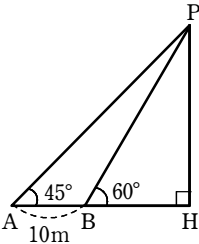


- 1

地点 A からテレビ塔の先端 P を見上げた角度は  $45^\circ$  であった。次にテレビ塔へ向かって水平に 10 m 進んだ地点 B から P を見上げた角度は  $60^\circ$  であった。右の図のように P の真下の地点を H とする。目の高さを無視するとき、次のものを求めよ。  
(1) B, H 間の距離  
(2) テレビ塔の高さ PH



- 4

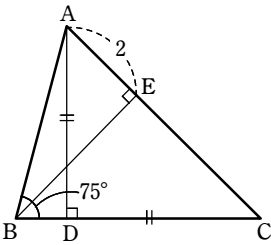
$\theta$  は鋭角とする。 $\tan \theta = \frac{2}{3}$  のとき、 $\sin \theta$ 、 $\cos \theta$  の値を求めよ。

- 7

$0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  とする。 $\sin \theta + \cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$  のとき、次の式の値を求めよ。  
(1)  $\sin \theta \cos \theta$                       (2)  $\sin^3 \theta + \cos^3 \theta$                       (3)  $\sin \theta - \cos \theta$

- 2

右の図の  $\triangle ABC$  で、 $\angle B = 75^\circ$  とする。頂点 A から辺 BC に垂線 AD、頂点 B から辺 CA に垂線 BE を引くと、 $AD = DC$ 、 $AE = 2$  である。  
(1) 線分 AD, BD の長さを求めよ。  
(2)  $\sin 75^\circ$ 、 $\cos 75^\circ$  の値を求めよ。



- 5

$0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  とする。 $\sin \theta = \frac{3}{5}$  のとき、 $\cos \theta$  と  $\tan \theta$  の値を求めよ。

- 8

$0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  とする。 $\sin \theta = \frac{2}{3}$  のとき、次の式の値を求めよ。  
(1)  $1 + \frac{1}{\tan^2 \theta}$                       (2)  $\frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta} + \frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta}$

- 3

次の式の値を求めよ。  $\cos 10^\circ \sin 80^\circ - \cos 100^\circ \sin 10^\circ$

- 6

$\triangle ABC$  の 3 つの角の大きさを  $A$ 、 $B$ 、 $C$  とするとき、次の関係が成り立つことを示せ。  
$$\tan \frac{A}{2} \cdot \tan \frac{B+C}{2} = 1$$

9  $\angle A=90^\circ$  の直角三角形 ABC の頂点 A から斜辺 BC に垂線 AD を下ろす。  $\angle ABC=\theta$  ,  $BC=a$  であるとき、次の線分の長さを  $a, \theta$  を用いて表せ。

(1) AB

(2) AD

(3) CD

10 次の方程式を解け。

- (1)  $2\cos^2\theta+3\sin\theta-3=0$  ( $0^\circ\leq\theta\leq180^\circ$ )
- (2)  $\sin\theta\tan\theta=-\frac{3}{2}$  ( $90^\circ<\theta\leq180^\circ$ )

11  $0^\circ\leq\theta\leq180^\circ$  のとき、次の不等式を満たす  $\theta$  の値の範囲を求めよ。

- (1)  $\sqrt{2}\sin\theta-1\leq0$
- (2)  $2\cos\theta+1>0$
- (3)  $\tan\theta>-1$

12  $30^\circ\leq\theta\leq90^\circ$  のとき、関数  $y=\sin^2\theta+\cos\theta+1$  の最大値、最小値を求めよ。また、そのときの  $\theta$  の値も求めよ。

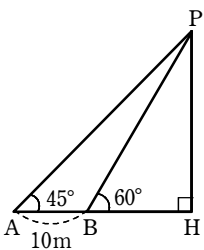
13 次の式のとりうる値の範囲を求めよ。

- (1)  $-3\cos\theta+1$  ( $0^\circ\leq\theta\leq180^\circ$ )
- (2)  $2\tan\theta+1$  ( $0^\circ\leq\theta\leq60^\circ$ )

