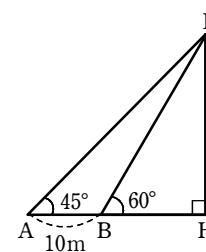


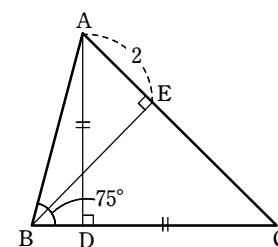
- 1 地点 A からテレビ塔の先端 P を見上げた角度は 45° であった。次にテレビ塔へ向かって水平に 10 m 進んだ地点 B から P を見上げた角度は 60° であった。右の図のように P の真下の地点を H とする。目の高さを無視するとき、次のものを求めよ。

- (1) B, H 間の距離
(2) テレビ塔の高さ PH



- 2 右の図の $\triangle ABC$ で、 $\angle B=75^\circ$ とする。頂点 A から辺 BC に垂線 AD, 頂点 B から辺 CA に垂線 BE を引くと、 $AD=DC$, $AE=2$ である。

- (1) 線分 AD, BD の長さを求めよ。
(2) $\sin 75^\circ$, $\cos 75^\circ$ の値を求めよ。



- 3 次の式の値を求めよ。 $\cos 10^\circ \sin 80^\circ - \cos 100^\circ \sin 10^\circ$

- 4 θ は鋭角とする。 $\tan \theta = \frac{2}{3}$ のとき、 $\sin \theta$, $\cos \theta$ の値を求めよ。

- 7 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ とする。 $\sin \theta + \cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ のとき、次の式の値を求めよ。

$$(1) \sin \theta \cos \theta \quad (2) \sin^3 \theta + \cos^3 \theta \quad (3) \sin \theta - \cos \theta$$

- 5 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ とする。 $\sin \theta = \frac{3}{5}$ のとき、 $\cos \theta$ と $\tan \theta$ の値を求めよ。

- 8 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ とする。 $\sin \theta = \frac{2}{3}$ のとき、次の式の値を求めよ。

$$(1) 1 + \frac{1}{\tan^2 \theta} \quad (2) \frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta} + \frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta}$$

- 6 $\triangle ABC$ の 3 つの角の大きさを A , B , C とするとき、次の関係が成り立つことを示せ。

$$\tan \frac{A}{2} \cdot \tan \frac{B+C}{2} = 1$$

[9] $\angle A=90^\circ$ の直角三角形 ABC の頂点 A から斜辺 BC に垂線 AD を下ろす。 $\angle ABC=\theta$, $BC=a$ であるとき、次の線分の長さを a , θ を用いて表せ。

- (1) AB (2) AD (3) CD

[11] $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ のとき、次の不等式を満たす θ の値の範囲を求めよ。

(1) $\sqrt{2} \sin \theta - 1 \leq 0$ (2) $2\cos \theta + 1 > 0$ (3) $\tan \theta > -1$

[13] 次の式のとりうる値の範囲を求めよ。

(1) $-3\cos \theta + 1$ ($0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$) (2) $2\tan \theta + 1$ ($0^\circ \leq \theta \leq 60^\circ$)

[10] 次の方程式を解け。

(1) $2\cos^2 \theta + 3\sin \theta - 3 = 0$ ($0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$) (2) $\sin \theta \tan \theta = -\frac{3}{2}$ ($90^\circ < \theta \leq 180^\circ$)

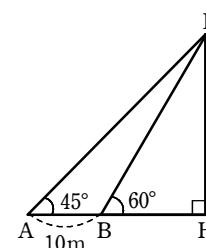
[12] $30^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ のとき、関数 $y = \sin^2 \theta + \cos \theta + 1$ の最大値、最小値を求めよ。また、そのときの θ の値も求めよ。

[14] $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ のとき、次の不等式を解け。

(1) $2\sin^2 \theta - \cos \theta - 1 \leq 0$ (2) $2\cos^2 \theta + 3\sin \theta < 3$

- 1 地点 A からテレビ塔の先端 P を見上げた角度は 45° であった。次にテレビ塔へ向かって水平に 10 m 進んだ地点 B から P を見上げた角度は 60° であった。右の図のように P の真下の地点を H とする。目の高さを無視するとき、次のものを求めよ。

