第２回定期考査（２次方程式･２次不等式）Ｒ２．９．２９　　（　　）組（　　）番　名前（　　　　　　　　）

$\boxed{1}$ 次の２次方程式を解け。

(1) $x^2+2x-8=0$　　(2) $x^2+6x+9=0$

(3) $2x^2+x=0$　　(4) $2x^2+5x+2=0$

$\boxed{2}$ 次の２次方程式を解け。

(1) $x^2-4x-1=0$　　(2) $x^2-\sqrt{6}\,x-1=0$

$\boxed{3}$ ２次方程式 $x^2+(m+2)x+m+5=0$ が重解をもつとき，定数 m の値を求めよ。また，そのときの重解を求めよ。

$\boxed{4}$ ２次関数 $y=x^2+5x+m+2$ のグラフが x 軸と共有点をもたないとき，定数 m の値の範囲を求めよ。

$\boxed{5}$ 放物線 $y=x^2+4x+2$ は x 軸と２点で交わる。その交点を A，B とする。この放物線が x 軸から切り取る線分 AB の長さを求めよ。

$\boxed{6}$ 放物線 $y=x^2-6x+10$ と直線 $y=2x-5$ の共有点の座標を求めよ。

$\boxed{7}$ 次の２次不等式を解け。

(1) $x^2-5x+6>0$　　(2) $x^2\leqq 9$

$\boxed{8}$ 次の２次不等式を解け。

(1) $2x^2-5x-3\geqq 0$　　(2) $x^2-2x-2<0$

$\boxed{9}$ 次の２次不等式を解け。

(1) $x^2-4x+4>0$　　(2) $x^2-4x+4\geqq 0$

(3) $x^2+8x+16<0$　　(4) $x^2+8x+16\leqq 0$

$\boxed{10}$ 次の 2 次不等式を解け。

(1) $x^2-4x+6>0$ (2) $x^2-4x+6\geqq 0$

$\boxed{11}$ 2 次方程式 $2x^2+2mx+1=0$ が実数解をもつとき，定数 m の値の範囲を求めよ。

$\boxed{12}$ 2 次不等式 $x^2+2mx+m+2>0$ の解がすべての実数であるとき，定数 m の値の範囲を求めよ。

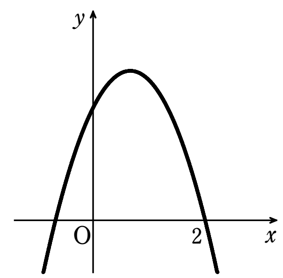
$\boxed{13}$ 次の 2 次不等式を満たす整数 x をすべて求めよ。 $4x-2\geqq x^2$

$\boxed{14}$ 次の連立不等式を解け。

$$\begin{cases} x^2-4>0 \\ x^2-3x-4\leqq 0 \end{cases}$$

$\boxed{15}$ 2 次不等式 $-2x^2+ax+b>0$ の解が $-1<x<2$ となるように，定数 a，b の値を定めよ。

$\boxed{16}$ 2 次関数 $y=ax^2+bx+c$ のグラフが右の図のようになるとき，次の値の符号を求めよ。



(1) a (2) c (3) $-\dfrac{b}{2a}$ (4) b

(5) b^2-4ac (6) $a+b+c$

$\boxed{17}$ 2 次関数 $y=x^2-2mx-m+6$ のグラフが x 軸の正の部分と，異なる 2 点で交わるように，定数 m の値の範囲を定めよ。

第２回定期考査（２次方程式･２次不等式）Ｒ２．９．２９ （符号ミス -1，有理化していない，約分していない → ×） 文字ミス -1　　（　　）組（　　）番　名前（　　　　　　　　）

