

[1]  $<90^\circ - \theta$  の三角比>

右の図のように、原点Oを中心とする半径 $r$ の半円上に $\angle AOP = \theta$ となる点P(x, y)をとる。すると

$$\sin \theta = \frac{y}{r}, \cos \theta = \frac{x}{r}, \tan \theta = \frac{y}{x} \dots (\text{※})$$

が成り立つ。

線分OQとx軸の正の方向のなす角が $90^\circ - \theta$ となる点Qをとると、図よりQの座標は(y, x)である。

( $90^\circ - \theta$ は3時の方向から $90^\circ$ だけ反時計周りに回ったあと、 $\theta$ だけ戻ればいい)

(赤で塗りつぶされた直角三角形は底辺がx、高さがy、斜辺がrである。これを用いて点Qの座標が求められる。)

よって、 $90^\circ - \theta$ の三角比は、点Qを用いて次のようになる。

$$\sin(90^\circ - \theta) = \frac{Q\text{の}y\text{座標}}{r}, \cos(90^\circ - \theta) = \frac{Q\text{の}x\text{座標}}{r}, \tan(90^\circ - \theta) = \frac{Q\text{の}y\text{座標}}{Q\text{の}x\text{座標}}$$

ゆえに

$$\sin(90^\circ - \theta) = \frac{x}{r}, \cos(90^\circ - \theta) = \frac{y}{r}, \tan(90^\circ - \theta) = \frac{x}{y}$$

これらに(※)を代入すると

$$\sin(90^\circ - \theta) = \frac{x}{r} = \cos \theta$$

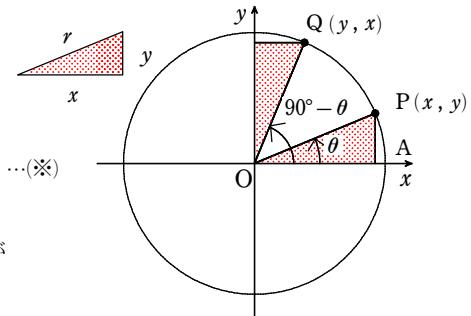
$$\cos(90^\circ - \theta) = \frac{y}{r} = \sin \theta$$

$$\tan(90^\circ - \theta) = \frac{x}{y} = 1 \times \frac{x}{y} = 1 \div \frac{y}{x} = 1 \div \tan \theta = \frac{1}{\tan \theta}$$

つまり

$$\sin(90^\circ - \theta) = \cos \theta, \cos(90^\circ - \theta) = \sin \theta, \tan(90^\circ - \theta) = \frac{1}{\tan \theta}$$

が成り立つ。



$$\sin(90^\circ + \theta) = \frac{x}{r} = \cos \theta$$

$$\cos(90^\circ + \theta) = \frac{-y}{r} = -\frac{y}{r} = -\sin \theta$$

$$\tan(90^\circ + \theta) = \frac{x}{-y} = -\frac{x}{y} = -1 \times \frac{x}{y} = -1 \div \frac{y}{x} = -1 \div \tan \theta = -\frac{1}{\tan \theta}$$

つまり

$$\sin(90^\circ + \theta) = \cos \theta, \cos(90^\circ + \theta) = -\sin \theta, \tan(90^\circ + \theta) = -\frac{1}{\tan \theta}$$

が成り立つ。

$90^\circ + \theta$ と $\theta + 90^\circ$ は同じであるから、 $\theta + 90^\circ$ も同じ公式となる。

$$\sin(\theta + 90^\circ) = \cos \theta, \cos(\theta + 90^\circ) = -\sin \theta, \tan(\theta + 90^\circ) = -\frac{1}{\tan \theta}$$

[3]  $<\theta - 90^\circ$  の三角比>

右の図のように、原点Oを中心とする半径 $r$ の半円上に $\angle AOP = \theta$ となる点P(x, y)をとる。すると

$$\sin \theta = \frac{y}{r}, \cos \theta = \frac{x}{r}, \tan \theta = \frac{y}{x} \dots (\text{※})$$

が成り立つ。

線分OQとx軸の正の方向のなす角が $\theta - 90^\circ$ となる点Qをとると、図よりQの座標は(y, -x)である。

( $\theta - 90^\circ$ は3時の方向から $\theta$ だけ反時計周りに回ったあと、 $90^\circ$ だけ戻ればいい)

(赤で塗りつぶされた直角三角形は底辺がx、高さがy、斜辺がrである。これを用いて点Qの座標が求められる。)