- (1) B, H 間の距離
(2) テレビ塔の高さ PH



解答 (1) $5(\sqrt{3}+1)$ m (2) $5(\sqrt{3}+3)$ m

解説

- (1) $BH = x$ (m) とすると

$$PH = x \tan 60^\circ = \sqrt{3}x, \quad PH = (x+10) \tan 45^\circ = x+10$$

であるから $\sqrt{3}x = x+10$

$$\text{よって } (\sqrt{3}-1)x = 10$$

$$x = \frac{10}{\sqrt{3}-1} = \frac{10(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)} = \frac{10(\sqrt{3}+1)}{2} = 5(\sqrt{3}+1) \quad \text{図 } 5(\sqrt{3}+1) \text{ m}$$

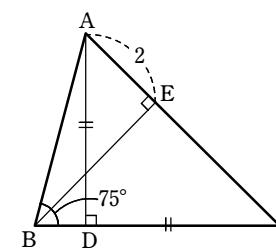
$$(2) PH = x+10 = 5(\sqrt{3}+1)+10 = 5(\sqrt{3}+3) \quad \text{図 } 5(\sqrt{3}+3) \text{ m}$$

- 2 右の図の $\triangle ABC$ で、 $\angle B=75^\circ$ とする。頂点 A から

辺 BC に垂線 AD, 頂点 B から辺 CA に垂線 BE を引くと、 $AD=DC$, $AE=2$ である。

- (1) 線分 AD, BD の長さを求めよ。

- (2) $\sin 75^\circ$, $\cos 75^\circ$ の値を求めよ。



解答 (1) $AD = \sqrt{6} + \sqrt{2}$, $BD = \sqrt{6} - \sqrt{2}$

$$(2) \sin 75^\circ = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}, \quad \cos 75^\circ = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$$

解説

- (1) $\triangle ADC$ において、 $AD=DC$, $\angle ADC=90^\circ$ であるから $\angle CAD=\angle ACD=45^\circ$

$\triangle ABC$ において

$$\angle A = 180^\circ - (75^\circ + 45^\circ) = 60^\circ$$

よって、 $\triangle ABE$ において、 $\angle A=60^\circ$, $\angle BEA=90^\circ$ であるから $AB=2AE=4$, $BE=\sqrt{3}AE=2\sqrt{3}$

$\triangle BCE$ において、 $\angle BCA=45^\circ$, $\angle CEB=90^\circ$ であるから $CE=BE=2\sqrt{3}$, $BC=\sqrt{2}BE=2\sqrt{6}$

$$\text{よって } AD = \frac{AC}{\sqrt{2}} = \frac{AE+EC}{\sqrt{2}} = \frac{2+2\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \sqrt{6} + \sqrt{2}$$

$$BD = BC - DC = BC - AD = 2\sqrt{6} - (\sqrt{6} + \sqrt{2}) = \sqrt{6} - \sqrt{2}$$

- (2) 直角三角形 ABD において、(1) から

$$\sin 75^\circ = \sin \angle B = \frac{AD}{AB} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$$

$$\cos 75^\circ = \cos \angle B = \frac{BD}{AB} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$$

- 3 次の式の値を求めよ。 $\cos 10^\circ \sin 80^\circ - \cos 100^\circ \sin 10^\circ$

解答 1

解説

$$\sin 80^\circ = \sin(90^\circ - 10^\circ) = \cos 10^\circ$$

$$\cos 100^\circ = \cos(180^\circ - 80^\circ) = -\cos 80^\circ = -\cos(90^\circ - 10^\circ) = -\sin 10^\circ$$

であるから

$$\text{与式} = \cos 10^\circ \cos 10^\circ - (-\sin 10^\circ) \sin 10^\circ$$

$$= \cos^2 10^\circ + \sin^2 10^\circ = 1$$

- 4 θ は鋭角とする。 $\tan \theta = \frac{2}{3}$ のとき、 $\sin \theta$, $\cos \theta$ の値を求めよ。

$$\text{解答 } \sin \theta = \frac{2}{\sqrt{13}}, \quad \cos \theta = \frac{3}{\sqrt{13}}$$