14  $0^\circ\leq\theta\leq180^\circ$  のとき、次の不等式を解け。

- (1)  $2\sin^2\theta-\cos\theta-1\leq0$
- (2)  $2\cos^2\theta+3\sin\theta<3$

- 1 地点 A からテレビ塔の先端 P を見上げた角度は  $45^\circ$  であった。次にテレビ塔へ向かって水平に 10 m 進んだ地点 B から P を見上げた角度は  $60^\circ$  であった。右の図のように P の真下の地点を H とする。目の高さを無視するとき、次のものを求めよ。
- (1) B, H 間の距離  
(2) テレビ塔の高さ PH



解答 (1)  $5(\sqrt{3}+1)$  m (2)  $5(\sqrt{3}+3)$  m

解説

- (1)  $BH=x$  (m) とすると

$$PH=x\tan 60^\circ=\sqrt{3}x, \quad PH=(x+10)\tan 45^\circ=x+10$$

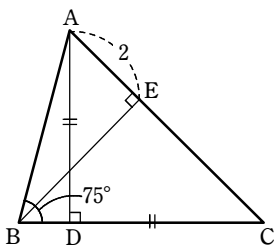
$$\text{であるから} \quad \sqrt{3}x=x+10$$

$$\text{よって} \quad (\sqrt{3}-1)x=10$$

$$x=\frac{10}{\sqrt{3}-1}=\frac{10(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}=\frac{10(\sqrt{3}+1)}{2}=5(\sqrt{3}+1) \quad \text{圈} \quad 5(\sqrt{3}+1) \text{ m}$$

- (2)  $PH=x+10=5(\sqrt{3}+1)+10=5(\sqrt{3}+3)$  圈  $5(\sqrt{3}+3)$  m

- 2 右の図の  $\triangle ABC$  で、 $\angle B=75^\circ$  とする。頂点 A から辺 BC に垂線 AD、頂点 B から辺 CA に垂線 BE を引くと、 $AD=DC$ 、 $AE=2$  である。
- (1) 線分 AD, BD の長さを求めよ。  
(2)  $\sin 75^\circ$ ,  $\cos 75^\circ$  の値を求めよ。



解答 (1)  $AD=\sqrt{6}+\sqrt{2}$ ,  $BD=\sqrt{6}-\sqrt{2}$

$$(2) \sin 75^\circ=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}, \quad \cos 75^\circ=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$$

解説

- (1)  $\triangle ADC$  において、 $AD=DC$ 、 $\angle ADC=90^\circ$  であるから  $\angle CAD=\angle ACD=45^\circ$

$\triangle ABC$  において

$$\angle A=180^\circ-(75^\circ+45^\circ)=60^\circ$$

よって、 $\triangle ABE$  において、 $\angle A=60^\circ$ 、 $\angle BEA=90^\circ$

であるから  $AB=2AE=4$ 、 $BE=\sqrt{3}AE=2\sqrt{3}$

$\triangle BCE$  において、 $\angle BCA=45^\circ$ 、 $\angle CEB=90^\circ$  であるから

$$CE=BE=2\sqrt{3}, \quad BC=\sqrt{2}BE=2\sqrt{6}$$

$$\text{よって} \quad AD=\frac{AC}{\sqrt{2}}=\frac{AE+EC}{\sqrt{2}}=\frac{2+2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$

$$=\sqrt{6}+\sqrt{2}$$

$$BD=BC-DC=BC-AD=2\sqrt{6}-(\sqrt{6}+\sqrt{2})=\sqrt{6}-\sqrt{2}$$

- (2) 直角三角形 ABD において、(1) から

$$\sin 75^\circ=\sin \angle B=\frac{AD}{AB}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$$

$$\cos 75^\circ=\cos \angle B=\frac{BD}{AB}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$$