よって、 $\theta - 90^\circ$ の三角比は、点Qを用いて次のようになる。

$$\sin(\theta - 90^\circ) = \frac{Q\text{の}y\text{座標}}{r}, \cos(\theta - 90^\circ) = \frac{Q\text{の}x\text{座標}}{r}, \tan(\theta - 90^\circ) = \frac{Q\text{の}y\text{座標}}{Q\text{の}x\text{座標}}$$

ゆえに

$$\sin(\theta - 90^\circ) = \frac{-x}{r}, \cos(\theta - 90^\circ) = \frac{y}{r}, \tan(\theta - 90^\circ) = \frac{-x}{y}$$

これらに(※)を代入すると

$$\sin(\theta - 90^\circ) = \frac{-x}{r} = -\frac{x}{r} = -\cos \theta$$

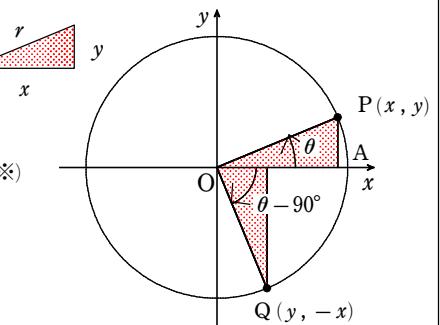
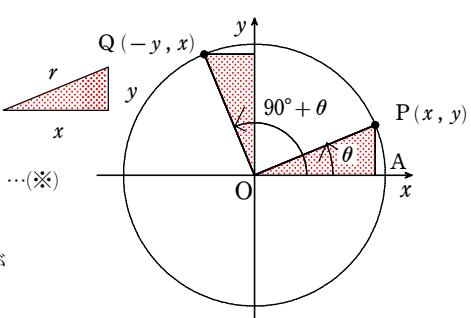
$$\cos(\theta - 90^\circ) = \frac{y}{r} = \sin \theta$$

$$\tan(\theta - 90^\circ) = \frac{-x}{y} = -1 \times \frac{x}{y} = -1 \div \frac{y}{x} = -1 \div \tan \theta = -\frac{1}{\tan \theta}$$

つまり

$$\sin(\theta - 90^\circ) = -\cos \theta, \cos(\theta - 90^\circ) = \sin \theta, \tan(\theta - 90^\circ) = -\frac{1}{\tan \theta}$$

が成り立つ。

[4]  $<180^\circ - \theta$  の三角比>

右の図のように、原点Oを中心とする半径 $r$ の半円上に $\angle AOP = \theta$ となる点P(x, y)をとる。すると

$$\sin \theta = \frac{y}{r}, \cos \theta = \frac{x}{r}, \tan \theta = \frac{y}{x} \dots (\text{※})$$

が成り立つ。

線分OQとx軸の正の方向のなす角が $180^\circ - \theta$ となる点Qをとると、図よりQの座標は(-x, y)である。

( $180^\circ - \theta$ は3時の方向から $180^\circ$ だけ反時計周りに回ったあと、 $\theta$ だけ戻ればいい)

(赤で塗りつぶされた直角三角形は底辺がx、高さがy、斜辺がrである。これを用いて点Qの座標が求められる。)

よって、 $180^\circ - \theta$ の三角比は、点Qを用いて次のようになる。

$$\sin(180^\circ - \theta) = \frac{Q\text{の}y\text{座標}}{r}, \cos(180^\circ - \theta) = \frac{Q\text{の}x\text{座標}}{r}, \tan(180^\circ - \theta) = \frac{Q\text{の}y\text{座標}}{Q\text{の}x\text{座標}}$$

ゆえに

$$\sin(180^\circ - \theta) = \frac{y}{r}, \cos(180^\circ - \theta) = -\frac{x}{r}, \tan(180^\circ - \theta) = -\frac{y}{x}$$

これらに(※)を代入すると

$$\sin(180^\circ - \theta) = \frac{y}{r} = \sin \theta$$

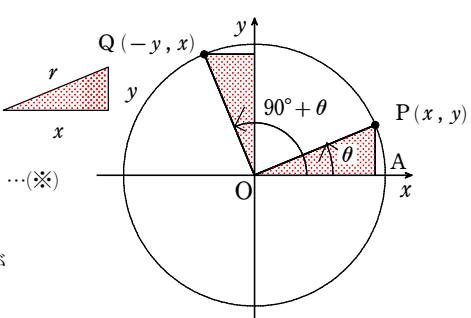
$$\cos(180^\circ - \theta) = -\frac{x}{r} = -\frac{x}{r} = -\cos \theta$$

$$\tan(180^\circ - \theta) = -\frac{y}{x} = -\frac{y}{x} = -\tan \theta$$

つまり

$$\sin(180^\circ - \theta) = \sin \theta, \cos(180^\circ - \theta) = -\cos \theta, \tan(180^\circ - \theta) = -\tan \theta$$

