

1 <90°-θ の三角比>

右の図のように、原点 O を中心とする半径  $r$  の半円上に  $\angle AOP=\theta$  となる点 P( $x$ ,  $y$ ) をとる。すると

$$\sin \theta = \frac{y}{r}, \quad \cos \theta = \frac{x}{r}, \quad \tan \theta = \frac{y}{x} \dots (※)$$

が成り立つ。

線分 OQ と  $x$  軸の正の方向のなす角が  $90^\circ - \theta$  となる点 Q をとると、図より Q の座標は ( $y$ ,  $x$ ) である。

(  $90^\circ - \theta$  は 3 時の方向から  $90^\circ$  だけ反時計周りに回ったあと、 $\theta$  だけ戻ればいい )

( 赤で塗りつぶされた直角三角形は底辺が  $x$  , 高さが  $y$  , 斜辺が  $r$  である。これを利用して点 Q の座標が求められる。 )

よって、 $90^\circ - \theta$  の三角比は、点 Q を用いて次のようになる。

$$\sin(90^\circ - \theta) = \frac{\text{Qの}y\text{座標}}{r}, \quad \cos(90^\circ - \theta) = \frac{\text{Qの}x\text{座標}}{r}, \quad \tan(90^\circ - \theta) = \frac{\text{Qの}y\text{座標}}{\text{Qの}x\text{座標}}$$

ゆえに

$$\sin(90^\circ - \theta) = \frac{x}{r}, \quad \cos(90^\circ - \theta) = \frac{y}{r}, \quad \tan(90^\circ - \theta) = \frac{x}{y}$$

これらに(※)を代入すると

$$\sin(90^\circ - \theta) = \frac{x}{r} = \cos \theta$$
$$\cos(90^\circ - \theta) = \frac{y}{r} = \sin \theta$$
$$\tan(90^\circ - \theta) = \frac{x}{y} = 1 \times \frac{x}{y} = 1 \div \frac{y}{x} = 1 \div \tan \theta = \frac{1}{\tan \theta}$$

つまり

$$\sin(90^\circ - \theta) = \cos \theta, \quad \cos(90^\circ - \theta) = \sin \theta, \quad \tan(90^\circ - \theta) = \frac{1}{\tan \theta}$$

が成り立つ。

2 <90°+θ, θ+90° の三角比>

右の図のように、原点 O を中心とする半径  $r$  の半円上に  $\angle AOP=\theta$  となる点 P( $x$ ,  $y$ ) をとる。すると

$$\sin \theta = \frac{y}{r}, \quad \cos \theta = \frac{x}{r}, \quad \tan \theta = \frac{y}{x} \dots (※)$$

が成り立つ。

線分 OQ と  $x$  軸の正の方向のなす角が  $90^\circ + \theta$  となる点 Q をとると、図より Q の座標は ( $-y$ ,  $x$ ) である。

(  $90^\circ + \theta$  は 3 時の方向から  $90^\circ$  だけ反時計周りに回ったあと、さらに  $\theta$  だけ周ればいい )

( 赤で塗りつぶされた直角三角形は底辺が  $x$  , 高さが  $y$  , 斜辺が  $r$  である。これを利用して点 Q の座標が求められる。 )

よって、 $90^\circ + \theta$  の三角比は、点 Q を用いて次のようになる。

$$\sin(90^\circ + \theta) = \frac{\text{Qの}y\text{座標}}{r}, \quad \cos(90^\circ + \theta) = \frac{\text{Qの}x\text{座標}}{r}, \quad \tan(90^\circ + \theta) = \frac{\text{Qの}y\text{座標}}{\text{Qの}x\text{座標}}$$

ゆえに

$$\sin(90^\circ + \theta) = \frac{x}{r}, \quad \cos(90^\circ + \theta) = \frac{-y}{r}, \quad \tan(90^\circ + \theta) = \frac{x}{-y}$$