1 次の２次方程式を解け。

(1) $x^2+2x-8=0$　(2) $x^2+6x+9=0$

(3) $2x^2+x=0$　(4) $2x^2+5x+2=0$

各3

解答 (1) $x=2,\ -4$　(2) $x=-3$　(3) $x=0,\ -\frac{1}{2}$　(4) $x=-2,\ -\frac{1}{2}$

解説

(1) 左辺を因数分解すると　$(x-2)(x+4)=0$

よって　$x-2=0$ または $x+4=0$

したがって　$x=2,\ -4$

(2) 左辺を因数分解すると　$(x+3)^2=0$

よって　$x+3=0$

したがって　$x=-3$

(3) 左辺を因数分解すると　$x(2x+1)=0$

よって　$x=0$ または $2x+1=0$

したがって　$x=0,\ -\frac{1}{2}$

(4) 左辺を因数分解すると　$(x+2)(2x+1)=0$

よって　$x+2=0$ または $2x+1=0$

したがって　$x=-2,\ -\frac{1}{2}$

2 次の２次方程式を解け。

(1) $x^2-4x-1=0$　(2) $x^2-\sqrt{6}x-1=0$

各3

解答 (1) $x=2\pm\sqrt{5}$　(2) $x=\frac{\sqrt{6}\pm\sqrt{10}}{2}$

解説

(1) 解の公式により

$$x=\frac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-4\cdot1\cdot(-1)}}{2\cdot1}=\frac{4\pm\sqrt{20}}{2}$$

$$=\frac{4\pm2\sqrt{5}}{2}=2\pm\sqrt{5}$$

別解 $x=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-1\cdot(-1)}}{1}=2\pm\sqrt{5}$

$x=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-1\cdot(-1)}}{1}$

$=2\pm\sqrt{5}=0$　-1

(2) 解の公式により

$$x=\frac{-(-\sqrt{6})\pm\sqrt{(-\sqrt{6})^2-4\cdot1\cdot(-1)}}{2\cdot1}=\frac{\sqrt{6}\pm\sqrt{10}}{2}$$

3 ２次方程式 $x^2+(m+2)x+m+5=0$ が重解をもつとき，定数 m の値を求めよ。また，そのときの重解を求めよ。

解答 $m=4$ のとき $x=-3$，$m=-4$ のとき $x=1$　4

解説

この２次方程式の判別式を D とすると

$$D=(m+2)^2-4\cdot1\cdot(m+5)=m^2-16$$

２次方程式が重解をもつのは $D=0$ のときであるから

$$m^2-16=0$$

これを解いて　$m=\pm4$　2

$m=4$ のとき，方程式は　$x^2+6x+9=0$

したがって，重解は　$x=-3$

$m=-4$ のとき，方程式は　$x^2-2x+1=0$

したがって，重解は　$x=1$

参考 与えられた２次方程式が重解をもつとき，重解は $x=-\frac{m+2}{2}$ であるから

$m=4$ のとき　$x=-3$，　$m=-4$ のとき　$x=1$

4 ２次関数 $y=x^2+5x+m+2$ のグラフが x 軸と共有点をもたないとき，定数 m の値の範囲を求めよ。

解答 $m>\frac{17}{4}$　3

解説

２次方程式 $x^2+5x+m+2=0$ の判別式を D とすると

$$D=5^2-4\cdot1\cdot(m+2)=17-4m$$

このグラフが x 軸と共有点をもたないのは $D<0$ のときであるから

$$17-4m<0$$

これを解いて　$m>\frac{17}{4}$

5 放物線 $y=x^2+4x+2$ は x 軸と２点で交わる。その交点を A，B とする。この放物線が x 軸から切り取る線分 AB の長さを求めよ。

長さは（大きい方）から（小さい方）を引く

解答 $2\sqrt{2}$　4

解説

放物線 $y=x^2+4x+2$ と x 軸の交点の x 座標は，$x^2+4x+2=0$ を解いて

$$x=-2\pm\sqrt{2}$$　2

よって，線分 AB の長さは

$$(-2+\sqrt{2})-(-2-\sqrt{2})=2\sqrt{2}$$

$(-2+\sqrt{2})+(-2-\sqrt{2})$

ミス有．

6 放物線 $y=x^2-6x+10$ と直線 $y=2x-5$ の共有点の座標を求めよ。

解答 (3，1)，(5，5)　4

解説

共有点の x 座標は，次の２次方程式の実数解である。

$$x^2-6x+10=2x-5$$

式を整理すると　$x^2-8x+15=0$

これを解くと　$x=3,\ 5$　2

$y=2x-5$ に代入すると

$x=3$ のとき　$y=1$，　$x=5$ のとき　$y=5$

よって，共有点の座標は　(3，1)，(5，5)