が成り立つ。



$$\sin(90^\circ + \theta) = \frac{x}{r} = \cos \theta$$

$$\cos(90^\circ + \theta) = \frac{-y}{r} = -\frac{y}{r} = -\sin \theta$$

$$\tan(90^\circ + \theta) = \frac{x}{-y} = -\frac{x}{y} = -1 \times \frac{x}{y} = -1 \div \frac{y}{x} = -1 \div \tan \theta = -\frac{1}{\tan \theta}$$

つまり

$$\sin(90^\circ + \theta) = \cos \theta, \cos(90^\circ + \theta) = -\sin \theta, \tan(90^\circ + \theta) = -\frac{1}{\tan \theta}$$

が成り立つ。

$90^\circ + \theta$ と $\theta + 90^\circ$ は同じであるから、 $\theta + 90^\circ$ も同じ公式となる。

$$\sin(\theta + 90^\circ) = \cos \theta, \cos(\theta + 90^\circ) = -\sin \theta, \tan(\theta + 90^\circ) = -\frac{1}{\tan \theta}$$

が成り立つ。

よって、 $90^\circ + \theta$ の三角比は、点Qを用いて次のようになる。

$$\sin(90^\circ + \theta) = \frac{Q\text{の}y\text{座標}}{r}, \cos(90^\circ + \theta) = \frac{Q\text{の}x\text{座標}}{r}, \tan(90^\circ + \theta) = \frac{Q\text{の}y\text{座標}}{Q\text{の}x\text{座標}}$$

ゆえに

$$\sin(90^\circ + \theta) = \frac{x}{r}, \cos(90^\circ + \theta) = -\frac{y}{r}, \tan(90^\circ + \theta) = -\frac{x}{y}$$

これらに(※)を代入すると

$$\sin(90^\circ + \theta) = \frac{x}{r} = \cos \theta$$

$$\cos(90^\circ + \theta) = -\frac{y}{r} = -\frac{y}{r} = -\sin \theta$$

$$\tan(90^\circ + \theta) = -\frac{x}{y} = -1 \times \frac{x}{y} = -1 \div \frac{y}{x} = -1 \div \tan \theta = -\frac{1}{\tan \theta}$$

つまり

$$\sin(90^\circ + \theta) = \cos \theta, \cos(90^\circ + \theta) = -\sin \theta, \tan(90^\circ + \theta) = -\frac{1}{\tan \theta}$$

が成り立つ。

[5]  $<180^\circ + \theta, \theta + 180^\circ$  の三角比>

右の図のように、原点Oを中心とする半径 $r$ の半円上に $\angle AOP = \theta$ となる点P(x, y)をとる。すると

$$\sin \theta = \frac{y}{r}, \cos \theta = \frac{x}{r}, \tan \theta = \frac{y}{x} \dots (\text{※})$$

が成り立つ。

線分OQとx軸の正の方向のなす角が $180^\circ + \theta$ となる点Qをとると、図よりQの座標は(-x, -y)である。

( $180^\circ + \theta$ は3時の方向から $180^\circ$ だけ反時計周りに回ったあと、さらに $\theta$ だけ周ればいい)

(赤で塗りつぶされた直角三角形は底辺がx、高さがy、斜辺がrである。これを用いて点Qの座標が求められる。)

よって、 $180^\circ + \theta$ の三角比は、点Qを用いて次のようになる。

$$\sin(180^\circ + \theta) = \frac{Q\text{の}y\text{座標}}{r}, \cos(180^\circ + \theta) = \frac{Q\text{の}x\text{座標}}{r}, \tan(180^\circ + \theta) = \frac{Q\text{の}y\text{座標}}{Q\text{の}x\text{座標}}$$

ゆえに

$$\sin(180^\circ + \theta) = -\frac{y}{r}, \cos(180^\circ + \theta) = -\frac{x}{r}, \tan(180^\circ + \theta) = -\frac{y}{x}$$

