数学演習（集合と命題）Ｒ２．７．１　　　　（　　）組（　　）番　名前（　　　　　　　　　　）

$\boxed{1}$ 全体集合 $U=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9\}$ の部分集合 A，B を $A=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$，$B=\{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9\}$ とする。次の集合を求めよ。

(1)　$A\cap B$　　(2)　$\overline{A}$　　(3)　$\overline{B}$

(4)　$\overline{A}\cap B$　　(5)　$\overline{A}\cup\overline{B}$

$\boxed{2}$ 集合 $\{a,\ b,\ c\}$ の部分集合をすべてあげよ。

$\boxed{3}$ $U=\{x\mid x$ は実数$\}$ を全体集合とする。U の部分集合 $A=\{2,\ 4,\ a^2+1\}$，$B=\{4,\ a+7,\ a^2-4a+5\}$ について，$A\cap\overline{B}=\{2,\ 5\}$ となるとき，定数 a の値を求めよ。

$\boxed{4}$ 実数全体を全体集合とし，その部分集合 A，Bについて考える。
$A=\{x\mid -2<x<3\}$，$B=\{x\mid k-6<x<k\}$ (k は定数) とするとき，$A\subset B$ となる k の値の範囲を求めよ。

$\boxed{5}$ $A=\{n\mid n$ は 16 の正の約数$\}$，$B=\{n\mid n$ は 20 の正の約数$\}$，
$C=\{n\mid n$ は 8 以下の正の偶数$\}$ とする。このとき，次の集合を求めよ。

(1)　$A\cap B\cap C$　　(2)　$A\cup B\cup C$　　(3)　$(A\cap B)\cup C$

(4)　$(A\cap C)\cup(B\cap C)$

$\boxed{6}$ a，b，c, x は実数とする。次の命題の真偽を調べ，偽のときは反例を 1 つ示せ。

(1)　$a=0 \Longrightarrow ab=0$　　(2)　$a^2=3a \Longrightarrow a=3$

(3)　$ac=bc \Longrightarrow a=b$

(4)　$a+b$ と ab はともに整数 $\Longrightarrow$ a と b はともに整数

(5)　$|x|<2 \Longrightarrow |x-1|<3$

$\boxed{7}$ x，y は実数とする。次の $\boxed{\quad}$ に，「必要」，「十分」，「必要十分」のうち，最も適する言葉を入れよ。

(1)　$x=1$ は $x^2=1$ であるための $\boxed{\quad}$ 条件である。

(2)　$x=y=2$ は $2x+y=6$ かつ $2x-y=2$ であるための $\boxed{\quad}$ 条件である。

(3)　$x\leqq 3$ は $x\leqq 1$ であるための $\boxed{\quad}$ 条件である。

$\boxed{8}$ x，y は実数とする。次の $\boxed{\quad}$ に，「必要」，「十分」，「必要十分」のうち，最も適する言葉を入れよ。

(1)　$xy>0$ は $x>0$ かつ $y>0$ であるための $\boxed{\quad}$ 条件である。

(2)　$|x|=0$ は $x=0$ であるための $\boxed{\quad}$ 条件である。

(3)　$xy\neq 0$ は $x\neq 0$ であるための $\boxed{\quad}$ 条件である。

$\boxed{9}$ m，n，k は自然数，x，y は実数，A，B は集合とする。次の $\boxed{\quad}$ に，下の (ア)～(エ) のうち，適するものを入れよ。