解説

$$1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta} \text{ から } \frac{1}{\cos^2 \theta} = 1 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{13}{9} \text{ よって } \cos^2 \theta = \frac{9}{13}$$

$$\cos \theta > 0 \text{ であるから } \cos \theta = \sqrt{\frac{9}{13}} = \frac{3}{\sqrt{13}}$$

$$\text{また, } \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \text{ から}$$

$$\sin \theta = \tan \theta \times \cos \theta = \frac{2}{3} \times \frac{3}{\sqrt{13}} = \frac{2}{\sqrt{13}}$$

- 5 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ とする。 $\sin \theta = \frac{3}{5}$ のとき、 $\cos \theta$ と $\tan \theta$ の値を求めよ。

$$\text{解答 } \cos \theta = \frac{4}{5}, \quad \tan \theta = \frac{3}{4} \text{ または } \cos \theta = -\frac{4}{5}, \quad \tan \theta = -\frac{3}{4}$$

解説

$$\sin \theta = \frac{3}{5} \text{ から, } 0^\circ < \theta < 90^\circ \text{ または } 90^\circ < \theta < 180^\circ \text{ である。}$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \text{ より}$$

$$\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}$$

$0^\circ < \theta < 90^\circ$ のとき、 $\cos \theta > 0$ であるから

$$\cos \theta = \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}$$

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{3}{5} \div \frac{4}{5} = \frac{3}{5} \times \frac{5}{4} = \frac{3}{4}$$

$90^\circ < \theta < 180^\circ$ のとき、 $\cos \theta < 0$ であるから

$$\cos \theta = -\sqrt{\frac{16}{25}} = -\frac{4}{5}$$

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{3}{5} \div \left(-\frac{4}{5}\right) = \frac{3}{5} \times \left(-\frac{5}{4}\right) = -\frac{3}{4}$$

- 6 $\triangle ABC$ の 3 つの角の大きさを A , B , C とするとき、次の関係が成り立つことを示す。

$$\tan \frac{A}{2} \cdot \tan \frac{B+C}{2} = 1$$

解説

$$A+B+C=180^\circ \text{ であるから } B+C=180^\circ - A \text{ よって } \frac{B+C}{2}=90^\circ - \frac{A}{2}$$

$$\tan \frac{A}{2} \cdot \tan \frac{B+C}{2} = \tan \frac{A}{2} \cdot \tan \left(90^\circ - \frac{A}{2}\right) = \tan \frac{A}{2} \cdot \frac{1}{\tan \frac{A}{2}} = 1$$

- 7 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ とする。 $\sin \theta + \cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ のとき、次の式の値を求めよ。

$$(1) \sin \theta \cos \theta$$

$$(2) \sin^3 \theta + \cos^3 \theta$$

$$(3) \sin \theta - \cos \theta$$

$$\text{解答 (1) } -\frac{1}{8} \quad (2) \frac{9\sqrt{3}}{16} \quad (3) \frac{\sqrt{5}}{2}$$

解説

$$(1) \sin \theta + \cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ の両辺を 2 乗すると}$$

$$\sin^2 \theta + 2\sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta = \frac{3}{4} \text{ よって } 1 + 2\sin \theta \cos \theta = \frac{3}{4}$$

$$\text{したがって } \sin \theta \cos \theta = -\frac{1}{8}$$

$$(2) \sin^3 \theta + \cos^3 \theta = (\sin \theta + \cos \theta)^3 - 3\sin \theta \cos \theta (\sin \theta + \cos \theta) \\ = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3 - 3 \cdot \left(-\frac{1}{8}\right) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{9\sqrt{3}}{16}$$

$$\text{別解 } \sin^3 \theta + \cos^3 \theta = (\sin \theta + \cos \theta)(\sin^2 \theta - \sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta) \\ = (\sin \theta + \cos \theta)(1 - \sin \theta \cos \theta) \\ = \frac{\sqrt{3}}{2} \left[1 - \left(-\frac{1}{8}\right)\right] = \frac{9\sqrt{3}}{16}$$

$$(3) (\sin \theta - \cos \theta)^2 = \sin^2 \theta - 2\sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta \\ = 1 - 2\sin \theta \cos \theta = 1 - 2 \cdot \left(-\frac{1}{8}\right) = \frac{5}{4}$$

$$\sin \theta \cos \theta < 0 \text{ であるから } \sin \theta > 0, \cos \theta < 0$$

$$\text{よって, } \sin \theta - \cos \theta > 0 \text{ であるから } \sin \theta - \cos \theta = \sqrt{\frac{5}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