これらに(※)を代入すると

$$\sin(180^\circ - \theta) = \frac{Q\text{の}y\text{座標}}{r}, \cos(180^\circ - \theta) = \frac{Q\text{の}x\text{座標}}{r}, \tan(180^\circ - \theta) = \frac{Q\text{の}y\text{座標}}{Q\text{の}x\text{座標}}$$

ゆえに

$$\sin(180^\circ - \theta) = -\frac{y}{r}, \cos(180^\circ - \theta) = -\frac{x}{r}, \tan(180^\circ - \theta) = -\frac{y}{x}$$

が成り立つ。

線分OQとx軸の正の方向のなす角が $180^\circ - \theta$ となる点Qをとると、図よりQの座標は(-x, y)である。

( $180^\circ - \theta$ は3時の方向から $180^\circ$ だけ反時計周りに回ったあと、 $\theta$ だけ戻ればいい)

(赤で塗りつぶされた直角三角形は底辺がx、高さがy、斜辺がrである。これを用いて点Qの座標が求められる。)

よって、 $180^\circ - \theta$ の三角比は、点Qを用いて次のようになる。

$$\sin(180^\circ - \theta) = \frac{Q\text{の}y\text{座標}}{r}, \cos(180^\circ - \theta) = \frac{Q\text{の}x\text{座標}}{r}, \tan(180^\circ - \theta) = \frac{Q\text{の}y\text{座標}}{Q\text{の}x\text{座標}}$$

ゆえに

$$\sin(180^\circ - \theta) = \frac{y}{r}, \cos(180^\circ - \theta) = -\frac{x}{r}, \tan(180^\circ - \theta) = -\frac{y}{x}$$

これらに(※)を代入すると

$$\sin(180^\circ - \theta) = \frac{y}{r} = \sin \theta$$

$$\cos(180^\circ - \theta) = -\frac{x}{r} = -\frac{x}{r} = -\cos \theta$$

$$\tan(180^\circ - \theta) = -\frac{y}{x} = -\frac{y}{x} = -\tan \theta$$

つまり

$$\sin(180^\circ - \theta) = \sin \theta, \cos(180^\circ - \theta) = -\cos \theta, \tan(180^\circ - \theta) = -\tan \theta$$

が成り立つ。

$$\sin(180^\circ + \theta) = \frac{Q\text{の}y\text{座標}}{r}, \cos(180^\circ + \theta) = \frac{Q\text{の}x\text{座標}}{r}, \tan(180^\circ + \theta) = \frac{Q\text{の}y\text{座標}}{Q\text{の}x\text{座標}}$$

ゆえに

$$\sin(180^\circ + \theta) = -\frac{y}{r}, \cos(180^\circ + \theta) = -\frac{x}{r}, \tan(180^\circ + \theta) = -\frac{y}{x}$$

が成り立つ。

$$\sin(180^\circ + \theta) = \frac{-y}{r} = -\frac{y}{r} = -\sin \theta$$

$$\cos(180^\circ + \theta) = \frac{-x}{r} = -\frac{x}{r} = -\cos \theta$$

$$\tan(180^\circ + \theta) = \frac{-y}{-x} = \frac{y}{x} = \tan \theta$$

つまり

$$\sin(180^\circ + \theta) = -\sin \theta, \quad \cos(180^\circ + \theta) = -\cos \theta, \quad \tan(180^\circ + \theta) = \tan \theta$$

が成り立つ。

$180^\circ + \theta$  と  $\theta + 180^\circ$  は同じであるから、 $\theta + 180^\circ$  も同じ公式となる。

$$\sin(\theta + 180^\circ) = -\sin \theta, \quad \cos(\theta + 180^\circ) = -\cos \theta, \quad \tan(\theta + 180^\circ) = \tan \theta$$

## 6 < $\theta - 180^\circ$ の三角比>

右の図のように、原点 O を中心とする半径  $r$  の半円上に  $\angle AOP = \theta$  となる点 P(x, y) をとる。すると

$$\sin \theta = \frac{y}{r}, \quad \cos \theta = \frac{x}{r}, \quad \tan \theta = \frac{y}{x} \dots (\text{※})$$

が成り立つ。

線分 OQ と  $x$  軸の正の方向のなす角が

$\theta - 180^\circ$  となる点 Q をとると、図より

Q の座標は  $(-x, -y)$  である。

( $\theta - 180^\circ$  は 3 時の方向から  $\theta$ だけ反時計周りに回ったあと、 $180^\circ$ だけ戻ればいい)