（ア）　必要条件であるが十分条件でない
（イ）　十分条件であるが必要条件でない
（ウ）　必要十分条件である
（エ）　必要条件でも十分条件でもない

(1)　積 mnk が偶数であることは，m，n，k がすべて偶数であるための $\boxed{\quad}$。

(2)　$x=y$ は $x=\sqrt{y^2}$ であるための $\boxed{\quad}$。

(3)　x，y がともに有理数であることは，$x+y$ が有理数であるための $\boxed{\quad}$。

(4)　$x\in A\cup B$ は，$x\in A$ であるための $\boxed{\quad}$。

(5)　$xy+1=x+y$ は，$x=1$ または $y=1$ であるための $\boxed{\quad}$。

$\boxed{10}$ （発展）a , b は実数とする。

(1) 次の条件の中で，$ab=0$ と同値な条件を①～④の中からすべて選べ

①　$a=0$　または　$b=0$　　②　$a=0$　かつ　$b=0$

③　$|a|+|b|=0$　　④　$a+b=0$

(2) 次の条件の中で，$a^2+b^2=0$ と同値な条件を①～④の中からすべて選べ

①　$a=0$　または　$b=0$　　②　$a=0$　かつ　$b=0$

③　$|a|+|b|=0$　　④　$a+b=0$

$\boxed{11}$ x は実数とする。次の ① ～ ④ のうち，

「$\boxed{}$ は，$x^2>4$ であるための十分条件である」

の $\boxed{}$ にあてはまるものをすべて選びなさい。

① $x<-2$　② $x<2$　③ $x>-2$　④ $x>2$

$\boxed{12}$ x は実数，次の命題の対偶を述べよ。また，もとの命題とその対偶の真偽を調べよ。

$x^2 \neq x \Longrightarrow x \neq 1$ かつ $x \neq 0$

$\boxed{13}$ 次の命題の真偽を調べよ。また，その逆，対偶，裏を述べ，それらの真偽を調べよ。

「4 の倍数かつ 6 の倍数である整数は，24 の倍数である。」

$\boxed{14}$ 次の命題の否定を述べよ。また，もとの命題と否定の真偽を述べよ。

(1) すべての実数 x について　$(x+1)^2>1$

(2) ある実数 x について　$2x+1=0$

$\boxed{15}$ n は整数とする。n^2+3 が偶数ならば，n は奇数であることを証明せよ。

$\boxed{16}$ n は整数とする。n^2+n-1 が 3 の倍数ならば，n は 3 の倍数であることを示せ。

$\boxed{17}$ $\sqrt{2}$ が無理数であることを用いて，$2-\sqrt{2}$ が無理数であることを証明せよ。

$\boxed{18}$ 次の問いに答えよ。

(1) a，b は有理数とする。$\sqrt{2}$ が無理数であることを用いて，次の命題を証明せよ。

$$a+b\sqrt{2}=0 \Longrightarrow a=b=0$$

(2) $(a-2)+(b+3)\sqrt{2}=0$ を満たす有理数 a，b の値を求めよ。

$\boxed{19}$ （発展）$\sqrt{2}$ の小数部分を a とするとき，$\dfrac{ax+y}{1-a}=a$ となるような有理数 x，y の値を求めよ。ただし，$\sqrt{2}$ が無理数であることを用いてよい。

数学演習（集合と命題）Ｒ２．７．１　　　　（　　）組（　　）番　名前（　　　　　　　　）

1 全体集合 $U=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9\}$ の部分集合 A，B を $A=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$，$B=\{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9\}$ とする。次の集合を求めよ。

(1) $A\cap B$　　(2) $\overline{A}$　　(3) $\overline{B}$

(4) $\overline{A}\cap B$　　(5) $\overline{A}\cup\overline{B}$

解答 (1) $\{1,\ 3,\ 5\}$　(2) $\{6,\ 7,\ 8,\ 9\}$　(3) $\{2,\ 4,\ 6,\ 8\}$　(4) $\{7,\ 9\}$

(5) $\{2,\ 4,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9\}$

解説

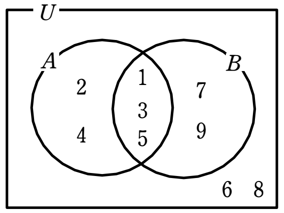
(1) $A\cap B=\{1,\ 3,\ 5\}$　(2) $\overline{A}=\{6,\ 7,\ 8,\ 9\}$

(3) $\overline{B}=\{2,\ 4,\ 6,\ 8\}$　(4) $\overline{A}\cap B=\{7,\ 9\}$

(5) $\overline{A}\cup\overline{B}=\{2,\ 4,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9\}$

別解 $\overline{A}\cup\overline{B}=\overline{A\cap B}$ であるから，(1) より

$\overline{A}\cup\overline{B}=\{2,\ 4,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9\}$



2 集合 $\{a,\ b,\ c\}$ の部分集合をすべてあげよ。

解答 $\varnothing$，$\{a\}$，$\{b\}$，$\{c\}$，$\{a,\ b\}$，$\{a,\ c\}$，$\{b,\ c\}$，$\{a,\ b,\ c\}$