これらに(※)を代入すると

$$\sin(90^\circ + \theta) = \frac{x}{r} = \cos \theta$$
$$\cos(90^\circ + \theta) = \frac{-y}{r} = -\frac{y}{r} = -\sin \theta$$
$$\tan(90^\circ + \theta) = \frac{x}{-y} = -\frac{x}{y} = -1 \times \frac{x}{y} = -1 \div \frac{y}{x} = -1 \div \tan \theta = -\frac{1}{\tan \theta}$$

つまり

$$\sin(90^\circ + \theta) = \cos \theta, \quad \cos(90^\circ + \theta) = -\sin \theta, \quad \tan(90^\circ + \theta) = -\frac{1}{\tan \theta}$$

が成り立つ。

$90^\circ + \theta$  と  $\theta + 90^\circ$  は同じであるから、 $\theta + 90^\circ$  も同じ公式となる。

$$\sin(\theta + 90^\circ) = \cos \theta, \quad \cos(\theta + 90^\circ) = -\sin \theta, \quad \tan(\theta + 90^\circ) = -\frac{1}{\tan \theta}$$

3 <θ-90° の三角比>

右の図のように、原点 O を中心とする半径  $r$  の半円上に  $\angle AOP=\theta$  となる点 P( $x$ ,  $y$ ) をとる。すると

$$\sin \theta = \frac{y}{r}, \quad \cos \theta = \frac{x}{r}, \quad \tan \theta = \frac{y}{x} \dots (※)$$

が成り立つ。

線分 OQ と  $x$  軸の正の方向のなす角が  $\theta - 90^\circ$  となる点 Q をとると、図より Q の座標は ( $y$ ,  $-x$ ) である。

(  $\theta - 90^\circ$  は 3 時の方向から  $\theta$  だけ反時計周りに回ったあと、 $90^\circ$  だけ戻ればいい )

( 赤で塗りつぶされた直角三角形は底辺が  $x$  , 高さが  $y$  , 斜辺が  $r$  である。これを利用して点 Q の座標が求められる。 )

よって、 $\theta - 90^\circ$  の三角比は、点 Q を用いて次のようになる。

$$\sin(\theta - 90^\circ) = \frac{\text{Qの}y\text{座標}}{r}, \quad \cos(\theta - 90^\circ) = \frac{\text{Qの}x\text{座標}}{r}, \quad \tan(\theta - 90^\circ) = \frac{\text{Qの}y\text{座標}}{\text{Qの}x\text{座標}}$$

ゆえに

$$\sin(\theta - 90^\circ) = \frac{-x}{r}, \quad \cos(\theta - 90^\circ) = \frac{y}{r}, \quad \tan(\theta - 90^\circ) = \frac{-x}{y}$$

これらに(※)を代入すると

$$\sin(\theta - 90^\circ) = \frac{-x}{r} = -\frac{x}{r} = -\cos \theta$$
$$\cos(\theta - 90^\circ) = \frac{y}{r} = \sin \theta$$
$$\tan(\theta - 90^\circ) = \frac{-x}{y} = -1 \times \frac{x}{y} = -1 \div \frac{y}{x} = -1 \div \tan \theta = -\frac{1}{\tan \theta}$$

つまり

$$\sin(\theta - 90^\circ) = -\cos \theta, \quad \cos(\theta - 90^\circ) = \sin \theta, \quad \tan(\theta - 90^\circ) = -\frac{1}{\tan \theta}$$

が成り立つ。

4 <180°-θ の三角比>

右の図のように、原点 O を中心とする半径  $r$  の半円上に  $\angle AOP=\theta$  となる点 P( $x$ ,  $y$ ) をとる。すると

$$\sin \theta = \frac{y}{r}, \quad \cos \theta = \frac{x}{r}, \quad \tan \theta = \frac{y}{x} \dots (※)$$

が成り立つ。

線分 OQ と  $x$  軸の正の方向のなす角が  $180^\circ - \theta$  となる点 Q をとると、図より Q の座標は ( $-x$ ,  $y$ ) である。

(  $180^\circ - \theta$  は 3 時の方向から  $180^\circ$  だけ反時計周りに回ったあと、 $\theta$  だけ戻ればいい )