(赤で塗りつぶされた直角三角形は底辺が  $x$ 、高さが  $y$ 、斜辺が  $r$  である。これを利用して点 Q の座標が求められる。)

よって、 $\theta - 180^\circ$  の三角比は、点 Q を用いて次のようにになる。

$$\sin(\theta - 180^\circ) = \frac{Q \text{の } y \text{ 座標}}{r}, \quad \cos(\theta - 180^\circ) = \frac{Q \text{の } x \text{ 座標}}{r}, \quad \tan(\theta - 180^\circ) = \frac{Q \text{の } y \text{ 座標}}{Q \text{の } x \text{ 座標}}$$

ゆえに

$$\sin(\theta - 180^\circ) = \frac{-y}{r}, \quad \cos(\theta - 180^\circ) = \frac{-x}{r}, \quad \tan(\theta - 180^\circ) = \frac{-y}{-x}$$

これらに(※)を代入すると

$$\sin(\theta - 180^\circ) = \frac{-y}{r} = -\frac{y}{r} = -\sin \theta$$

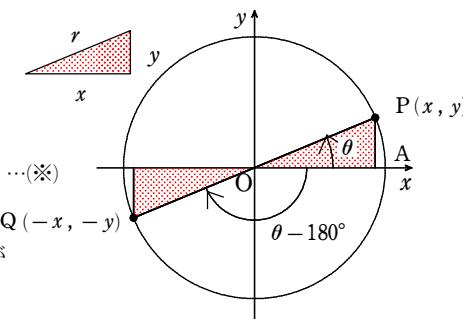
$$\cos(\theta - 180^\circ) = \frac{-x}{r} = -\frac{x}{r} = -\cos \theta$$

$$\tan(\theta - 180^\circ) = \frac{-y}{-x} = \frac{y}{x} = \tan \theta$$

つまり

$$\sin(\theta - 180^\circ) = -\sin \theta, \quad \cos(\theta - 180^\circ) = -\cos \theta, \quad \tan(\theta - 180^\circ) = \tan \theta$$

が成り立つ。



## 7 < $270^\circ - \theta$ の三角比>

右の図のように、原点 O を中心とする半径  $r$  の半円上に  $\angle AOP = \theta$  となる点 P(x, y) をとる。すると

$$\sin \theta = \frac{y}{r}, \quad \cos \theta = \frac{x}{r}, \quad \tan \theta = \frac{y}{x} \dots (\text{※})$$

が成り立つ。

線分 OQ と  $x$  軸の正の方向のなす角が

$270^\circ - \theta$  となる点 Q をとると、図より

Q の座標は  $(-y, -x)$  である。

( $270^\circ - \theta$  は 3 時の方向から  $270^\circ$ だけ反時計周りに回ったあと、 $\theta$ だけ戻ればいい)

(赤で塗りつぶされた直角三角形は底辺が  $x$ 、高さが  $y$ 、斜辺が  $r$  である。これを利用して点 Q の座標が求められる。)

よって、 $270^\circ - \theta$  の三角比は、点 Q を用いて次のようにになる。

$$\sin(270^\circ - \theta) = \frac{Q \text{の } y \text{ 座標}}{r}, \quad \cos(270^\circ - \theta) = \frac{Q \text{の } x \text{ 座標}}{r}, \quad \tan(270^\circ - \theta) = \frac{Q \text{の } y \text{ 座標}}{Q \text{の } x \text{ 座標}}$$

ゆえに

$$\sin(270^\circ - \theta) = \frac{-x}{r}, \quad \cos(270^\circ - \theta) = \frac{-y}{r}, \quad \tan(270^\circ - \theta) = \frac{-x}{-y}$$

これらに(※)を代入すると

$$\sin(270^\circ - \theta) = \frac{-x}{r} = -\frac{x}{r} = -\cos \theta$$

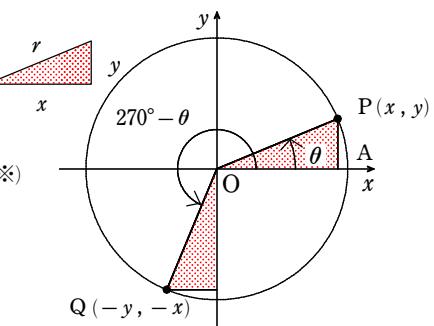
$$\cos(270^\circ - \theta) = \frac{-y}{r} = -\frac{y}{r} = -\sin \theta$$

$$\tan(270^\circ - \theta) = \frac{-x}{-y} = \frac{x}{y} = 1 \times \frac{x}{y} = 1 \div \frac{y}{x} = 1 \div \tan \theta = \frac{1}{\tan \theta}$$