解説

要素が 0 個　$\varnothing$　　要素が 1 個　$\{a\}$，$\{b\}$，$\{c\}$

要素が 2 個　$\{a,\ b\}$，$\{a,\ c\}$，$\{b,\ c\}$，　要素が 3 個　$\{a,\ b,\ c\}$

3 $U=\{x \mid x$ は実数$\}$ を全体集合とする。U の部分集合 $A=\{2,\ 4,\ a^2+1\}$，$B=\{4,\ a+7,\ a^2-4a+5\}$ について，$A\cap\overline{B}=\{2,\ 5\}$ となるとき，定数 a の値を求めよ。

解答 $a=2$

解説

$A\cap\overline{B}=\{2,\ 5\}$ であるから　$5\in A$

よって　$a^2+1=5$　　ゆえに　$a=\pm2$

[1] $a=2$ のとき　$a+7=9$，$a^2-4a+5=1$

よって　$A=\{2,\ 4,\ 5\}$，$B=\{4,\ 9,\ 1\}$

このとき，$A\cap\overline{B}=\{2,\ 5\}$ となり，条件に適する。

[2] $a=-2$ のとき　$a+7=5$，$a^2-4a+5=17$

よって　$A=\{2,\ 4,\ 5\}$，$B=\{4,\ 5,\ 17\}$

このとき，$A\cap\overline{B}=\{2\}$ となり，条件に適さない。

以上から　$a=2$

4 実数全体を全体集合とし，その部分集合 A，Bについて考える。$A=\{x \mid -2<x<3\}$，$B=\{x \mid k-6<x<k\}$ (k は定数) とするとき，$A\subset B$ となる k の値の範囲を求めよ。

解答 $3\leqq k\leqq4$

解説

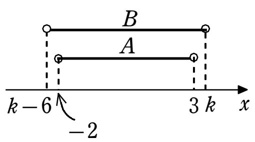
$A\subset B$ となるための条件は

$k-6\leqq-2$ ……①　　$3\leqq k$　　……②

が同時に成り立つことである。

① から　$k\leqq4$

これと ② の共通範囲を求めて　$3\leqq k\leqq4$



5 $A=\{n \mid n$ は 16 の正の約数$\}$，$B=\{n \mid n$ は 20 の正の約数$\}$，$C=\{n \mid n$ は 8 以下の正の偶数$\}$ とする。このとき，次の集合を求めよ。

(1) $A\cap B\cap C$　　(2) $A\cup B\cup C$　　(3) $(A\cap B)\cup C$

(4) $(A\cap C)\cup(B\cap C)$

解答 (1) $\{2,\ 4\}$　(2) $\{1,\ 2,\ 4,\ 5,\ 6,\ 8,\ 10,\ 16,\ 20\}$　(3) $\{1,\ 2,\ 4,\ 6,\ 8\}$

(4) $\{2,\ 4,\ 8\}$

解説

$A=\{1,\ 2,\ 4,\ 8,\ 16\}$，$B=\{1,\ 2,\ 4,\ 5,\ 10,\ 20\}$，$C=\{2,\ 4,\ 6,\ 8\}$ であるから，図より

(1) $A\cap B\cap C=\{2,\ 4\}$

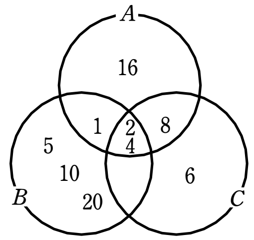
(2) $A\cup B\cup C=\{1,\ 2,\ 4,\ 5,\ 6,\ 8,\ 10,\ 16,\ 20\}$

(3) $A\cap B=\{1,\ 2,\ 4\}$ であるから

$(A\cap B)\cup C=\{1,\ 2,\ 4,\ 6,\ 8\}$

(4) $A\cap C=\{2,\ 4,\ 8\}$，$B\cap C=\{2,\ 4\}$ であるから

$(A\cap C)\cup(B\cap C)=\{2,\ 4,\ 8\}$



6 a，b，c，x は実数とする。次の命題の真偽を調べ，偽のときは反例を 1 つ示せ。

(1) $a=0 \Longrightarrow ab=0$　　(2) $a^2=3a \Longrightarrow a=3$

(3) $ac=bc \Longrightarrow a=b$

(4) $a+b$ と ab はともに整数 $\Longrightarrow a$ と b はともに整数

(5) $|x|<2 \Longrightarrow |x-1|<3$

解答 (1) 真　(2) 偽 (反例：$a=0$)　(3) 偽 (反例：$a=1$，$b=2$，$c=0$)