( 赤で塗りつぶされた直角三角形は底辺が  $x$  , 高さが  $y$  , 斜辺が  $r$  である。これを利用して点 Q の座標が求められる。 )

よって、 $180^\circ - \theta$  の三角比は、点 Q を用いて次のようになる。

$$\sin(180^\circ - \theta) = \frac{\text{Qの}y\text{座標}}{r}, \quad \cos(180^\circ - \theta) = \frac{\text{Qの}x\text{座標}}{r}, \quad \tan(180^\circ - \theta) = \frac{\text{Qの}y\text{座標}}{\text{Qの}x\text{座標}}$$

ゆえに

$$\sin(180^\circ - \theta) = \frac{y}{r}, \quad \cos(180^\circ - \theta) = \frac{-x}{r}, \quad \tan(180^\circ - \theta) = \frac{y}{-x}$$

これらに(※)を代入すると

$$\sin(180^\circ - \theta) = \frac{y}{r} = \sin \theta$$
$$\cos(180^\circ - \theta) = \frac{-x}{r} = -\frac{x}{r} = -\cos \theta$$
$$\tan(180^\circ - \theta) = \frac{y}{-x} = -\frac{y}{x} = -\tan \theta$$

つまり

$$\sin(180^\circ - \theta) = \sin \theta, \quad \cos(180^\circ - \theta) = -\cos \theta, \quad \tan(180^\circ - \theta) = -\tan \theta$$

が成り立つ。

5 <180°+θ, θ+180° の三角比>

右の図のように、原点 O を中心とする半径  $r$  の半円上に  $\angle AOP=\theta$  となる点 P( $x$ ,  $y$ ) をとる。すると

$$\sin \theta = \frac{y}{r}, \quad \cos \theta = \frac{x}{r}, \quad \tan \theta = \frac{y}{x} \dots (※)$$

が成り立つ。

線分 OQ と  $x$  軸の正の方向のなす角が  $180^\circ + \theta$  となる点 Q をとると、図より Q の座標は ( $-x$ ,  $-y$ ) である。

(  $180^\circ + \theta$  は 3 時の方向から  $180^\circ$  だけ反時計周りに回ったあと、さらに  $\theta$  だけ周ればいい )

( 赤で塗りつぶされた直角三角形は底辺が  $x$  , 高さが  $y$  , 斜辺が  $r$  である。これを利用して点 Q の座標が求められる。 )

よって、 $180^\circ + \theta$  の三角比は、点 Q を用いて次のようになる。

$$\sin(180^\circ + \theta) = \frac{\text{Qの}y\text{座標}}{r}, \quad \cos(180^\circ + \theta) = \frac{\text{Qの}x\text{座標}}{r}, \quad \tan(180^\circ + \theta) = \frac{\text{Qの}y\text{座標}}{\text{Qの}x\text{座標}}$$

ゆえに

$$\sin(180^\circ + \theta) = \frac{-y}{r}, \quad \cos(180^\circ + \theta) = \frac{-x}{r}, \quad \tan(180^\circ + \theta) = \frac{-y}{-x}$$

これらに(※)を代入すると

$$\sin(180^\circ + \theta) = \frac{-y}{r} = -\frac{y}{r} = -\sin \theta$$

$$\cos(180^\circ + \theta) = \frac{-x}{r} = -\frac{x}{r} = -\cos \theta$$

$$\tan(180^\circ + \theta) = \frac{-y}{-x} = \frac{y}{x} = \tan \theta$$

つまり

$$\sin(180^\circ + \theta) = -\sin \theta, \quad \cos(180^\circ + \theta) = -\cos \theta, \quad \tan(180^\circ + \theta) = \tan \theta$$

が成り立つ。

$180^\circ + \theta$  と  $\theta + 180^\circ$  は同じであるから、 $\theta + 180^\circ$  も同じ公式となる。

$$\sin(\theta + 180^\circ) = -\sin \theta, \quad \cos(\theta + 180^\circ) = -\cos \theta, \quad \tan(\theta + 180^\circ) = \tan \theta$$