$x=3,\ y=1$ はダメ（座標でない）

(3，0)，(5，0) というミス多し

7 次の２次不等式を解け。

(1) $x^2-5x+6>0$　(2) $x^2\leqq9$

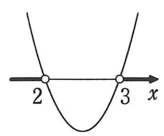
解答 (1) $x<2,\ 3<x$　(2) $-3\leqq x\leqq3$　各3

解説

(1) $x^2-5x+6>0$ より　$(x-2)(x-3)>0$

$(x-2)(x-3)=0$ を解くと　$x=2,\ 3$

$y=(x-2)(x-3)$ のグラフで $y>0$ となる x の値の範囲を求めて



$$x<2,\ 3<x$$

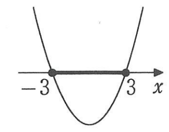
(2) $x^2\leqq9$ より　$x^2-9\leqq0$

すなわち　$(x+3)(x-3)\leqq0$

$x\leqq\pm3$ はダメ

$(x+3)(x-3)=0$ を解くと　$x=\pm3$

$y=(x+3)(x-3)$ のグラフで $y\leqq0$ となる x の値の範囲を求めて



$$-3\leqq x\leqq3$$

8 次の２次不等式を解け。

(1) $2x^2-5x-3\geqq0$　(2) $x^2-2x-2<0$

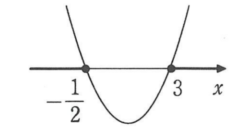
解答 (1) $x\leqq-\frac{1}{2},\ 3\leqq x$　(2) $1-\sqrt{3}<x<1+\sqrt{3}$　各3

解説

(1) $2x^2-5x-3=0$ を解くと

$x=-\frac{1}{2},\ 3$

よって，この２次不等式の解は

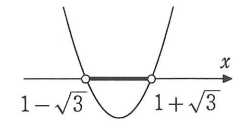


$x\leqq-\frac{1}{2},\ 3\leqq x$

(2) $x^2-2x-2=0$ を解くと

$x=1\pm\sqrt{3}$

よって，この２次不等式の解は



$1-\sqrt{3}<x<1+\sqrt{3}$

9 次の２次不等式を解け。

(1) $x^2-4x+4>0$　(2) $x^2-4x+4\geqq0$

(3) $x^2+8x+16<0$　(4) $x^2+8x+16\leqq0$

解答 (1) 2 以外のすべての実数　(2) すべての実数　(3) 解はない

(4) $x=-4$

各3

解説

(1) $x^2-4x+4=(x-2)^2$

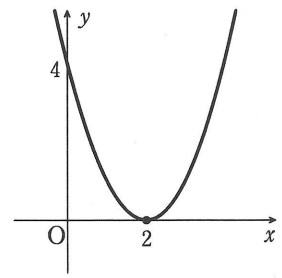
$y=x^2-4x+4$ のグラフは，右の図のように x 軸と点 (2，0) で接する。