(4) 偽 (反例：$a=\sqrt{2}$，$b=-\sqrt{2}$)　(5) 真

解説

(1) $a=0$ のとき　$ab=0\times b=0$　よって　真

(2) $a^2=3a$ から　$a(a-3)=0$　よって　$a=0,\ 3$

$a=0$ のとき，$a^2=3a$ を満たすが，$a=3$ を満たさない。したがって偽 (反例：$a=0$)

(3) $a=1$，$b=2$，$c=0$ は，$ac=bc$ を満たすが，$a=b$ を満たさない。

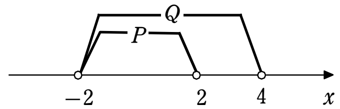
よって　偽 (反例：$a=1$，$b=2$，$c=0$)

(4) $a=\sqrt{2}$，$b=-\sqrt{2}$ とすると，$a+b=0$ (整数)，$ab=-2$ (整数) であるが，a と b はともに整数ではない。　よって　偽 (反例：$a=\sqrt{2}$，$b=-\sqrt{2}$)

(5) $P=\{x \mid |x|<2\}$，$Q=\{x \mid |x-1|<3\}$ とする。

$P=\{x \mid -2<x<2\}$，$Q=\{x \mid -2<x<4\}$ であるから，P，Q は右の図のようになり

$P\subset Q$　よって，命題は真である。



7 x，y は実数とする。次の □ に，「必要」，「十分」，「必要十分」のうち，最も適する言葉を入れよ。

(1) $x=1$ は $x^2=1$ であるための □ 条件である。

(2) $x=y=2$ は $2x+y=6$ かつ $2x-y=2$ であるための □ 条件である。

(3) $x\leqq3$ は $x\leqq1$ であるための □ 条件である。

解答 (1) 十分　(2) 必要十分　(3) 必要

解説

(1) 「$x=1 \Longrightarrow x^2=1$」は真。　「$x^2=1 \Longrightarrow x=1$」は偽。(反例：$x=-1$)

よって，十分条件である。

(2) $x=y=2$ のとき　$2x+y=2\cdot2+2=6$　$2x-y=2\cdot2-2=2$

したがって，「$x=y=2 \Longrightarrow 2x+y=6$ かつ $2x-y=2$」は真。

連立方程式 $2x+y=6$，$2x-y=2$ を解くと　$x=2$，$y=2$

したがって，「$2x+y=6$ かつ $2x-y=2 \Longrightarrow x=y=2$」は真。

よって，必要十分条件である。

(3) 「$x\leqq3 \Longrightarrow x\leqq1$」は偽。(反例：$x=3$) 「$x\leqq1 \Longrightarrow x\leqq3$」は真。

よって，必要条件である。

8 x，y は実数とする。次の □ に，「必要」，「十分」，「必要十分」のうち，最も適する言葉を入れよ。

(1) $xy>0$ は $x>0$ かつ $y>0$ であるための □ 条件である。

(2) $|x|=0$ は $x=0$ であるための □ 条件である。

(3) $xy\neq0$ は $x\neq0$ であるための □ 条件である。

解答 (1) 必要　(2) 必要十分　(3) 十分

解説

(1) 「$xy>0 \Longrightarrow x>0$ かつ $y>0$」は偽。(反例：$x=-1$，$y=-1$)

「$x>0$ かつ $y>0 \Longrightarrow xy>0$」は真。　よって，必要条件である。

(2) 「$|x|=0 \Longrightarrow x=0$」は真。　「$x=0 \Longrightarrow |x|=0$」は真。

よって，必要十分条件である。

(3) 「$xy\neq0 \Longrightarrow x\neq0$」は真。　「$x\neq0 \Longrightarrow xy\neq0$」は偽。(反例：$x=1$，$y=0$)