## [6] $<\theta - 180^\circ$ の三角比>

右の図のように、原点  $O$  を中心とする半径  $r$  の半円上に  $\angle AOP = \theta$  となる点  $P(x, y)$  をとる。すると

$$\sin \theta = \frac{y}{r}, \quad \cos \theta = \frac{x}{r}, \quad \tan \theta = \frac{y}{x} \cdots (\ast)$$

が成り立つ。

線分  $OQ$  と  $x$  軸の正の方向のなす角が  $\theta - 180^\circ$  となる点  $Q$  をとると、図より  $Q$  の座標は  $(-x, -y)$  である。

( $\theta - 180^\circ$  は 3 時の方向から  $\theta$  だけ反時計周りに回ったあと、 $180^\circ$  だけ戻ればいい)

(赤で塗りつぶされた直角三角形は底辺が  $x$ 、高さが  $y$ 、斜辺が  $r$  である。これを利用して点  $Q$  の座標が求められる。)

よって、 $\theta - 180^\circ$  の三角比は、点  $Q$  を用いて次のようになる。

$$\sin(\theta - 180^\circ) = \frac{Q \text{ の } y \text{ 座標}}{r}, \quad \cos(\theta - 180^\circ) = \frac{Q \text{ の } x \text{ 座標}}{r}, \quad \tan(\theta - 180^\circ) = \frac{Q \text{ の } y \text{ 座標}}{Q \text{ の } x \text{ 座標}}$$

ゆえに

$$\sin(\theta - 180^\circ) = \frac{-y}{r}, \quad \cos(\theta - 180^\circ) = \frac{-x}{r}, \quad \tan(\theta - 180^\circ) = \frac{-y}{-x}$$

これらに  $(\ast)$  を代入すると

$$\sin(\theta - 180^\circ) = \frac{-y}{r} = -\frac{y}{r} = -\sin \theta$$

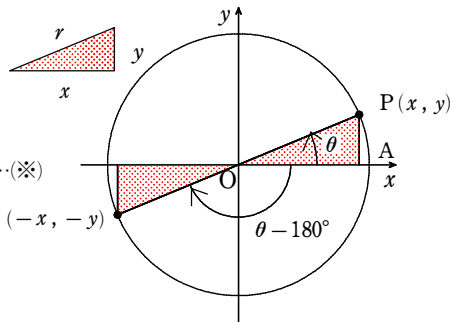
$$\cos(\theta - 180^\circ) = \frac{-x}{r} = -\frac{x}{r} = -\cos \theta$$

$$\tan(\theta - 180^\circ) = \frac{-y}{-x} = \frac{y}{x} = \tan \theta$$

つまり

$$\sin(\theta - 180^\circ) = -\sin \theta, \quad \cos(\theta - 180^\circ) = -\cos \theta, \quad \tan(\theta - 180^\circ) = \tan \theta$$

が成り立つ。



## [7] $<270^\circ - \theta$ の三角比>

右の図のように、原点  $O$  を中心とする半径  $r$  の半円上に  $\angle AOP = \theta$  となる点  $P(x, y)$  をとる。すると

$$\sin \theta = \frac{y}{r}, \quad \cos \theta = \frac{x}{r}, \quad \tan \theta = \frac{y}{x} \cdots (\ast)$$

が成り立つ。

線分  $OQ$  と  $x$  軸の正の方向のなす角が

$270^\circ - \theta$  となる点  $Q$  をとると、図より

$Q$  の座標は  $(-y, -x)$  である。

( $270^\circ - \theta$  は 3 時の方向から  $270^\circ$  だけ反時計周りに回ったあと、 $\theta$  だけ戻ればいい)

(赤で塗りつぶされた直角三角形は底辺が  $x$ 、高さが  $y$ 、斜辺が  $r$  である。これを利用して点  $Q$  の座標が求められる。)

よって、 $270^\circ - \theta$  の三角比は、点  $Q$  を用いて次のようになる。

$$\sin(270^\circ - \theta) = \frac{Q \text{ の } y \text{ 座標}}{r}, \quad \cos(270^\circ - \theta) = \frac{Q \text{ の } x \text{ 座標}}{r}, \quad \tan(270^\circ - \theta) = \frac{Q \text{ の } y \text{ 座標}}{Q \text{ の } x \text{ 座標}}$$