- 3 次の式の値を求めよ。  $\cos 10^\circ \sin 80^\circ - \cos 100^\circ \sin 10^\circ$

解答 1

解説

$$\sin 80^\circ=\sin (90^\circ-10^\circ)=\cos 10^\circ$$

$$\cos 100^\circ=\cos (180^\circ-80^\circ)=-\cos 80^\circ=-\cos (90^\circ-10^\circ)=-\sin 10^\circ$$

であるから

$$\text{与式}=\cos 10^\circ \cos 10^\circ-(-\sin 10^\circ) \sin 10^\circ$$

$$=\cos ^2 10^\circ+\sin ^2 10^\circ=1$$

- 4  $\theta$  は鋭角とする。  $\tan \theta=\frac{2}{3}$  のとき、 $\sin \theta$ ,  $\cos \theta$  の値を求めよ。

$$\text{解答} \quad \sin \theta=\frac{2}{\sqrt{13}}, \quad \cos \theta=\frac{3}{\sqrt{13}}$$

解説

$$1+\tan ^2 \theta=\frac{1}{\cos ^2 \theta} \text { から } \quad \frac{1}{\cos ^2 \theta}=1+\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{13}{9} \quad \text { よって } \quad \cos ^2 \theta=\frac{9}{13}$$

$$\cos \theta>0 \text { であるから } \quad \cos \theta=\sqrt{\frac{9}{13}}=\frac{3}{\sqrt{13}}$$

$$\text { また、 } \tan \theta=\frac{\sin \theta}{\cos \theta} \text { から }$$

$$\sin \theta=\tan \theta \times \cos \theta=\frac{2}{3} \times \frac{3}{\sqrt{13}}=\frac{2}{\sqrt{13}}$$

- 5  $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  とする。  $\sin \theta=\frac{3}{5}$  のとき、 $\cos \theta$  と  $\tan \theta$  の値を求めよ。

$$\text{解答} \quad \cos \theta=\frac{4}{5}, \quad \tan \theta=\frac{3}{4} \quad \text { または } \quad \cos \theta=-\frac{4}{5}, \quad \tan \theta=-\frac{3}{4}$$

解説

$\sin \theta=\frac{3}{5}$  から、 $0^\circ<\theta<90^\circ$  または  $90^\circ<\theta<180^\circ$  である。

$\sin ^2 \theta+\cos ^2 \theta=1$  より

$$\cos ^2 \theta=1-\sin ^2 \theta=1-\left(\frac{3}{5}\right)^2=\frac{16}{25}$$

$0^\circ<\theta<90^\circ$  のとき、 $\cos \theta>0$  であるから

$$\cos \theta=\sqrt{\frac{16}{25}}=\frac{4}{5}$$

$$\tan \theta=\frac{\sin \theta}{\cos \theta}=\frac{3}{5} \div \frac{4}{5}=\frac{3}{5} \times \frac{5}{4}=\frac{3}{4}$$

$90^\circ<\theta<180^\circ$  のとき、 $\cos \theta<0$  であるから

$$\cos \theta=-\sqrt{\frac{16}{25}}=-\frac{4}{5}$$

$$\tan \theta=\frac{\sin \theta}{\cos \theta}=\frac{3}{5} \div\left(-\frac{4}{5}\right)=\frac{3}{5} \times\left(-\frac{5}{4}\right)=-\frac{3}{4}$$

- 6  $\triangle ABC$  の 3 つの角の大きさを  $A$ ,  $B$ ,  $C$  とするとき、次の関係が成り立つことを示せ。

$$\tan \frac{A}{2} \cdot \tan \frac{B+C}{2}=1$$

解説

$$A+B+C=180^\circ \text { であるから } \quad B+C=180^\circ-A \quad \text { よって } \quad \frac{B+C}{2}=90^\circ-\frac{A}{2}$$

$$\tan \frac{A}{2} \cdot \tan \frac{B+C}{2}=\tan \frac{A}{2} \cdot \tan \left(90^\circ-\frac{A}{2}\right)=\tan \frac{A}{2} \cdot \frac{1}{\tan \frac{A}{2}}=1$$

