

- 1 次の問いに答えよ。解答は下の解答欄に書くこと。
- (1) 7 人から 3 人を選んで 1 列に並べるとき、その並べ方は何通りあるか。

(2) 異なる 6 個の玉を机の上で円形に並べるとき、その並べ方は何通りあるか。

(3) 異なる 13 冊の本の中から 10 冊を選ぶとき、その選び方は何通りあるか。

(4) 3 個の文字 a, b, c から重複を許して 5 個だけ 1 列に並べるとき、その並べ方は何通りあるか。

(5) 2 個のさいころを同時に投げるとき、次の場合の確率を求めよ。

(7) 同じ目が出る。

(4) 目の積が偶数になる。

(1)		(2)	
(3)		(4)	
(5)	(ア)	(イ)	

- 2 60 人の生徒を対象に 2 種類の本 A, B を読んだことがあるかどうかを聞いたところ、A を読んだ生徒が 30 人、B を読んだ生徒が 50 人、A と B の両方を読んだ生徒は 28 人いた。A も B も読んでいない生徒は何人いるか。

- 3 288 の正の約数について次の問いに答えよ。
- (1) 正の約数の個数を求めよ。

(2) 正の約数の総和を求めよ。

- 4 2 つのチーム A, B で優勝決定戦を行い、5 試合のうち先に 3 勝した方を優勝チームとする。ただし、試合では引き分けはなく、3 勝したらそれ以降の試合は行わない。最初の試合で A が勝った場合、優勝が決定するまでの勝敗の順は何通りあるか。

- 5 男子 4 人と女子 3 人が一列に並ぶとき、次のような並び方は何通りあるか。
- (1) 両端が男子である。

(2) 女子 3 人が隣り合わないで並ぶ。

- 6 正十角形について、次の数を求めよ。
- (1) 3 個の頂点を結んでできる三角形の個数

(2) 正十角形と 辺を共有しない三角形の個数

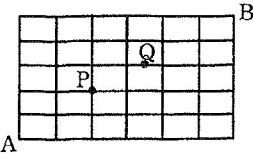
- 7 大人 2 人と子ども 4 人が円形のテーブルに着席するとき、次のような並び方は何通りあるか。
- (1) 大人 2 人が隣り合う。

(2) 大人 2 人が向かい合う。

- 8 $x + y + z = 10$ を満たす正の整数 x, y, z の組は、全部で何個あるか。

- 9 右の図のような道のある町で、A から B まで遠回りをしないで行くのに、次の場合の道順の総数を求めよ。
- (1) P を通る。

(2) P, Q の少なくとも一方を通る。



10 7人が次のように分かれる方法は何通りあるか。

- (1) 2人, 2人, 2人, 1人 の4つの組に分かれる。
- (2) 7人が、2つの組に分かれる。

11 袋 A には赤玉 4 個と白玉 2 個, 袋 B には赤玉 3 個と白玉 4 個が入っている。

袋 A, B から 1 個ずつ玉を取り出すとき, 同じ色の玉が出る場合の確率を求めよ。

12 数直線上を動く点 P が原点の位置にある。1 個のさいころを投げて, 3 以上の目が出たときは P を正の方向に 2 だけ進め, それ以外の目が出たときは P を負の方向に 1 だけ進める。

さいころを 9 回投げ終わったとき, P が原点にもどっている確率を求めよ。

必要ならば次の値を使うこと。

$$3^6=729, \quad 3^7=2187, \quad 3^8=6561, \quad 3^9=19683, \quad 3^{10}=59049$$

13 1 から 11 までの 11 枚の番号札から 3 枚を同時に引くとき, 少なくとも 1 枚が偶数の番号札である確率を求めよ。

14 赤玉と白玉が合わせて 10 個入った袋から, 2 個の玉を同時に取り出すとき, 2 個とも白玉である確率が $\frac{1}{3}$ であるという。白玉の個数を求めよ。

