整式 $P(x) = x^3 - 3x^2 - 6x + 8$ は, $P(\text{ア}) = 0$ から x についての1次式 $(イ)$ を因数にもつ。(ア), (イ) に適する数や式を求め, 整式 $P(x)$ を因数分解しなさい。(③×2, ⑤)

(ア) 1 (イ) $x-1$

整式 $P(x)$ の因数分解

$P(x) = (x-1)(x^2-2x-8)$
 $= (x-1)(x+2)(x-4)$

(ア) -2 (イ) $x+2$
 (ア) 4 (イ) $x-4$

$$\begin{array}{r} x^2-2x-8 \\ x-1 \overline{) x^3-3x^2-6x+8} \\ \underline{x^3-x^2} \\ -2x^2-6x+8 \\ \underline{-2x^2+2x} \\ -8x+8 \\ \underline{-8x+8} \\ 0 \end{array}$$

$(x-1)(x+2)(x-4) = 0$

- 7 次の方程式を解きなさい。(⑥×3)

(1) $x^3 - 8 = 0$

$(x-2)(x^2+2x+4) = 0$
 $x-2=0, x^2+2x+4=0$

$\therefore x=2, x = -1 \pm \sqrt{1-4} = -1 \pm \sqrt{3}i$

$\therefore x = 2, -1 \pm \sqrt{3}i$

(2) $x^4 - 5x^2 - 6 = 0$

$x^4 = (x^2)^2$ とおきかえ

$(x^2)^2 - 5x^2 - 6 = 0$

$(x^2+1)(x^2-6) = 0$

$x^2+1=0, x^2-6=0$

$x^2 = -1, x^2 = 6$

$x = \pm\sqrt{-1} = \pm i, x = \pm\sqrt{6}$

$\therefore x = \pm i, \pm\sqrt{6}$

(3) $x^3 - 3x^2 + 4x - 2 = 0$

$P(x) = x^3 - 3x^2 + 4x - 2$ とおく

$P(1) = 1 - 3 + 4 - 2 = 0$ より $P(x)$ は $x-1$ で割り切れる

$P(x) = (x-1)(x^2-2x+2)$

$P(x) = 0$ より

$(x-1)(x^2-2x+2) = 0$

$x-1=0, x^2-2x+2=0$

$x=1, x = 1 \pm \sqrt{1-2} = 1 \pm \sqrt{-1} = 1 \pm i$

$\therefore x = 1, 1 \pm i$

- 8 3次方程式 $x^3 + ax^2 + bx + 10 = 0$ (a, b は実数) が $1+2i$ を解にもつとき, 定数 a, b の値を求めなさい。また, 他の解を求めなさい。(⑥)

$(1+2i)^3 = 1^3 + 3 \cdot 1^2 \cdot 2i + 3 \cdot 1 \cdot (2i)^2 + (2i)^3$

$= 1 + 6i - 12 - 8i = -11 - 2i$

$(1+2i)^2 = 1 + 4i + 4i^2 = -3 + 4i$

$(1+2i)^3 + a(1+2i)^2 + b(1+2i) + 10 = 0$ より

$(-11-2i) + a(-3+4i) + b(1+2i) + 10 = 0$

$(-1-3a+b) + (-2+4a+2b)i = 0$

$\therefore (-3a+b-1) + (4a+2b-2)i = 0$

$-3a+b-1=0, 4a+2b-2=0$ (実数)

$-3a+b-1=0 \quad \text{--- ①}$

$4a+2b-2=0$

$2a+b-1=0 \quad \text{--- ②}$

①-② $-5a=0 \therefore a=0$ ①より $b=1$

3次方程式 $x^3 + ax^2 + bx + 10 = 0$

$x^3 + x + 10 = 0$

$P(x) = x^3 + x + 10$ とおく $P(-2) = -8 - 2 + 10 = 0$

$P(x)$ は $x+2$ で割り切れる

$P(x) = (x+2)(x^2-2x+5)$ より $P(x) = 0$ より

$(x+2)(x^2-2x+5) = 0$

$x+2=0, x^2-2x+5=0$

$x=-2, x = 1 \pm \sqrt{1-5} = 1 \pm \sqrt{-4} = 1 \pm 2i$

$\therefore a=0, b=1$, 他の解は -2 と $1-2i$

- 9 $\omega = \frac{-1+\sqrt{3}i}{2}$ とする。次の値を求めなさい。(③+②+③)

- (1) $\omega^2 + \omega + 1$ の値を求めなさい。

$\omega^2 = \left(\frac{-1+\sqrt{3}i}{2}\right)^2 = \frac{1-2\sqrt{3}i-3}{4} = \frac{-2-2\sqrt{3}i}{4} = \frac{-1-\sqrt{3}i}{2}$

$\omega^2 + \omega + 1 = \frac{-1-\sqrt{3}i}{2} + \frac{-1+\sqrt{3}i}{2} + 1 = 0$

$\therefore \omega^2 + \omega + 1 = 0$

- (2) ω^3 の値を求めなさい。

$\omega^3 = \omega^2 \cdot \omega = \frac{-1-\sqrt{3}i}{2} \cdot \frac{-1+\sqrt{3}i}{2} = \frac{1-3i^2}{4}$

$= \frac{1+3}{4} = 1$

$\therefore \omega^3 = 1$

- (3) ω^{2021} の値を求めなさい。

$2021 = 3 \times 673 + 2$ より

$\omega^{2021} = \omega^{3 \times 673 + 2} = (\omega^3)^{673} \cdot \omega^2 = 1^{673} \cdot \omega^2 = \omega^2 = \frac{-1-\sqrt{3}i}{2}$