つまり

$$\sin(270^\circ - \theta) = -\cos \theta, \quad \cos(270^\circ - \theta) = -\sin \theta, \quad \tan(270^\circ - \theta) = \frac{1}{\tan \theta}$$

が成り立つ。



$$\cos(270^\circ + \theta) = \frac{y}{r} = \sin \theta$$

$$\tan(270^\circ + \theta) = \frac{-x}{y} = -1 \times \frac{x}{y} = -1 \div \frac{y}{x} = -1 \div \tan \theta = -\frac{1}{\tan \theta}$$

つまり

$$\sin(270^\circ + \theta) = -\cos \theta, \quad \cos(270^\circ + \theta) = \sin \theta, \quad \tan(270^\circ + \theta) = -\frac{1}{\tan \theta}$$

が成り立つ。

$270^\circ + \theta$  と  $\theta + 270^\circ$  は同じであるから、 $\theta + 270^\circ$  も同じ公式となる。

$$\sin(\theta + 270^\circ) = -\cos \theta, \quad \cos(\theta + 270^\circ) = \sin \theta, \quad \tan(\theta + 270^\circ) = -\frac{1}{\tan \theta}$$

## 9 < $\theta - 270^\circ$ の三角比>

右の図のように、原点 O を中心とする半径  $r$  の半円上に  $\angle AOP = \theta$  となる点 P(x, y) をとる。すると

$$\sin \theta = \frac{y}{r}, \quad \cos \theta = \frac{x}{r}, \quad \tan \theta = \frac{y}{x} \dots (\text{※})$$

が成り立つ。

線分 OQ と  $x$  軸の正の方向のなす角が

$\theta - 270^\circ$  となる点 Q をとると、図より

Q の座標は  $(-y, x)$  である。

( $\theta - 270^\circ$  は 3 時の方向から  $\theta$ だけ反時計周りに回ったあと、 $270^\circ$ だけ戻ればいい)

(赤で塗りつぶされた直角三角形は底辺が  $x$ 、高さが  $y$ 、斜辺が  $r$  である。これを利用して点 Q の座標が求められる。)

よって、 $\theta - 270^\circ$  の三角比は、点 Q を用いて次のようにになる。

$$\sin(\theta - 270^\circ) = \frac{Q \text{の } y \text{ 座標}}{r}, \quad \cos(\theta - 270^\circ) = \frac{Q \text{の } x \text{ 座標}}{r}, \quad \tan(\theta - 270^\circ) = \frac{Q \text{の } y \text{ 座標}}{Q \text{の } x \text{ 座標}}$$

ゆえに

$$\sin(\theta - 270^\circ) = \frac{x}{r}, \quad \cos(\theta - 270^\circ) = \frac{-y}{r}, \quad \tan(\theta - 270^\circ) = \frac{x}{-y}$$

これらに(※)を代入すると

$$\sin(\theta - 270^\circ) = \frac{x}{r} = \cos \theta$$

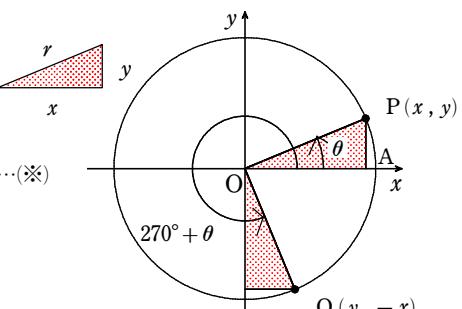
$$\cos(\theta - 270^\circ) = \frac{-y}{r} = -\frac{y}{r} = -\sin \theta$$

$$\tan(\theta - 270^\circ) = \frac{x}{-y} = -\frac{x}{y} = -1 \times \frac{x}{y} = -1 \div \frac{y}{x} = -1 \div \tan \theta = -\frac{1}{\tan \theta}$$

つまり

$$\sin(\theta - 270^\circ) = \cos \theta, \quad \cos(\theta - 270^\circ) = -\sin \theta, \quad \tan(\theta - 270^\circ) = -\frac{1}{\tan \theta}$$