15 ある品物を A, B 2 つの工場で製造しているが, A 工場の製品には 5 %, B 工場の製品には 7 % の不合格品が含まれる。A 工場の製品 500 個と B 工場の製品 300 個を混ぜた中から取り出した 1 個の製品について, 次の確率を求めよ。

- (1) 不合格品である確率
- (2) 不合格品であったとき, B 工場の製品である確率

16 A, B, C, D, E の 5 人がじゃんけんを 1 回するとき, 次の確率を求めよ。

- (1) 2 人だけが勝つ確率
- (2) 誰も勝たない, すなわち あいこになる確率

17 箱の中に, 赤, 青, 白それぞれ 4 枚ずつ, 合計 12 枚の番号札が入っている。また, 同じ色の番号札には, それぞれ 1 から 4 までの数字が 1 つずつ書いてある。この箱から同時に 4 枚の番号札を引くとき, 次の場合の確率を求めよ。
「4 枚番号札の数字が 2 種類である」

- 1 次の問いに答えよ。解答は下の解答欄に書くこと。
- (1) 7人から3人を選んで1列に並べるとき、その並べ方は何通りあるか。
- (2) 異なる6個の玉を机の上で円形に並べるとき、その並べ方は何通りあるか。
- (3) 異なる13冊の本の中から10冊を選ぶとき、その選び方は何通りあるか。
- (4) 3個の文字 a, b, c から重複を許して5個だけ1列に並べるとき、その並べ方は何通りあるか。
- (5) 2個のさいころを同時に投げるとき、次の場合の確率を求めよ。
- (7) 同じ目が出る。 (4) 目の積が偶数になる。

(1) ${}_7P_3 = 7 \times 6 \times 5 = 210$ (2) $(6-1)! = 5! = 120$

(3) ${}_{13}C_{10} = {}_{13}C_3 = \frac{13 \cdot 12 \cdot 11}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 286$ (4) $3^5 = 243$

(5) (ア) $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ (イ) $\frac{27}{36} = \frac{3}{4}$

(1)	210	(2)	120
(3)	286	(4)	243
(5) (ア)	$\frac{1}{6}$	(イ)	$\frac{3}{4}$

- 2 60人の生徒を対象に2種類の本A, Bを読んだことがあるかどうかを聞いたところ、Aを読んだ生徒が30人、Bを読んだ生徒が50人、AとBの両方を読んだ生徒は28人いた。AもBも読んでいない生徒は何人いるか。

Aを読んだ生徒の集合をAとすると、
B " " B
AもBも読んでいない生徒の集合は $\overline{A \cap B} = \overline{A \cup B}$

$n(\overline{A \cap B}) = 60 - n(A \cup B) = 60 - \{n(A) + n(B) - n(A \cap B)\}$
 $= 60 - (30 + 50 - 28) = 8$

Ans. 8人

- 3 288の正の約数について次の問いに答えよ。

- (1) 正の約数の個数を求めよ。
- (2) 正の約数の総和を求めよ。

$\begin{array}{r} 2 \overline{) 288} \\ 56 \\ \hline \end{array}$

(1) $288 = 2^5 \cdot 3^2$

(2) 2^5 の約数は $1, 2, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5$ の6個
 3^2 " $1, 3, 3^2$ の3個
よって積の法則より $6 \times 3 = 18$ (個)