ゆえに

$$\sin(270^\circ - \theta) = \frac{-x}{r}, \quad \cos(270^\circ - \theta) = \frac{-y}{r}, \quad \tan(270^\circ - \theta) = \frac{-x}{-y}$$

これらに  $(\ast)$  を代入すると

$$\sin(270^\circ - \theta) = \frac{-x}{r} = -\frac{x}{r} = -\cos \theta$$

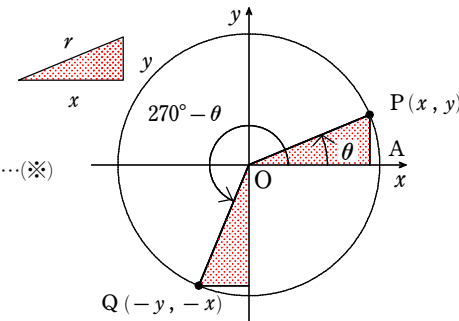
$$\cos(270^\circ - \theta) = \frac{-y}{r} = -\frac{y}{r} = -\sin \theta$$

$$\tan(270^\circ - \theta) = \frac{-x}{-y} = \frac{x}{y} = 1 \times \frac{x}{y} = 1 \div \frac{y}{x} = 1 \div \tan \theta = \frac{1}{\tan \theta}$$

つまり

$$\sin(270^\circ - \theta) = -\cos \theta, \quad \cos(270^\circ - \theta) = -\sin \theta, \quad \tan(270^\circ - \theta) = \frac{1}{\tan \theta}$$

が成り立つ。



## [8] $<270^\circ + \theta, \quad \theta + 270^\circ$ の三角比>

右の図のように、原点  $O$  を中心とする半径  $r$  の半円上に  $\angle AOP = \theta$  となる点  $P(x, y)$  をとる。すると

$$\sin \theta = \frac{y}{r}, \quad \cos \theta = \frac{x}{r}, \quad \tan \theta = \frac{y}{x} \cdots (\ast)$$

が成り立つ。

線分  $OQ$  と  $x$  軸の正の方向のなす角が

$270^\circ + \theta$  となる点  $Q$  をとると、図より

$Q$  の座標は  $(y, -x)$  である。

( $270^\circ + \theta$  は 3 時の方向から  $270^\circ$  だけ反時計周りに回ったあと、さらに  $\theta$  だけ周ればいい)

(赤で塗りつぶされた直角三角形は底辺が  $x$ 、高さが  $y$ 、斜辺が  $r$  である。これを利用して点  $Q$  の座標が求められる。)

よって、 $270^\circ + \theta$  の三角比は、点  $Q$  を用いて次のようになる。

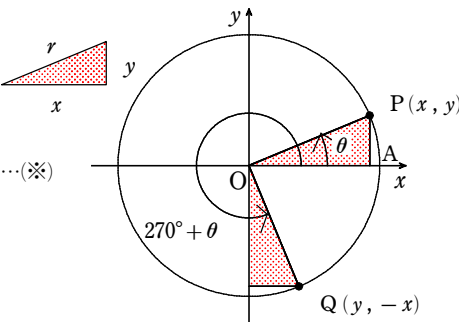
$$\sin(270^\circ + \theta) = \frac{Q \text{ の } y \text{ 座標}}{r}, \quad \cos(270^\circ + \theta) = \frac{Q \text{ の } x \text{ 座標}}{r}, \quad \tan(270^\circ + \theta) = \frac{Q \text{ の } y \text{ 座標}}{Q \text{ の } x \text{ 座標}}$$

ゆえに

$$\sin(270^\circ + \theta) = \frac{-x}{r}, \quad \cos(270^\circ + \theta) = \frac{y}{r}, \quad \tan(270^\circ + \theta) = \frac{-x}{y}$$