が成り立つ。



## 8 < $270^\circ + \theta, \theta + 270^\circ$ の三角比>

右の図のように、原点 O を中心とする半径  $r$  の半円上に  $\angle AOP = \theta$  となる点 P(x, y) をとる。すると

$$\sin \theta = \frac{y}{r}, \quad \cos \theta = \frac{x}{r}, \quad \tan \theta = \frac{y}{x} \dots (\text{※})$$

が成り立つ。

線分 OQ と  $x$  軸の正の方向のなす角が

$270^\circ + \theta$  となる点 Q をとると、図より

Q の座標は  $(y, -x)$  である。

( $270^\circ + \theta$  は 3 時の方向から  $270^\circ$ だけ反時計周りに回ったあと、さらに  $\theta$ だけ周ればいい)

(赤で塗りつぶされた直角三角形は底辺が  $x$ 、高さが  $y$ 、斜辺が  $r$  である。これを利用して点 Q の座標が求められる。)

よって、 $270^\circ + \theta$  の三角比は、点 Q を用いて次のようにになる。

$$\sin(270^\circ + \theta) = \frac{Q \text{の } y \text{ 座標}}{r}, \quad \cos(270^\circ + \theta) = \frac{Q \text{の } x \text{ 座標}}{r}, \quad \tan(270^\circ + \theta) = \frac{Q \text{の } y \text{ 座標}}{Q \text{の } x \text{ 座標}}$$

ゆえに

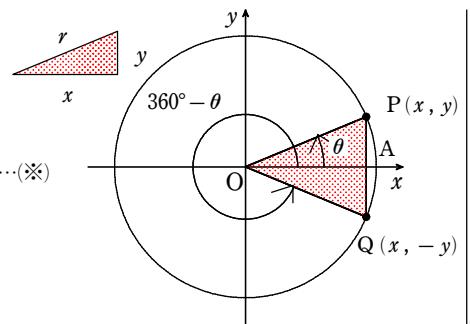
$$\sin(270^\circ + \theta) = \frac{-x}{r}, \quad \cos(270^\circ + \theta) = \frac{y}{r}, \quad \tan(270^\circ + \theta) = \frac{-x}{y}$$

これらに(※)を代入すると

$$\sin(270^\circ + \theta) = \frac{-x}{r} = -\frac{x}{r} = -\cos \theta$$

### 10 <360° - θ の三角比>

右の図のように、原点Oを中心とする半径rの半円上に∠AOP = θとなる点P(x, y)をとる。すると  
 $\sin \theta = \frac{y}{r}$ ,  $\cos \theta = \frac{x}{r}$ ,  $\tan \theta = \frac{y}{x}$  …(※)



が成り立つ。  
 線分OQとx軸の正の方向のなす角が  
 $360^\circ - \theta$ となる点Qをとると、図より  
 Qの座標は(x, -y)である。

( $360^\circ - \theta$ は3時の方向から $360^\circ$ だけ反時計周りに回ったあと、 $\theta$ だけ戻ればいい)  
 (赤で塗りつぶされた直角三角形は底辺がx、高さがy、斜辺がrである。これを用いて点Qの座標が求められる。)

よって、 $360^\circ - \theta$ の三角比は、点Qを用いて次のようになる。

$$\sin(360^\circ - \theta) = \frac{Q\text{の}y\text{座標}}{r}, \cos(360^\circ - \theta) = \frac{Q\text{の}x\text{座標}}{r}, \tan(360^\circ - \theta) = \frac{Q\text{の}y\text{座標}}{Q\text{の}x\text{座標}}$$

ゆえに

$$\sin(360^\circ - \theta) = \frac{-y}{r}, \cos(360^\circ - \theta) = \frac{x}{r}, \tan(360^\circ - \theta) = \frac{y}{-x}$$

これらに(※)を代入すると

$$\sin(360^\circ - \theta) = \frac{-y}{r} = -\frac{y}{r} = -\sin \theta$$

$$\cos(360^\circ - \theta) = \frac{x}{r} = \cos \theta$$

$$\tan(360^\circ - \theta) = \frac{-y}{x} = -\frac{y}{x} = -\tan \theta$$

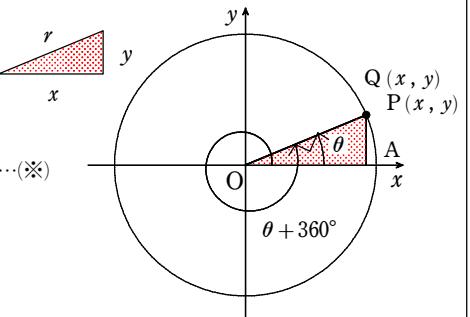
つまり

$$\sin(360^\circ - \theta) = -\sin \theta, \cos(360^\circ - \theta) = \cos \theta, \tan(360^\circ - \theta) = -\tan \theta$$