- 8 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ とする。 $\sin \theta = \frac{2}{3}$ のとき、次の式の値を求めよ。

$$(1) 1 + \frac{1}{\tan^2 \theta}$$

$$(2) \frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta} + \frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta}$$

$$\text{解答 (1) } \frac{9}{4} \quad (2) 3$$

解説

$$(1) \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \text{ であるから}$$

$$1 + \frac{1}{\tan^2 \theta} = 1 + \frac{1}{\frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta}} = 1 + \frac{\cos^2 \theta}{\sin^2 \theta} = \frac{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}{\sin^2 \theta} = \frac{1}{\sin^2 \theta} = \frac{1}{\left(\frac{2}{3}\right)^2} = \frac{9}{4}$$

$$(2) \frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta} + \frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta} = \frac{\sin \theta(1 - \cos \theta) + \sin \theta(1 + \cos \theta)}{(1 + \cos \theta)(1 - \cos \theta)} \\ = \frac{2\sin \theta}{1 - \cos^2 \theta} = \frac{2\sin \theta}{\sin^2 \theta} = \frac{2}{\sin \theta} = 2 \cdot \frac{3}{2} = 3$$

- 9 $\angle A=90^\circ$ の直角三角形 ABC の頂点 A から斜辺 BC に垂線 AD を下ろす。 $\angle ABC=\theta$, $BC=a$ であるとき、次の線分の長さを a , θ を用いて表せ。

$$(1) AB$$

$$(2) AD$$

$$(3) CD$$

$$\text{解答 (1) } a \cos \theta \quad (2) a \sin \theta \cos \theta$$

$$(3) a \sin^2 \theta \quad (a(1-\cos^2 \theta)) \text{ または } a \sin \theta \cos \theta \tan \theta \text{ でもよい)$$

解説

- (1) $AB = BC \cos \theta = a \cos \theta$
(2) $AD = AB \sin \theta = a \cos \theta \cdot \sin \theta = a \sin \theta \cos \theta$

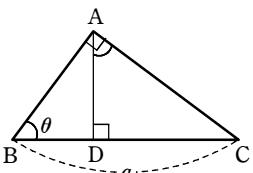
(3) (解1) $AC = BC \sin \theta = a \sin \theta$
また $\angle CAD = 90^\circ - \angle BAD = \angle ABD = \theta$
よって $CD = AC \sin \theta = a \sin \theta \cdot \sin \theta = a \sin^2 \theta$

(解2) $BD = AB \cos \theta = (a \cos \theta) \cdot \cos \theta = a \cos^2 \theta$

よって $CD = BC - BD = a - a \cos^2 \theta = a(1 - \cos^2 \theta)$

(解3) $\angle CAD = 90^\circ - \angle BAD = \angle ABD = \theta$
よって $CD = AD \tan \theta = a \sin \theta \cos \theta \tan \theta$

参考 三角比の相互関係 $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$, $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$ を用いると, (3) で求めた 3つの解 $a \sin^2 \theta$, $a(1 - \cos^2 \theta)$, $a \sin \theta \cos \theta \tan \theta$ はどれも同じ形になる。



10 次の方程式を解け。

(1) $2\cos^2 \theta + 3\sin \theta - 3 = 0$ ($0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$) (2) $\sin \theta \tan \theta = -\frac{3}{2}$ ($90^\circ < \theta \leq 180^\circ$)

解答 (1) $\theta = 30^\circ, 90^\circ, 150^\circ$ (2) $\theta = 120^\circ$

解説

(1) $\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta$ であるから $2(1 - \sin^2 \theta) + 3\sin \theta - 3 = 0$

整理すると $2\sin^2 \theta - 3\sin \theta + 1 = 0$

$\sin \theta = t$ とおくと, $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ のとき $0 \leq t \leq 1$ ①