- 7  $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  とする。  $\sin \theta+\cos \theta=\frac{\sqrt{3}}{2}$  のとき、次の式の値を求めよ。

$$(1) \sin \theta \cos \theta \quad (2) \sin ^3 \theta+\cos ^3 \theta \quad (3) \sin \theta-\cos \theta$$

$$\text{解答} \quad (1) -\frac{1}{8} \quad (2) \frac{9 \sqrt{3}}{16} \quad (3) \frac{\sqrt{5}}{2}$$

解説

$$(1) \sin \theta+\cos \theta=\frac{\sqrt{3}}{2} \text { の両辺を 2 乗すると }$$

$$\sin ^2 \theta+2 \sin \theta \cos \theta+\cos ^2 \theta=\frac{3}{4} \quad \text { よって } \quad 1+2 \sin \theta \cos \theta=\frac{3}{4}$$

$$\text { したがって } \quad \sin \theta \cos \theta=-\frac{1}{8}$$

$$(2) \sin ^3 \theta+\cos ^3 \theta=(\sin \theta+\cos \theta)^3-3 \sin \theta \cos \theta(\sin \theta+\cos \theta)$$

$$=\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3-3 \cdot\left(-\frac{1}{8}\right) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{9 \sqrt{3}}{16}$$

$$\text{別解} \quad \sin ^3 \theta+\cos ^3 \theta=(\sin \theta+\cos \theta)\left(\sin ^2 \theta-\sin \theta \cos \theta+\cos ^2 \theta\right)$$

$$=(\sin \theta+\cos \theta)(1-\sin \theta \cos \theta)$$

$$=\frac{\sqrt{3}}{2}\left\{1-\left(-\frac{1}{8}\right)\right\}=\frac{9 \sqrt{3}}{16}$$

$$(3) (\sin \theta-\cos \theta)^2=\sin ^2 \theta-2 \sin \theta \cos \theta+\cos ^2 \theta$$

$$=1-2 \sin \theta \cos \theta=1-2 \cdot\left(-\frac{1}{8}\right)=\frac{5}{4}$$

$$\sin \theta \cos \theta<0 \text { であるから } \quad \sin \theta>0, \quad \cos \theta<0$$

$$\text { よって、 } \sin \theta-\cos \theta>0 \text { であるから } \quad \sin \theta-\cos \theta=\sqrt{\frac{5}{4}}=\frac{\sqrt{5}}{2}$$

- 8  $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  とする。  $\sin \theta=\frac{2}{3}$  のとき、次の式の値を求めよ。

$$(1) 1+\frac{1}{\tan ^2 \theta} \quad (2) \frac{\sin \theta}{1+\cos \theta}+\frac{\sin \theta}{1-\cos \theta}$$

$$\text{解答} \quad (1) \frac{9}{4} \quad (2) 3$$

解説

$$(1) \tan \theta=\frac{\sin \theta}{\cos \theta} \text { であるから }$$

$$1+\frac{1}{\tan ^2 \theta}=1+\frac{1}{\frac{\sin ^2 \theta}{\cos ^2 \theta}}=1+\frac{\cos ^2 \theta}{\sin ^2 \theta}=\frac{\sin ^2 \theta+\cos ^2 \theta}{\sin ^2 \theta}=\frac{1}{\sin ^2 \theta}=\frac{1}{\left(\frac{2}{3}\right)^2}=\frac{9}{4}$$

$$(2) \frac{\sin \theta}{1+\cos \theta}+\frac{\sin \theta}{1-\cos \theta}=\frac{\sin \theta(1-\cos \theta)+\sin \theta(1+\cos \theta)}{(1+\cos \theta)(1-\cos \theta)} \\ =\frac{2 \sin \theta}{1-\cos ^2 \theta}=\frac{2 \sin \theta}{\sin ^2 \theta}=\frac{2}{\sin \theta}=2 \cdot \frac{3}{2}=3$$