よって，$x^2-4x+4>0$ の解は

2 以外のすべての実数

(2) (1) の図より，$x^2-4x+4\geqq0$ の解は

すべての実数



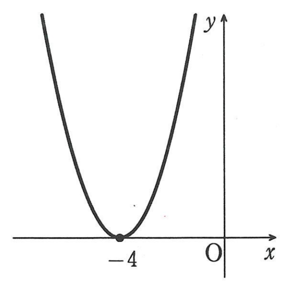
(3) $x^2+8x+16=(x+4)^2$

$y=x^2+8x+16$ のグラフは，右の図のように x 軸と点 (−4，0) で接する。

よって，$x^2+8x+16<0$ の解はない。

(4) (3) の図より，$x^2+8x+16\leqq0$ の解は

$x=-4$



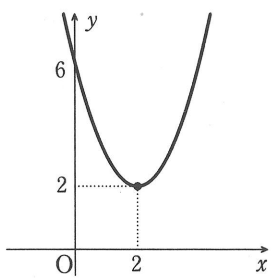
/57

$\boxed{10}$ 次の2次不等式を解け。

(1) $x^2-4x+6>0$　　　　(2) $x^2-4x+6\geqq 0$

解答 (1) すべての実数　(2) すべての実数　合③

解説



(1) $x^2-4x+6=(x-2)^2+2$

$y=x^2-4x+6$ のグラフは，x 軸より上側にあり，x 軸と共有点をもたない。

よって，$x^2-4x+6>0$ の解は
　すべての実数

「解なし」
ダメ

(2) $x^2-4x+6\geqq 0$ の解は
　すべての実数

$\boxed{11}$ 2次方程式 $2x^2+2mx+1=0$ が実数解をもつとき，定数 m の値の範囲を求めよ。

解答 $m\leqq -\sqrt{2}$，$\sqrt{2}\leqq m$　④

解説

$m^2\geqq 2$
$m\geqq \pm\sqrt{2}$ ダメ

この2次方程式の判別式を D とすると

$$D=(2m)^2-4\cdot 2\cdot 1=4(m^2-2)$$

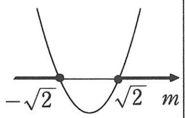
2次方程式が実数解をもつのは $D\geqq 0$ のときであるから

$$m^2-2\geqq 0$$

$m^2-2=0$ を解くと　$m=\pm\sqrt{2}$

よって，求める m の値の範囲は

$$m\leqq -\sqrt{2},\ \sqrt{2}\leqq m$$



$\boxed{12}$ 2次不等式 $x^2+2mx+m+2>0$ の解がすべての実数であるとき，定数 m の値の範囲を求めよ。

解答 $-1<m<2$　④

解説

D>0
になる為
ダメ

2次方程式 $x^2+2mx+m+2=0$ の判別式を D とすると

$$D=(2m)^2-4\cdot 1\cdot (m+2)=4(m^2-m-2)$$

2次不等式の x^2 の係数が正であるから，その解がすべての実数であるのは $D<0$ のときである。

$m^2-m-2<0$ から　$(m+1)(m-2)<0$

これを解いて　$-1<m<2$

$\boxed{13}$ 次の2次不等式を満たす整数 x をすべて求めよ。　$4x-2\geqq x^2$

解答 1，2，3　④

解説

式を整理すると　$x^2-4x+2\leqq 0$

$x^2-4x+2=0$ を解くと　$x=2\pm\sqrt{2}$

よって，この2次不等式の解は　$2-\sqrt{2}\leqq x\leqq 2+\sqrt{2}$　②

$\sqrt{2}=1.4\cdots$ であるから　$2-\sqrt{2}=0.5\cdots$，$2+\sqrt{2}=3.4\cdots$

したがって，この不等式を満たす整数 x は　1，2，3

$\boxed{14}$ 次の連立不等式を解け。

$$\begin{cases} x^2-4>0 \\ x^2-3x-4\leqq 0 \end{cases}$$

解答 $2<x\leqq 4$　④

解説

改行が
違う者あり

$x^2-4>0$ から　$(x+2)(x-2)>0$

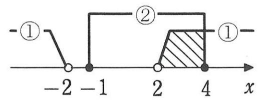
よって　$x<-2$，$2<x$　……①　①

$x^2-3x-4\leqq 0$ から　$(x+1)(x-4)\leqq 0$

よって　$-1\leqq x\leqq 4$　……②　①

①と②の共通範囲を求めて

$$2<x\leqq 4$$



$\boxed{15}$ 2次不等式 $-2x^2+ax+b>0$ の解が $-1<x<2$ となるように，定数 a，b の値を定めよ。

解答 $a=2$，$b=4$　④

解説

2次不等式 $-2x^2+ax+b>0$ の解が $-1<x<2$ であるから，2次関数 $y=-2x^2+ax+b$ のグラフは，x 軸と2点 $(-1,\ 0)$，$(2,\ 0)$ で交わり，$-1<x<2$ の範囲では，グラフは x 軸より上側にある。