よって，十分条件である。

9 m，n，k は自然数，x，y は実数，A，B は集合とする。次の □ に，下の (ア)～(エ) のうち，適するものを入れよ。

（ア） 必要条件であるが十分条件でない

（イ） 十分条件であるが必要条件でない

（ウ） 必要十分条件である

（エ） 必要条件でも十分条件でもない

(1) 積 mnk が偶数であることは，m，n，k がすべて偶数であるための □。

(2) $x=y$ は $x=\sqrt{y^2}$ であるための □。

(3) x，y がともに有理数であることは，$x+y$ が有理数であるための □。

(4) $x\in A\cup B$ は，$x\in A$ であるための □。

(5) $xy+1=x+y$ は，$x=1$ または $y=1$ であるための □。

解答 (1) (ア)　(2) (エ)　(3) (イ)　(4) (ア)　(5) (ウ)

解説

(1) 「積 mnk が偶数 $\Longrightarrow m$，n，k がすべて偶数」は偽。(反例：$m=2$，$n=1$，$k=1$)

「m，n，k がすべて偶数 $\Longrightarrow$ 積 mnk が偶数」は真。

よって，必要条件であるが十分条件でない。(ア)

(2) 「$x=y \Longrightarrow x=\sqrt{y^2}$」は偽。(反例：$x=-1$，$y=-1$)

「$x=\sqrt{y^2} \Longrightarrow x=y$」は偽。(反例：$x=1$，$y=-1$)

よって，必要条件でも十分条件でもない。(エ)

(3) 「x，y はともに有理数 $\Longrightarrow x+y$ は有理数」は真。

「$x+y$ は有理数 $\Longrightarrow x$，y はともに有理数」は偽。(反例：$x=\sqrt{2}$，$y=-\sqrt{2}$)

よって，十分条件であるが必要条件でない。(イ)

(4) 「$x\in A\cup B \Longrightarrow x\in A$」は偽。(反例：$x\in\overline{A}\cap B$)

「$x \in A \Longrightarrow x \in A \cup B$」は真。

よって，必要条件であるが十分条件でない。(ア)

(5) $xy+1=x+y \Longleftrightarrow xy-x-y+1=0$

$\Longleftrightarrow x(y-1)-(y-1)=0$

$\Longleftrightarrow (x-1)(y-1)=0$

$\Longleftrightarrow x=1$ または $y=1$

よって，必要十分条件である。(ウ)

10 （発展）a，b は実数とする。

(1) 次の条件の中で，$ab=0$ と同値な条件を①～④の中からすべて選べ

① $a=0$ または $b=0$　② $a=0$ かつ $b=0$

③ $|a|+|b|=0$　④ $a+b=0$

(2) 次の条件の中で，$a^2+b^2=0$ と同値な条件を①～④の中からすべて選べ

① $a=0$ または $b=0$　② $a=0$ かつ $b=0$

③ $|a|+|b|=0$　④ $a+b=0$

解答 (1) ① (2) ②，③

解説

(1) ① 「$ab=0 \Longleftrightarrow a=0$ または $b=0$」が成り立つ。

② 「$ab=0 \Longrightarrow a=0$ かつ $b=0$」は偽。(反例：$a=0$，$b=1$)　逆は真。

③ 「$ab=0 \Longrightarrow |a|+|b|=0$」は偽。(反例：$a=0$，$b=1$)　逆は真。

④ 「$ab=0 \Longrightarrow a+b=0$」は偽。(反例：$a=0$，$b=1$)

逆である「$a+b=0 \Longrightarrow ab=0$」も偽。(反例：$a=1$，$b=-1$)

よって，$ab=0$ と同値な条件は　①

(2) ① 「$a=0$ または $b=0 \Longrightarrow a^2+b^2=0$」は偽。(反例：$a=0$，$b=1$)　逆は真。

② 「$a^2+b^2=0 \Longleftrightarrow a=0$ かつ $b=0$」は成り立つ。

③ 「$a^2+b^2=0 \Longleftrightarrow |a|+|b|=0$」は成り立つ。

④ 「$a^2+b^2=0 \Longrightarrow a+b=0$」は成り立つ。

逆である「$a+b=0 \Longrightarrow a^2+b^2=0$」は偽。(反例：$a=1$，$b=-1$)