- 9  $\angle A=90^\circ$  の直角三角形 ABC の頂点 A から斜辺 BC に垂線 AD を下ろす。  $\angle ABC=\theta$ 、 $BC=a$  であるとき、次の線分の長さを  $a$ ,  $\theta$  を用いて表せ。

$$(1) AB \quad (2) AD \quad (3) CD$$

$$\text{解答} \quad (1) a \cos \theta \quad (2) a \sin \theta \cos \theta$$

$$(3) a \sin ^2 \theta \quad (a(1-\cos ^2 \theta) \text { または } a \sin \theta \cos \theta \tan \theta \text { でもよい})$$

解説

- (1)  $AB = BC \cos \theta = a \cos \theta$   
 (2)  $AD = AB \sin \theta = a \cos \theta \cdot \sin \theta$   
 $= a \sin \theta \cos \theta$   
 (3) (解1)  $AC = BC \sin \theta = a \sin \theta$   
 また  $\angle CAD = 90^\circ - \angle BAD = \angle ABD = \theta$   
 よって  $CD = AC \sin \theta = a \sin \theta \cdot \sin \theta$   
 $= a \sin^2 \theta$

(解2)  $BD = AB \cos \theta = (a \cos \theta) \cdot \cos \theta$   
 $= a \cos^2 \theta$

よって  $CD = BC - BD = a - a \cos^2 \theta$   
 $= a(1 - \cos^2 \theta)$

(解3)  $\angle CAD = 90^\circ - \angle BAD = \angle ABD = \theta$   
 よって  $CD = AD \tan \theta = a \sin \theta \cos \theta \tan \theta$

**【参考】** 三角比の相互関係  $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ ,  $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$  を用いると, (3) で求めた  
 3つの解  $a \sin^2 \theta$ ,  $a(1 - \cos^2 \theta)$ ,  $a \sin \theta \cos \theta \tan \theta$  はどれも同じ形になる。

**【10】** 次の方程式を解け。

(1)  $2 \cos^2 \theta + 3 \sin \theta - 3 = 0$  ( $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ )      (2)  $\sin \theta \tan \theta = -\frac{3}{2}$  ( $90^\circ < \theta \leq 180^\circ$ )

**【解答】** (1)  $\theta = 30^\circ, 90^\circ, 150^\circ$       (2)  $\theta = 120^\circ$

**【解説】**

(1)  $\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta$  であるから  $2(1 - \sin^2 \theta) + 3 \sin \theta - 3 = 0$

整理すると  $2 \sin^2 \theta - 3 \sin \theta + 1 = 0$

$\sin \theta = t$  とおくと,  $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  のとき  $0 \leq t \leq 1$  …… ①

方程式は  $2t^2 - 3t + 1 = 0$

ゆえに  $(t-1)(2t-1) = 0$

よって  $t = 1, \frac{1}{2}$       これらは ① を満たす。

$t = 1$  すなわち  $\sin \theta = 1$  を解いて  $\theta = 90^\circ$

$t = \frac{1}{2}$  すなわち  $\sin \theta = \frac{1}{2}$  を解いて  $\theta = 30^\circ, 150^\circ$

以上から  $\theta = 30^\circ, 90^\circ, 150^\circ$

(2)  $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$  であるから  $\frac{\sin^2 \theta}{\cos \theta} = -\frac{3}{2}$       ゆえに  $2 \sin^2 \theta = -3 \cos \theta$

$\sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta$  であるから  $2(1 - \cos^2 \theta) = -3 \cos \theta$

整理して  $2 \cos^2 \theta - 3 \cos \theta - 2 = 0$

$\cos \theta = t$  とおくと,  $90^\circ < \theta \leq 180^\circ$  のとき  $-1 \leq t < 0$  …… ①