方程式は $2t^2 - 3t + 1 = 0$

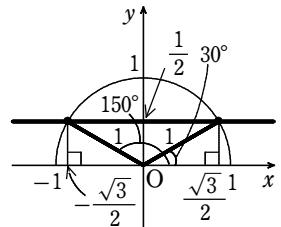
ゆえに $(t-1)(2t-1) = 0$

よって $t=1, \frac{1}{2}$ これらは ① を満たす。

$t=1$ すなわち $\sin \theta = 1$ を解いて $\theta = 90^\circ$

$t=\frac{1}{2}$ すなわち $\sin \theta = \frac{1}{2}$ を解いて $\theta = 30^\circ, 150^\circ$

以上から $\theta = 30^\circ, 90^\circ, 150^\circ$



(2) $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$ であるから $\frac{\sin^2 \theta}{\cos \theta} = -\frac{3}{2}$ ゆえに $2\sin^2 \theta = -3\cos \theta$

$\sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta$ であるから $2(1 - \cos^2 \theta) = -3\cos \theta$

整理して $2\cos^2 \theta - 3\cos \theta - 2 = 0$

$\cos \theta = t$ とおくと, $90^\circ < \theta \leq 180^\circ$ のとき $-1 \leq t < 0$ ①

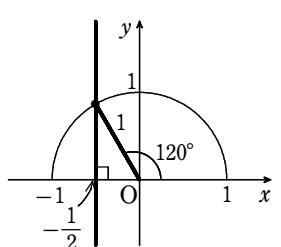
方程式は $2t^2 - 3t - 2 = 0$

ゆえに $(t-2)(2t+1) = 0$

よって $t=2, -\frac{1}{2}$

①を満たすものは $t=-\frac{1}{2}$

求める解は, $t=-\frac{1}{2}$ すなわち $\cos \theta = -\frac{1}{2}$ を解いて $\theta = 120^\circ$



11 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ のとき, 次の不等式を満たす θ の値の範囲を求めるよ。

(1) $\sqrt{2} \sin \theta - 1 \leq 0$ (2) $2\cos \theta + 1 > 0$ (3) $\tan \theta > -1$

解答 (1) $0^\circ \leq \theta \leq 45^\circ, 135^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ (2) $0^\circ \leq \theta < 120^\circ$

(3) $0^\circ \leq \theta < 90^\circ, 135^\circ < \theta \leq 180^\circ$

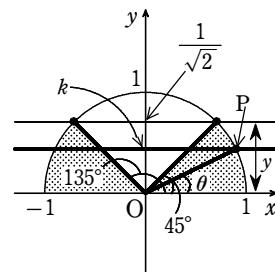
解説

(1) 不等式は $\sin \theta \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\sin \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$ を解くと

$\theta = 45^\circ, 135^\circ$

よって, 右の図から, 求める θ の範囲は
 $0^\circ \leq \theta \leq 45^\circ, 135^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$

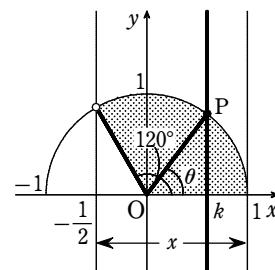


(2) 不等式は $\cos \theta > -\frac{1}{2}$

$\cos \theta = -\frac{1}{2}$ を解くと

$\theta = 120^\circ$

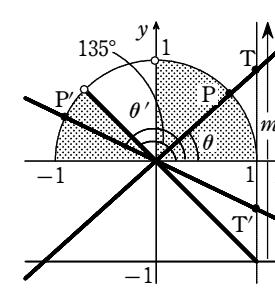
よって, 右の図から, 求める θ の範囲は
 $0^\circ \leq \theta < 120^\circ$



(3) $\tan \theta = -1$ を解くと

$\theta = 135^\circ$

よって, 右の図から, 求める θ の範囲は
 $0^\circ \leq \theta < 90^\circ, 135^\circ < \theta \leq 180^\circ$



12 $30^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ のとき, 関数 $y = \sin^2 \theta + \cos \theta + 1$ の最大値, 最小値を求めよ。また, そのときの θ の値も求めよ。

解答 $\theta = 60^\circ$ のとき最大値 $\frac{9}{4}$, $\theta = 90^\circ$ のとき最小値 2

解説

$\sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta$ であるから

$y = \sin^2 \theta + \cos \theta + 1 = (1 - \cos^2 \theta) + \cos \theta + 1 = -\cos^2 \theta + \cos \theta + 2$

$\cos \theta = t$ とおくと, $30^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ のとき