よって，$a^2+b^2=0$ と同値な条件は　②，③

11 x は実数とする。次の ① ～ ④ のうち，

「$\boxed{}$ は，$x^2>4$ であるための十分条件である」

の $\boxed{}$ にあてはまるものをすべて選びなさい。

① $x<-2$　② $x<2$　③ $x>-2$　④ $x>2$

解答 ①，④

解説

① $x<-2 \Longrightarrow x^2>4$ は真である。

よって，「$x<-2$」は，「$x^2>4$」であるための十分条件である。

② $x<2 \Longrightarrow x^2>4$ は偽である。(反例：$x=0$)

よって，「$x<2$」は，「$x^2>4$」であるための十分条件でない。

③ $x>-2 \Longrightarrow x^2>4$ は偽である。(反例：$x=0$)

よって，「$x>-2$」は，「$x^2>4$」であるための十分条件でない。

④ $x>2 \Longrightarrow x^2>4$ は真である。

よって，「$x>2$」は，「$x^2>4$」であるための十分条件である。

したがって，$\boxed{}$ にあてはまるのは　①，④

12 x は実数，次の命題の対偶を述べよ。また，もとの命題とその対偶の真偽を調べよ。

$x^2 \neq x \Longrightarrow x \neq 1$ かつ $x \neq 0$

解答 $x=1$ または $x=0 \Longrightarrow x^2=x$，もとの命題と対偶は真

解説

対偶：「$x=1$ または $x=0 \Longrightarrow x^2=x$」

$x=1$ のとき　$x^2=1$　よって　$x^2=x$

$x=0$ のとき　$x^2=0$　よって　$x^2=x$

したがって，対偶は真。　ゆえに，もとの命題も　真

13 次の命題の真偽を調べよ。また，その逆，対偶，裏を述べ，それらの真偽を調べよ。

「4 の倍数かつ 6 の倍数である整数は，24 の倍数である。」

解答 与えられた命題は偽

逆：24 の倍数である整数は，4 の倍数かつ 6 の倍数である，真

対偶：24 の倍数でない整数は，4 の倍数でないまたは 6 の倍数でない，偽

裏：4 の倍数でないまたは 6 の倍数でない整数は，24 の倍数でない，真

解説

与えられた命題は偽。(反例：整数 12)