方程式は  $2t^2 - 3t - 2 = 0$

ゆえに  $(t-2)(2t+1) = 0$

よって  $t = 2, -\frac{1}{2}$

① を満たすものは  $t = -\frac{1}{2}$

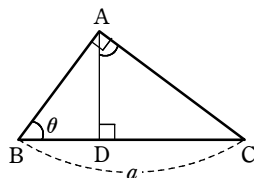
求める解は,  $t = -\frac{1}{2}$  すなわち  $\cos \theta = -\frac{1}{2}$  を解いて  
 $\theta = 120^\circ$

**【11】**  $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  のとき, 次の不等式を満たす  $\theta$  の値の範囲を求めよ。

(1)  $\sqrt{2} \sin \theta - 1 \leq 0$       (2)  $2 \cos \theta + 1 > 0$       (3)  $\tan \theta > -1$

**【解答】** (1)  $0^\circ \leq \theta \leq 45^\circ, 135^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$       (2)  $0^\circ \leq \theta < 120^\circ$   
 (3)  $0^\circ \leq \theta < 90^\circ, 135^\circ < \theta \leq 180^\circ$

**【解説】**



(1) 不等式は  $\sin \theta \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\sin \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$  を解くと

$\theta = 45^\circ, 135^\circ$

よって, 右の図から, 求める  $\theta$  の範囲は  
 $0^\circ \leq \theta \leq 45^\circ, 135^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$

(2) 不等式は  $\cos \theta > -\frac{1}{2}$

$\cos \theta = -\frac{1}{2}$  を解くと

$\theta = 120^\circ$

よって, 右の図から, 求める  $\theta$  の範囲は  
 $0^\circ \leq \theta < 120^\circ$

(3)  $\tan \theta = -1$  を解くと  
 $\theta = 135^\circ$

よって, 右の図から, 求める  $\theta$  の範囲は  
 $0^\circ \leq \theta < 90^\circ, 135^\circ < \theta \leq 180^\circ$

**【12】**  $30^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$  のとき, 関数  $y = \sin^2 \theta + \cos \theta + 1$  の最大値, 最小値を求めよ。また, そのときの  $\theta$  の値も求めよ。

**【解答】**  $\theta = 60^\circ$  のとき最大値  $\frac{9}{4}$ ,  $\theta = 90^\circ$  のとき最小値 2

**【解説】**

$\sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta$  であるから

$y = \sin^2 \theta + \cos \theta + 1 = (1 - \cos^2 \theta) + \cos \theta + 1 = -\cos^2 \theta + \cos \theta + 2$

$\cos \theta = t$  とおくと,  $30^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$  のとき

$0 \leq t \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$  …… ①

$y$  を  $t$  の式で表すと

$y = -t^2 + t + 2 = -\left(t - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{9}{4}$

① の範囲において,  $y$  は

$t = \frac{1}{2}$  で最大値  $\frac{9}{4}$ ,

$t = 0$  で最小値 2

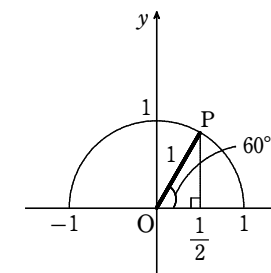
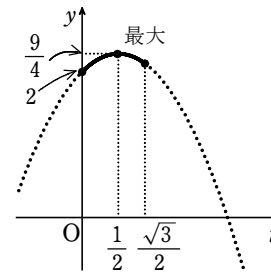
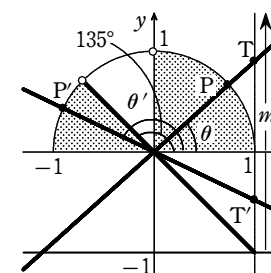
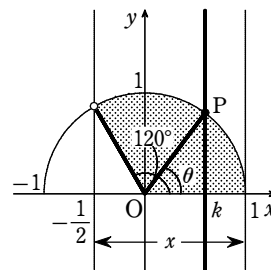
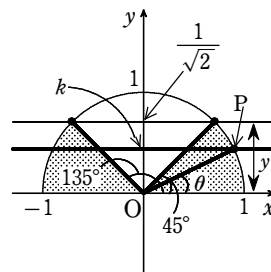
をとる。