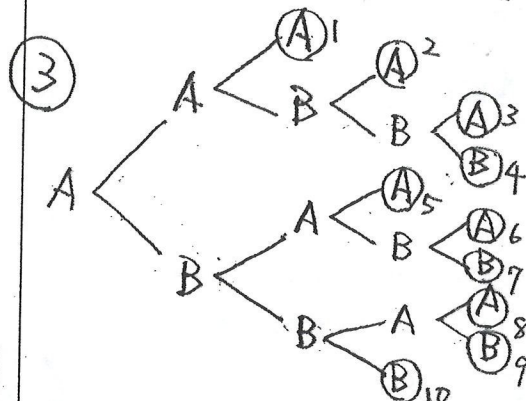
(2) 288の正の約数は

$(1+2+2^2+2^3+2^4+2^5)(1+3+3^2)$ を展開した項にあて現れる

総和は $63 \times 13 = 819$

- 4 2つのチームA, Bで優勝決定戦を行い、5試合のうち先に3勝した方を優勝チームとする。ただし、試合では引き分けはなく、3勝したらそれ以降の試合は行わない。最初の試合でAが勝った場合、優勝が決定するまでの勝敗の順は何通りあるか。

Aの勝をA Bの勝をBで表すと



左の樹形図より

10通り

- 5 男子4人と女子3人が一列に並ぶとき、次のような並び方は何通りあるか。

- (1) 両端が男子である。
- (2) 女子3人が隣り合わないで並ぶ。

(1) 両端の男子の並び方は ${}_4P_2 = 4 \times 3 = 12$
残りの5人 " $5! = 120$

よって $12 \times 120 = 1440$ (通り) //

(2) 男子4人の並び方は $4! = 24$

女子3人 " ${}_3P_3 = 3! = 6$

よって $24 \times 6 = 144$ (通り) //

- 6 正十角形について、次の数を求めよ。

- (1) 3個の頂点を結んでできる三角形の個数
- (2) 正十角形と辺を共有しない三角形の個数

(1) 10個の頂点から3個の頂点を1組決めると

三角形が1個作れるので ${}_{10}C_3 = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 120$ (個) //

(2) 正十角形と2辺を共有する三角形は10個

" 1辺を " $10 \times 6 = 60$ 個

よって $120 - (10 + 60) = 50$ (個) //

- 7 大人2人と子ども4人が円形のテーブルに着席するとき、次のような並び方は何通りあるか。

- (1) 大人2人が隣り合う。
- (2) 大人2人が向かい合う。

大人をA, Bとすると

(1) Aを固定するとBはその両隣りに座るので並び方は2通り
残りの子ども4人の並び方は4!
よって $2 \times 4! = 48$ 通り //

(2) Aを固定するとBはその向かいに座る(1通り)
残りの子ども4人の並び方は4!
よって $1 \times 4! = 24$ 通り //

- 8 $x + y + z = 10$ を満たす正の整数 (x, y, z) の組は、全部で何個あるか。

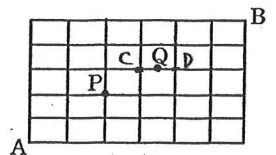
$X = x-1, Y = y-1, Z = z-1$ とおくと $X+Y+Z=7$ $X \geq 0, Y \geq 0, Z \geq 0$

等式を満たす X, Y, Z の組は7個の0と2個の1の順列を作り仕切りで分けられた0の個数も左の X, Y, Z とすると得られるので

${}_9C_2 = \frac{9!}{2!7!} = \frac{9 \times 8}{2 \times 1} = 36$ 個 //

- 9 右の図のような道のある町で、AからBまで遠回りをしないで行くのに、次の場合の道順の総数を求めよ。

- (1) Pを通る。
- (2) PもQも通らない。



(1) A $\rightarrow$ Pの道順 ${}_4C_2$, P $\rightarrow$ Bの道順 ${}_3C_2$
よって ${}_4C_2 \times {}_3C_2 = 6 \times 3 = 18$ //

(2) Qを通る道順の総数は
A $\rightarrow$ C $\rightarrow$ D $\rightarrow$ B ${}_6C_3 \times 1 \times {}_4C_2 = 20 \times 6 = 120$

PもQも通る道順の総数は
A $\rightarrow$ P $\rightarrow$ C $\rightarrow$ D $\rightarrow$ B ${}_4C_2 \times {}_2C_1 \times 1 \times {}_4C_2 = 6 \times 2 \times 6 = 72$