また，逆は　「24 の倍数である整数は，4 の倍数かつ 6 の倍数である。」

対偶は　「24 の倍数でない整数は，4 の倍数でないまたは 6 の倍数でない。」

裏は　「4 の倍数でないまたは 6 の倍数でない整数は，24 の倍数でない。」

与えられた命題が偽であるから，対偶も偽。

逆は真。　逆が真であるから，裏も真。

14 次の命題の否定を述べよ。また，もとの命題と否定の真偽を述べよ。

(1) すべての実数 x について　$(x+1)^2>1$

(2) ある実数 x について　$2x+1=0$

解答 (1) 否定：ある実数 x について　$(x+1)^2 \leqq 1$

もとの命題は偽，否定は真

(2) 否定：すべての実数 x について　$2x+1 \neq 0$

もとの命題は真，否定は偽

解説

(1) 否定：「ある実数 x について　$(x+1)^2 \leqq 1$」

もとの命題は偽　(反例：$x=-1$)　よって，否定は真。

(2) 否定：「すべての実数 x について　$2x+1 \neq 0$」

$x=-\dfrac{1}{2}$ のとき，$2x+1=0$ となるから，もとの命題は真。よって，否定は偽。

15 n は整数とする。n^2+3 が偶数ならば，n は奇数であることを証明せよ。

解答 略

解説

対偶「n が偶数ならば，n^2+3 は奇数である」を証明する。

n が偶数のとき，n はある整数 k を用いて $n=2k$ と表される。

このとき　$n^2+3=(2k)^2+3=4k^2+3$

$=2(2k^2+1)+1$

$2k^2+1$ は整数であるから，n^2+3 は奇数である。

よって，対偶は真であり，もとの命題も真である。

16 n は整数とする。n^2+n-1 が 3 の倍数ならば，n は 3 の倍数であることを示せ。

解答 略

解説

対偶「n が 3 の倍数でないならば，n^2+n-1 は 3 の倍数でない」を証明する。

n が 3 の倍数でないとき，n はある整数 k を用いて，$n=3k+1$ または $n=3k+2$ と表される。

[1] $n=3k+1$ のとき

$n^2+n-1=(3k+1)^2+(3k+1)-1$

$=(9k^2+6k+1)+3k$

$=9k^2+9k+1=3(3k^2+3k)+1$

$3k^2+3k$ は整数であるから，n^2+n-1 は 3 の倍数でない。

[2] $n=3k+2$ のとき

$n^2+n-1=(3k+2)^2+(3k+2)-1$

$=(9k^2+12k+4)+3k+1$

$=9k^2+15k+5=3(3k^2+5k+1)+2$

$3k^2+5k+1$ は整数であるから，n^2+n-1 は 3 の倍数でない。

[1]，[2] のどちらの場合も n^2+n-1 は 3 の倍数にならない。

よって，対偶は真であり，もとの命題も真である。

17 $\sqrt{2}$ が無理数であることを用いて，$2-\sqrt{2}$ が無理数であることを証明せよ。

解答 略

解説

$2-\sqrt{2}$ が無理数でないと仮定すると，$2-\sqrt{2}$ は有理数である。

その有理数を r とすると，$2-\sqrt{2}=r$ より　$\sqrt{2}=2-r$

r が有理数ならば $2-r$ も有理数であるから，この等式は $\sqrt{2}$ が無理数であることに矛盾する。よって，$2-\sqrt{2}$ は無理数である。

18 次の問いに答えよ。

(1) a，b は有理数とする。$\sqrt{2}$ が無理数であることを用いて，次の命題を証明せよ。

$a+b\sqrt{2}=0 \Longrightarrow a=b=0$

(2) $(a-2)+(b+3)\sqrt{2}=0$ を満たす有理数 a，b の値を求めよ。

解答 (1) 略　(2) $a=2$，$b=-3$

解説

(1) $b \neq 0$ と仮定すると，等式は $\sqrt{2}=-\dfrac{a}{b}$ と変形できる。

ここで，a，b は有理数であるから，$-\dfrac{a}{b}$ も有理数である。

このことは，$\sqrt{2}$ が無理数であることに矛盾する。　よって　$b=0$

次に，$b=0$ とすると，$a+0\cdot\sqrt{2}=0$ から　$a=0$

したがって，命題「$a+b\sqrt{2}=0 \Longrightarrow a=b=0$」は真である。

(2) a，b が有理数ならば，$a-2$，$b+3$ はともに有理数である。

また，$\sqrt{2}$ は無理数である。

よって，(1) で証明したことから，有理数 a，b が $(a-2)+(b+3)\sqrt{2}=0$ を満たすとき

$a-2=0$，$b+3=0$　したがって　$a=2$，$b=-3$

19 （発展）$\sqrt{2}$ の小数部分を a とするとき，$\dfrac{ax+y}{1-a}=a$ となるような有理数 x，y の値を求めよ。ただし，$\sqrt{2}$ が無理数であることを用いてよい。

解答 $x=3$，$y=-1$

解説

$\dfrac{ax+y}{1-a}=a$ から　$ax+y=a(1-a)$　…… ①

ここで，$1<\sqrt{2}<2$ であるから，$\sqrt{2}$ の整数部分は 1 である。したがって　$a=\sqrt{2}-1$

これを ① に代入すると　$(\sqrt{2}-1)x+y=(\sqrt{2}-1)(2-\sqrt{2})$

よって　$(-x+y)+x\sqrt{2}=-4+3\sqrt{2}$

$-x+y$，x は有理数，$\sqrt{2}$ は無理数であるから　$-x+y=-4$，$x=3$

これを解いて　$x=3$，$y=-1$

1 全体集合 $U=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ の部分集合 A，B を $A=\{1, 2, 3, 4, 5\}$，$B=\{1, 3, 5, 7, 9\}$ とする。次の集合を求めよ。

(1) $A\cap B$　(2) $\overline{A}$　(3) $\overline{B}$

(4) $\overline{A}\cap B$　(5) $\overline{A}\cup\overline{B}$

集合は中かっこで表す

解答 (1) $\{1, 3, 5\}$　(2) $\{6, 7, 8, 9\}$　(3) $\{2, 4, 6, 8\}$　(4) $\{7, 9\}$

(5) $\{2, 4, 6, 7, 8, 9\}$ ← $\{6, 8\}$になってしまう者がいる

解説

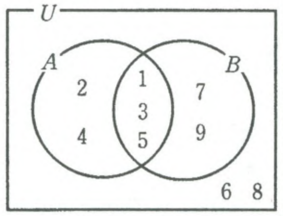
(1) $A\cap B=\{1, 3, 5\}$　(2) $\overline{A}=\{6, 7, 8, 9\}$