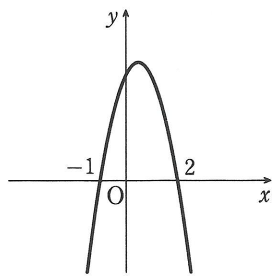
よって，$f(x)=-2x^2+ax+b$ とおくと

$f(-1)=0$，$f(2)=0$

したがって　$-2-a+b=0$

$-8+2a+b=0$

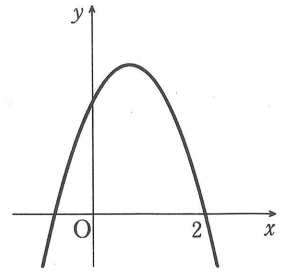
これを解いて　$a=2$，$b=4$



$\boxed{16}$ 2次関数 $y=ax^2+bx+c$ のグラフが右の図のようになるとき，次の値の符号を求めよ。

(1) a　(2) c　(3) $-\dfrac{b}{2a}$　(4) b

(5) b^2-4ac　(6) $a+b+c$



答えがあっていれば良しとしたが
理由をしっかり書こう

解答 (1) 負　(2) 正　(3) 正　(4) 正　(5) 正　(6) 正　合②

解説

(1) 放物線が上に凸であるから　$a<0$

よって，a の符号は　負

(2) 放物線と y 軸の交点の y 座標が c である。

この点は x 軸の上側にあるから　$c>0$

よって，c の符号は　正

(3) 頂点の x 座標は $x=-\dfrac{b}{2a}$ で，y 軸の右側にあるから　$-\dfrac{b}{2a}>0$

よって，$-\dfrac{b}{2a}$ の符号は　正

(4) $a<0$ かつ $-\dfrac{b}{2a}>0$ より　$b>0$　　よって，b の符号は　正

(5) 放物線と x 軸は異なる2点を共有しているから　$b^2-4ac>0$

よって，b^2-4ac の符号は　正

(6) グラフ上の点で，x 座標が1である点の y 座標が $a+b+c$ である。

この点は x 軸の上側にあるから　$a+b+c>0$

よって，$a+b+c$ の符号は　正

$\boxed{17}$ 2次関数 $y=x^2-2mx-m+6$ のグラフが x 軸の正の部分と，異なる2点で交わるように，定数 m の値の範囲を定めよ。

解答 $2<m<6$　⑤

解説

関数の式を変形すると

$$y=(x-m)^2-m^2-m+6$$

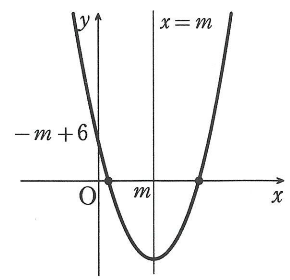
グラフは下に凸の放物線で，その軸は直線 $x=m$ である。

グラフが x 軸の正の部分と，異なる2点で交わるのは，次の[1]，[2]，[3]が同時に成り立つときである。

[1] グラフが x 軸と異なる2点で交わる。

[2] グラフの軸が y 軸の右側にある。

[3] グラフと y 軸の交点の y 座標が正である。



[1]より，2次方程式 $x^2-2mx-m+6=0$ の判別式を D とすると，$D>0$ である。

$$D=(-2m)^2-4\cdot 1\cdot (-m+6)=4(m^2+m-6)$$

よって　$m^2+m-6>0$

すなわち　$(m+3)(m-2)>0$

これを解くと　$m<-3$，$2<m$　……①　②

判別式
しか答えて
いない

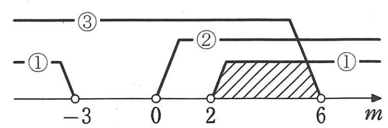
[2]から　$m>0$　……②

[3]から　$-m+6>0$

よって　$m<6$　……③

①，②，③の共通範囲を求めて

$$2<m<6$$



143