$0 \leq t \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$ ①

y を t の式で表すと

$y = -t^2 + t + 2 = -\left(t - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{9}{4}$

①の範囲において, y は

$t = \frac{1}{2}$ で最大値 $\frac{9}{4}$,

$t = 0$ で最小値 2

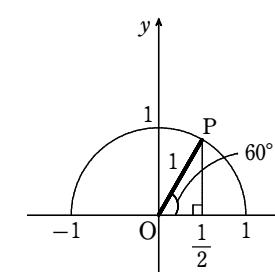
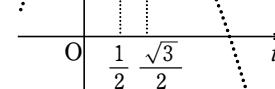
をとる。

$30^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ であるから

$t = \frac{1}{2}$ となるのは, $\cos \theta = \frac{1}{2}$ から $\theta = 60^\circ$

$t = 0$ となるのは, $\cos \theta = 0$ から $\theta = 90^\circ$

よって $\theta = 60^\circ$ のとき最大値 $\frac{9}{4}$,
 $\theta = 90^\circ$ のとき最小値 2



13 次の式のとりうる値の範囲を求めるよ。

(1) $-3\cos \theta + 1$ ($0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$)

(2) $2\tan \theta + 1$ ($0^\circ \leq \theta \leq 60^\circ$)

解答 (1) $-2 \leq -3\cos \theta + 1 \leq 4$ (2) $1 \leq 2\tan \theta + 1 \leq 2\sqrt{3} + 1$

解説

(1) $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ のとき $-1 \leq \cos \theta \leq 1$

各辺に -3 を掛けて $-3 \leq -3\cos \theta \leq 3$

各辺に 1 を加えて $-2 \leq -3\cos \theta + 1 \leq 4$

(2) $0^\circ \leq \theta \leq 60^\circ$ のとき $0 \leq \tan \theta \leq \sqrt{3}$

各辺に 2 を掛けて $0 \leq 2\tan \theta \leq 2\sqrt{3}$

各辺に 1 を加えて $1 \leq 2\tan \theta + 1 \leq 2\sqrt{3} + 1$

14 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ のとき, 次の不等式を解け。

(1) $2\sin^2 \theta - \cos \theta - 1 \leq 0$

(2) $2\cos^2 \theta + 3\sin \theta < 3$

解答 (1) $0^\circ \leq \theta \leq 60^\circ, \theta = 180^\circ$ (2) $0^\circ \leq \theta < 30^\circ, 150^\circ < \theta \leq 180^\circ$

解説

(1) $\sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta$ であるから $2(1 - \cos^2 \theta) - \cos \theta - 1 \leq 0$

整理すると $2\cos^2 \theta + \cos \theta - 1 \geq 0$

$\cos \theta = t$ とおくと, $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ のとき $-1 \leq t \leq 1$ ①

不等式は $2t^2 + t - 1 \geq 0$ ゆえに $(t+1)(2t-1) \geq 0$

よって $t \leq -1, \frac{1}{2} \leq t$

①との共通範囲を求めて $t = -1, \frac{1}{2} \leq t \leq 1$

$t = -1$ すなわち $\cos \theta = -1$ を解いて

$\theta = 180^\circ$

$\frac{1}{2} \leq t \leq 1$ すなわち $\frac{1}{2} \leq \cos \theta \leq 1$ を解いて

$0^\circ \leq \theta \leq 60^\circ$

以上から $0^\circ \leq \theta \leq 60^\circ, \theta = 180^\circ$

(2) $\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta$ であるから $2(1 - \sin^2 \theta) + 3\sin \theta < 3$

整理すると $2\sin^2 \theta - 3\sin \theta + 1 > 0$

$\sin \theta = t$ とおくと, $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ のとき $0 \leq t \leq 1$ ①

不等式は $2t^2 - 3t + 1 > 0$ ゆえに $(2t-1)(t-1) > 0$

よって $t < \frac{1}{2}, 1 < t$

①との共通範囲を求めて $0 \leq t < \frac{1}{2}$

求める解は, $0 \leq t < \frac{1}{2}$ すなわち $0 \leq \sin \theta < \frac{1}{2}$

を解いて $0^\circ \leq \theta < 30^\circ, 150^\circ < \theta \leq 180^\circ$