が成り立つ。

### 11 < $\theta + 360^\circ$ , $360^\circ + \theta$ の三角比>

右の図のように、原点Oを中心とする半径rの半円上に∠AOP = θとなる点P(x, y)をとる。すると  
 $\sin \theta = \frac{y}{r}$ ,  $\cos \theta = \frac{x}{r}$ ,  $\tan \theta = \frac{y}{x}$  …(※)



が成り立つ。  
 線分OQとx軸の正の方向のなす角が  
 $\theta + 360^\circ$ となる点Qをとると、図より  
 Qの座標はPと同じ(x, y)である。

( $\theta + 360^\circ$ は3時の方向から $\theta$ だけ反時計周りに回ったあと、さらに $360^\circ$ だけ周ればいい)

よって、 $\theta + 360^\circ$ の三角比は、点Qを用いて次のようになる。

$$\sin(\theta + 360^\circ) = \frac{Q\text{の}y\text{座標}}{r}, \cos(\theta + 360^\circ) = \frac{Q\text{の}x\text{座標}}{r}, \tan(\theta + 360^\circ) = \frac{Q\text{の}y\text{座標}}{Q\text{の}x\text{座標}}$$

ゆえに

$$\sin(\theta + 360^\circ) = \frac{y}{r}, \cos(\theta + 360^\circ) = \frac{x}{r}, \tan(\theta + 360^\circ) = \frac{y}{x}$$

これらに(※)を代入すると

$$\sin(\theta + 360^\circ) = \frac{y}{r} = \sin \theta$$

$$\cos(\theta + 360^\circ) = \frac{x}{r} = \cos \theta$$

$$\tan(\theta + 360^\circ) = \frac{y}{x} = \tan \theta$$

つまり

$$\sin(\theta + 360^\circ) = \sin \theta, \cos(\theta + 360^\circ) = \cos \theta, \tan(\theta + 360^\circ) = \tan \theta$$

が成り立つ。

$360^\circ + \theta$ と $\theta + 360^\circ$ は同じであるから、 $\theta + 360^\circ$ も同じ公式となる。

$$\sin(360^\circ + \theta) = \sin \theta, \cos(360^\circ + \theta) = \cos \theta, \tan(360^\circ + \theta) = \tan \theta$$

### 12 < $\theta - 360^\circ$ の三角比>

右の図のように、原点Oを中心とする半径rの半円上に∠AOP = θとなる点P(x, y)をとる。すると

$$\sin \theta = \frac{y}{r}, \cos \theta = \frac{x}{r}, \tan \theta = \frac{y}{x} \dots(※)$$

が成り立つ。

線分OQとx軸の正の方向のなす角が

$\theta - 360^\circ$ となる点Qをとると、図より

Qの座標はPと同じ(x, y)である。

( $\theta - 360^\circ$ は3時の方向から $\theta$ だけ反時計周りに回ったあと、 $360^\circ$ だけ戻ればいい)

よって、 $\theta - 360^\circ$ の三角比は、点Qを用いて次のようになる。

$$\sin(\theta - 360^\circ) = \frac{Q\text{の}y\text{座標}}{r}, \cos(\theta - 360^\circ) = \frac{Q\text{の}x\text{座標}}{r}, \tan(\theta - 360^\circ) = \frac{Q\text{の}y\text{座標}}{Q\text{の}x\text{座標}}$$

ゆえに

$$\sin(\theta - 360^\circ) = \frac{y}{r}, \cos(\theta - 360^\circ) = \frac{x}{r}, \tan(\theta - 360^\circ) = \frac{y}{x}$$

これらに(※)を代入すると

$$\sin(\theta - 360^\circ) = \frac{y}{r} = \sin \theta$$

$$\cos(\theta - 360^\circ) = \frac{x}{r} = \cos \theta$$

$$\tan(\theta - 360^\circ) = \frac{y}{x} = \tan \theta$$

つまり

$$\sin(\theta - 360^\circ) = \sin \theta, \cos(\theta - 360^\circ) = \cos \theta, \tan(\theta - 360^\circ) = \tan \theta$$

が成り立つ。