これらに  $(\ast)$  を代入すると

$$\sin(270^\circ + \theta) = \frac{-x}{r} = -\frac{x}{r} = -\cos \theta$$



$$\cos(270^\circ + \theta) = \frac{y}{r} = \sin \theta$$

$$\tan(270^\circ + \theta) = \frac{-x}{y} = -1 \times \frac{x}{y} = -1 \div \frac{y}{x} = -1 \div \tan \theta = -\frac{1}{\tan \theta}$$

つまり

$$\sin(270^\circ + \theta) = -\cos \theta, \quad \cos(270^\circ + \theta) = \sin \theta, \quad \tan(270^\circ + \theta) = -\frac{1}{\tan \theta}$$

が成り立つ。

$270^\circ + \theta$  と  $\theta + 270^\circ$  は同じであるから、 $\theta + 270^\circ$  も同じ公式となる。

$$\sin(\theta + 270^\circ) = -\cos \theta, \quad \cos(\theta + 270^\circ) = \sin \theta, \quad \tan(\theta + 270^\circ) = -\frac{1}{\tan \theta}$$

## [9] $<\theta - 270^\circ$ の三角比>

右の図のように、原点  $O$  を中心とする半径  $r$  の半円上に  $\angle AOP = \theta$  となる点  $P(x, y)$  をとる。すると

$$\sin \theta = \frac{y}{r}, \quad \cos \theta = \frac{x}{r}, \quad \tan \theta = \frac{y}{x} \cdots (\ast)$$

が成り立つ。

線分  $OQ$  と  $x$  軸の正の方向のなす角が

$\theta - 270^\circ$  となる点  $Q$  をとると、図より

$Q$  の座標は  $(-y, x)$  である。

( $\theta - 270^\circ$  は 3 時の方向から  $\theta$  だけ反時計周りに回ったあと、 $270^\circ$  だけ戻ればいい)

(赤で塗りつぶされた直角三角形は底辺が  $x$ 、高さが  $y$ 、斜辺が  $r$  である。これを利用して点  $Q$  の座標が求められる。)

よって、 $\theta - 270^\circ$  の三角比は、点  $Q$  を用いて次のようになる。

$$\sin(\theta - 270^\circ) = \frac{Q \text{ の } y \text{ 座標}}{r}, \quad \cos(\theta - 270^\circ) = \frac{Q \text{ の } x \text{ 座標}}{r}, \quad \tan(\theta - 270^\circ) = \frac{Q \text{ の } y \text{ 座標}}{Q \text{ の } x \text{ 座標}}$$

ゆえに

$$\sin(\theta - 270^\circ) = \frac{x}{r}, \quad \cos(\theta - 270^\circ) = \frac{-y}{r}, \quad \tan(\theta - 270^\circ) = \frac{x}{-y}$$

これらに  $(\ast)$  を代入すると

$$\sin(\theta - 270^\circ) = \frac{x}{r} = \cos \theta$$

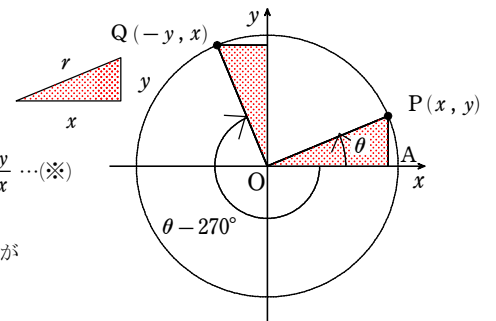
$$\cos(\theta - 270^\circ) = \frac{-y}{r} = -\frac{y}{r} = -\sin \theta$$

$$\tan(\theta - 270^\circ) = \frac{x}{-y} = -\frac{x}{y} = -1 \times \frac{x}{y} = -1 \div \frac{y}{x} = -1 \div \tan \theta = -\frac{1}{\tan \theta}$$

つまり

$$\sin(\theta - 270^\circ) = \cos \theta, \quad \cos(\theta - 270^\circ) = -\sin \theta, \quad \tan(\theta - 270^\circ) = -\frac{1}{\tan \theta}$$