Qを通る道順は A $\rightarrow$ C $\rightarrow$ D $\rightarrow$ B ${}_6C_3 \times 1 \times {}_4C_2 = 20 \times 6 = 120$

よってPまたはQを通る道順の総数は
 $18 + 120 + 72 = 210$ 通り //

10 7人が次のように分かれる方法は何通りあるか。

(1) 2人, 2人, 2人, 1人 の4つの組に分かれる。

(2) 7人が、2つの組に分かれる。

(1) A, B, Cの各部屋に2人ずつ Dに1人入れる方法は

$${}^7C_2 \times {}^5C_2 \times {}^3C_2 \times {}^1C_1 = 630$$

同じ人数 A, B, Cの区別をなくすと 3!通りずつ同じ組ができるので

$$\frac{630}{3!} = \frac{630}{6} = 105 \text{ (通り)} \quad 630 \text{ の } 3! \text{ 割る}$$

(2) 2つの組を A, B とすると

7人のそれぞれについて Aに入るか Bに入るかの2通りある

$$2^7 = 128 \dots \textcircled{1}$$

①から Aに全員入る場合と Bに全員入る場合を除き A, Bの区別をなくすと

$$\frac{128-2}{2} = \frac{126}{2} = 63 \text{ (通り)} \quad 128 \text{ の } 2 \text{ 割る}$$

11 袋 A には赤玉 4 個と白玉 2 個, 袋 B には赤玉 3 個と白玉 4 個が入っている。

袋 A, B から 1 個ずつ玉を取り出すとき、同じ色の玉が出る場合の確率を求めよ。

A の袋から玉を 1 個取り出す試行と B の袋から玉を 1 個取り出す試行は独立であるので

(i) A から赤 B から赤

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{7} = \frac{6}{21}$$

(ii) A から白 B から赤

$$\frac{1}{3} \times \frac{4}{7} = \frac{4}{21}$$

(i) と (ii) の事象は互いに排反だから 求める確率は

$$\frac{6}{21} + \frac{4}{21} = \frac{10}{21} //$$

12 数直線上を動く点 P が原点の位置にある。1 個のさいころを投げて、3 以上の目が出たときは P を正の方向に 2 だけ進め、それ以外の目が出たときは P を負の方向に 1 だけ進める。

さいころを 9 回投げ終わったとき、P が原点にもどっている確率を求めよ。

必要ならば次の値を使うこと。

$$3^6 = 729, \quad 3^7 = 2187, \quad 3^8 = 6561, \quad 3^9 = 19683, \quad 3^{10} = 59049$$

4 9 回のうち r 回 3 以上の目が出ることを

それ以外の目は (9-r) 回

P の座標が 0 となるのは

$$2r + (-1)(9-r) = 0 \quad \therefore 3r = 9 \quad r = 3$$

求める確率は

$${}^9C_3 \left(\frac{2}{3}\right)^3 \left(\frac{1}{3}\right)^6 = \frac{9 \times 8 \times 7}{3 \times 2 \times 1} \times \frac{2^3}{3^3} \times \frac{1}{3^3} = 3 \times 28 \times \frac{8}{3^9} = \frac{224}{3^9} = \frac{224}{6561} //$$

13 1 から 11 までの 11 枚の番号札から 3 枚を同時に引くとき、少なくとも 1 枚が偶数の番号札である確率を求めよ。

奇数の札は 6 枚

3 枚とも奇数である確率は

$$\frac{{}^6C_3}{{}^{11}C_3} = \frac{20}{165} = \frac{4}{33} \quad \textcircled{2}$$