$30^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$  であるから

$t = \frac{1}{2}$  となるのは,  $\cos \theta = \frac{1}{2}$  から  $\theta = 60^\circ$

$t = 0$  となるのは,  $\cos \theta = 0$  から  $\theta = 90^\circ$

よって  $\theta = 60^\circ$  のとき最大値  $\frac{9}{4}$ ,  
 $\theta = 90^\circ$  のとき最小値 2



**【13】** 次の式のとりうる値の範囲を求めよ。

(1)  $-3 \cos \theta + 1$  ( $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ )      (2)  $2 \tan \theta + 1$  ( $0^\circ \leq \theta \leq 60^\circ$ )

**【解答】** (1)  $-2 \leq -3 \cos \theta + 1 \leq 4$       (2)  $1 \leq 2 \tan \theta + 1 \leq 2\sqrt{3} + 1$

**【解説】**

(1)  $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  のとき  $-1 \leq \cos \theta \leq 1$

各辺に  $-3$  を掛けて  $-3 \leq -3 \cos \theta \leq 3$

各辺に  $1$  を加えて  $-2 \leq -3 \cos \theta + 1 \leq 4$

(2)  $0^\circ \leq \theta \leq 60^\circ$  のとき  $0 \leq \tan \theta \leq \sqrt{3}$

各辺に  $2$  を掛けて  $0 \leq 2 \tan \theta \leq 2\sqrt{3}$

各辺に  $1$  を加えて  $1 \leq 2 \tan \theta + 1 \leq 2\sqrt{3} + 1$

**【14】**  $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  のとき, 次の不等式を解け。

(1)  $2 \sin^2 \theta - \cos \theta - 1 \leq 0$       (2)  $2 \cos^2 \theta + 3 \sin \theta < 3$

**【解答】** (1)  $0^\circ \leq \theta \leq 60^\circ, \theta = 180^\circ$       (2)  $0^\circ \leq \theta < 30^\circ, 150^\circ < \theta \leq 180^\circ$

**【解説】**

(1)  $\sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta$  であるから  $2(1 - \cos^2 \theta) - \cos \theta - 1 \leq 0$

整理すると  $2 \cos^2 \theta + \cos \theta - 1 \geq 0$

$\cos \theta = t$  とおくと,  $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  のとき  $-1 \leq t \leq 1$  …… ①

不等式は  $2t^2 + t - 1 \geq 0$       ゆえに  $(t+1)(2t-1) \geq 0$

よって  $t \leq -1, \frac{1}{2} \leq t$

① との共通範囲を求めて  $t = -1, \frac{1}{2} \leq t \leq 1$

$t = -1$  すなわち  $\cos \theta = -1$  を解いて  
 $\theta = 180^\circ$

$\frac{1}{2} \leq t \leq 1$  すなわち  $\frac{1}{2} \leq \cos \theta \leq 1$  を解いて  
 $0^\circ \leq \theta \leq 60^\circ$

以上から  $0^\circ \leq \theta \leq 60^\circ, \theta = 180^\circ$

(2)  $\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta$  であるから  $2(1 - \sin^2 \theta) + 3 \sin \theta < 3$

整理すると  $2 \sin^2 \theta - 3 \sin \theta + 1 > 0$

$\sin \theta = t$  とおくと,  $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  のとき  $0 \leq t \leq 1$  …… ①

不等式は  $2t^2 - 3t + 1 > 0$       ゆえに  $(2t-1)(t-1) > 0$

よって  $t < \frac{1}{2}, 1 < t$

① との共通範囲を求めて  $0 \leq t < \frac{1}{2}$

求める解は,  $0 \leq t < \frac{1}{2}$  すなわち  $0 \leq \sin \theta < \frac{1}{2}$

を解いて  $0^\circ \leq \theta < 30^\circ, 150^\circ < \theta \leq 180^\circ$