が成り立つ。



10 <360°−θ の三角比>

右の図のように、原点 O を中心とする半径  $r$  の半円上に  $\angle AOP = \theta$  となる点 P ( $x$ ,  $y$ ) をとる。すると

$$\sin \theta = \frac{y}{r}, \quad \cos \theta = \frac{x}{r}, \quad \tan \theta = \frac{y}{x} \cdots (\ast)$$

が成り立つ。

線分 OQ と  $x$  軸の正の方向のなす角が

360°−θ となる点 Q をとると、図より

Q の座標は ( $x$ , − $y$ ) である。

(360°−θ は 3 時の方向から 360° だけ反時計周りに回ったあと、θ だけ戻ればいい)

(赤で塗りつぶされた直角三角形は底辺が  $x$ 、高さが  $y$ 、斜辺が  $r$  である。これを利用して点 Q の座標が求められる。)

よって、360°−θ の三角比は、点 Q を用いて次のようになる。

$$\sin(360^\circ - \theta) = \frac{\text{Qの}y\text{座標}}{r}, \quad \cos(360^\circ - \theta) = \frac{\text{Qの}x\text{座標}}{r}, \quad \tan(360^\circ - \theta) = \frac{\text{Qの}y\text{座標}}{\text{Qの}x\text{座標}}$$

ゆえに

$$\sin(360^\circ - \theta) = \frac{-y}{r}, \quad \cos(360^\circ - \theta) = \frac{x}{r}, \quad \tan(360^\circ - \theta) = \frac{-y}{-x}$$

これらに(※)を代入すると

$$\sin(360^\circ - \theta) = \frac{-y}{r} = -\frac{y}{r} = -\sin \theta$$

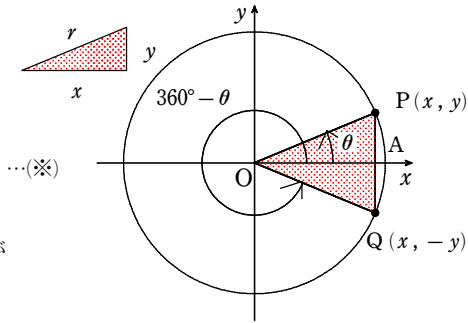
$$\cos(360^\circ - \theta) = \frac{x}{r} = \cos \theta$$

$$\tan(360^\circ - \theta) = \frac{-y}{x} = -\frac{y}{x} = -\tan \theta$$

つまり

$$\sin(360^\circ - \theta) = -\sin \theta, \quad \cos(360^\circ - \theta) = \cos \theta, \quad \tan(360^\circ - \theta) = -\tan \theta$$

が成り立つ。



11 <θ+360°, 360°+θ の三角比>

右の図のように、原点 O を中心とする半径  $r$  の半円上に  $\angle AOP = \theta$  となる点 P ( $x$ ,  $y$ ) をとる。すると

$$\sin \theta = \frac{y}{r}, \quad \cos \theta = \frac{x}{r}, \quad \tan \theta = \frac{y}{x} \cdots (\ast)$$

が成り立つ。

線分 OQ と  $x$  軸の正の方向のなす角が

θ+360° となる点 Q をとると、図より

Q の座標は P と同じ ( $x$ ,  $y$ ) である。

(θ+360° は 3 時の方向から θ だけ反時計周りに回ったあと、さらに 360° だけ周ればいい)

よって、θ+360° の三角比は、点 Q を用いて次のようになる。

$$\sin(\theta + 360^\circ) = \frac{\text{Qの}y\text{座標}}{r}, \quad \cos(\theta + 360^\circ) = \frac{\text{Qの}x\text{座標}}{r}, \quad \tan(\theta + 360^\circ) = \frac{\text{Qの}y\text{座標}}{\text{Qの}x\text{座標}}$$