求める確率はこの余事象だから

$$1 - \frac{4}{33} = \frac{29}{33} //$$

14 赤玉と白玉が合わせて 10 個入った袋から、2 個の玉を同時に取り出すとき、

2 個とも白玉である確率が $\frac{1}{3}$ であるという。白玉の個数を求めよ。

白玉の個数を n 個とすると

2 個とも白玉である確率は $\frac{nC_2}{{}^{10}C_2}$

$$\therefore nC_2 = \frac{1}{3} \times {}^{10}C_2$$

$$\frac{n(n-1)}{2} = \frac{1}{3} \times \frac{10 \times 9}{2 \times 1}$$

$$\therefore n^2 - n - 30 = 0$$

$$(n-6)(n+5) = 0 \quad n \geq 1 \text{ より } n = 6$$

Ans. 6 個

15 ある品物を A, B 2 つの工場で製造しているが、A 工場の製品には 5%, B 工場の製品には 7% の不合格品が含まれる。A 工場の製品 500 個と B 工場の製品 300 個を混ぜた中から取り出した 1 個の製品について、次の確率を求めよ。

(1) 不合格品である確率

(2) 不合格品であったとき、B 工場の製品である確率

取り出した 1 個が A 工場の製品であるという事象を A.

" B " " B とすると
" 不合格品である " E

$$P(A) = \frac{500}{800} = \frac{5}{8} \quad P(B) = \frac{3}{8}$$

$$P(A|E) = \frac{5}{100} \quad P(B|E) = \frac{7}{100}$$

$$(1) P(E) = \frac{5}{8} \times \frac{5}{100} + \frac{3}{8} \times \frac{7}{100}$$

$$= \frac{46}{800} = \frac{23}{400} //$$

$$(2) P_E(B) = \frac{P(E|B)}{P(E)} = \frac{\frac{21}{800}}{\frac{46}{800}} = \frac{21}{46} //$$

16 A, B, C, D, E の 5 人がじゃんけんを 1 回するとき、次の確率を求めよ。

(1) 2 人だけが勝つ確率

(2) 誰も勝たない、すなわち あいこになる確率

5 人の手の出し方は $3^5 = 243$ 通り

(1) A, B が勝つ場合 A, B がグー 残り 3 人がチョキ

" チョキ " パー の 3 通り
" パー " グー

4 2 人だけが勝つ場合 勝者 2 人の選び方は ${}^5C_2 = 10$
求める確率は $\frac{3 \times 10}{243} = \frac{10}{81} //$

(2) (i) 1 人だけが勝つ場合 $\frac{5 \times 3}{243} = \frac{5}{81}$
(ii) 2 人だけが勝つ場合は (1)

(iii) 3 人だけが勝つ場合 すなわち 2 人だけが負ければよいので

(i) の手の出し方を逆にすればよいので $\frac{10}{81}$

6 (iv) 4 人だけが勝つ場合すなわち 1 人だけが負ければよいので

(i) の手の出し方を逆にすればよいので $\frac{5}{81}$

よって求める確率は

$$1 - \left(\frac{5}{81} + \frac{10}{81} + \frac{10}{81} + \frac{5}{81}\right) = \frac{51}{81} = \frac{17}{27} //$$

17 箱の中に、赤、青、白それぞれ 4 枚ずつ、合計 12 枚の番号札が入っている。また、同じ色の番号札には、それぞれ 1 から 4 までの数字が 1 つずつ書いてある。この箱から同時に 4 枚の番号札を引くとき、次の場合の確率を求めよ。

「4 枚番号札の数字が 2 種類である」

全体の番号札の選び方は ${}^{12}C_4 = 495$

2 種類の数字の選び方 ${}^4C_2 = 6$ 通り

2 種類の数字を a, b とすると 同じ数字は 3 枚ある

6 $\left. \begin{array}{l} aaab: {}^3C_3 \times {}^3C_1 = 3 \text{ 通り} \\ aabb: {}^3C_2 \times {}^3C_2 = 9 \text{ 通り} \\ abbb: {}^3C_1 \times {}^3C_3 = 3 \text{ 通り} \end{array} \right\}$

$$\text{求める確率は } \frac{6 \times 15}{495} = \frac{2}{11} //$$

(10) - (17)

(17) の 3 つとも同じ数字の解法が多い。