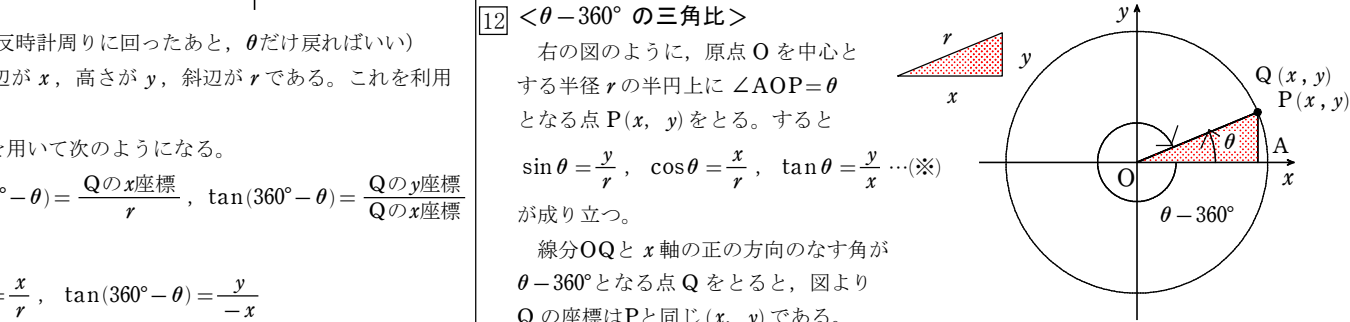
ゆえに

$$\sin(\theta + 360^\circ) = \frac{y}{r}, \quad \cos(\theta + 360^\circ) = \frac{x}{r}, \quad \tan(\theta + 360^\circ) = \frac{y}{x}$$

これらに(※)を代入すると

$$\sin(\theta + 360^\circ) = \frac{y}{r} = \sin \theta$$

$$\cos(\theta + 360^\circ) = \frac{x}{r} = \cos \theta$$



$$\tan(\theta + 360^\circ) = \frac{y}{x} = \tan \theta$$

つまり

$$\sin(\theta + 360^\circ) = \sin \theta, \quad \cos(\theta + 360^\circ) = \cos \theta, \quad \tan(\theta + 360^\circ) = \tan \theta$$

が成り立つ。

360°+θ と θ+360° は同じであるから、θ+360° も同じ公式となる。

$$\sin(360^\circ + \theta) = \sin \theta, \quad \cos(360^\circ + \theta) = \cos \theta, \quad \tan(360^\circ + \theta) = \tan \theta$$

12 <θ−360° の三角比>

右の図のように、原点 O を中心と

する半径  $r$  の半円上に  $\angle AOP = \theta$

となる点 P ( $x$ ,  $y$ ) をとる。すると

$$\sin \theta = \frac{y}{r}, \quad \cos \theta = \frac{x}{r}, \quad \tan \theta = \frac{y}{x} \cdots (\ast)$$

が成り立つ。

線分 OQ と  $x$  軸の正の方向のなす角が

θ−360° となる点 Q をとると、図より

Q の座標は P と同じ ( $x$ ,  $y$ ) である。

(θ−360° は 3 時の方向から θ だけ反時計周りに回ったあと、360° だけ戻ればいい)

よって、θ−360° の三角比は、点 Q を用いて次のようになる。

$$\sin(\theta - 360^\circ) = \frac{\text{Qの}y\text{座標}}{r}, \quad \cos(\theta - 360^\circ) = \frac{\text{Qの}x\text{座標}}{r}, \quad \tan(\theta - 360^\circ) = \frac{\text{Qの}y\text{座標}}{\text{Qの}x\text{座標}}$$

ゆえに

$$\sin(\theta - 360^\circ) = \frac{y}{r}, \quad \cos(\theta - 360^\circ) = \frac{x}{r}, \quad \tan(\theta - 360^\circ) = \frac{y}{x}$$

これらに(※)を代入すると

$$\sin(\theta - 360^\circ) = \frac{y}{r} = \sin \theta$$

$$\cos(\theta - 360^\circ) = \frac{x}{r} = \cos \theta$$

$$\tan(\theta - 360^\circ) = \frac{y}{x} = \tan \theta$$

つまり

$$\sin(\theta - 360^\circ) = \sin \theta, \quad \cos(\theta - 360^\circ) = \cos \theta, \quad \tan(\theta - 360^\circ) = \tan \theta$$

が成り立つ。