(3) $\overline{B}=\{2, 4, 6, 8\}$　(4) $\overline{A}\cap B=\{7, 9\}$

(5) $\overline{A}\cup\overline{B}=\{2, 4, 6, 7, 8, 9\}$

別解 $\overline{A}\cup\overline{B}=\overline{A\cap B}$ であるから，(1) より

$\overline{A}\cup\overline{B}=\{2, 4, 6, 7, 8, 9\}$



2 集合 $\{a, b, c\}$ の部分集合をすべてあげよ。

解答 $\varnothing$，$\{a\}$，$\{b\}$，$\{c\}$，$\{a, b\}$，$\{a, c\}$，$\{b, c\}$，$\{a, b, c\}$

$\{\phi\}$と書く者いる

解説

要素が 0 個　$\varnothing$　　要素が 1 個　$\{a\}$，$\{b\}$，$\{c\}$

要素が 2 個　$\{a, b\}$，$\{a, c\}$，$\{b, c\}$　　要素が 3 個　$\{a, b, c\}$

$\{a, b\}$ ↑ここ欲しい

3 $U=\{x \mid x\text{は実数}\}$ を全体集合とする。U の部分集合 $A=\{2, 4, a^2+1\}$，$B=\{4, a+7, a^2-4a+5\}$ について，$A\cap\overline{B}=\{2, 5\}$ となるとき，定数 a の値を求めよ。

解答 $a=2$

$a^2=4$ → $a=2$ とする者多し

解説

$A\cap\overline{B}=\{2, 5\}$ であるから　$5\in A$

よって　$a^2+1=5$　　ゆえに　$a=\pm 2$

[1] $a=2$ のとき　$a+7=9$，$a^2-4a+5=1$

よって　$A=\{2, 4, 5\}$，$B=\{4, 9, 1\}$

このとき，$A\cap\overline{B}=\{2, 5\}$ となり，条件に適する。

$a=-2$の不適を言う

[2] $a=-2$ のとき　$a+7=5$，$a^2-4a+5=17$

よって　$A=\{2, 4, 5\}$，$B=\{4, 5, 17\}$

このとき，$A\cap\overline{B}=\{2\}$ となり，条件に適さない。

以上から　$a=2$

4 実数全体を全体集合とし，その部分集合 A，Bについて考える。$A=\{x \mid -2<x<3\}$，$B=\{x \mid k-6<x<k\}$ (k は定数) とするとき，$A\subset B$ となる k の値の範囲を求めよ。

解答 $3\leqq k\leqq 4$　　$A=\{-1, 0, 1, 2\}$ としている者がいる → ・kは範囲となる ・A，Bの要素は実数 (整数ではない)

解説

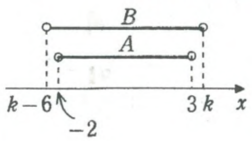
$A\subset B$ となるための条件は

$k-6\leqq -2$ ……①　$3\leqq k$ ……②

が同時に成り立つことである。

①から　$k\leqq 4$

これと②の共通範囲を求めて　$3\leqq k\leqq 4$



5 $A=\{n \mid n\text{は}16\text{の正の約数}\}$，$B=\{n \mid n\text{は}20\text{の正の約数}\}$，$C=\{n \mid n\text{は}8\text{以下の正の偶数}\}$ とする。このとき，次の集合を求めよ。

(1) $A\cap B\cap C$　(2) $A\cup B\cup C$　(3) $(A\cap B)\cup C$

(4) $(A\cap C)\cup(B\cap C)$

解答 (1) $\{2, 4\}$　(2) $\{1, 2, 4, 5, 6, 8, 10, 16, 20\}$　(3) $\{1, 2, 4, 6, 8\}$

(4) $\{2, 4, 8\}$

解説

$A=\{1, 2, 4, 8, 16\}$，$B=\{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$，$C=\{2, 4, 6, 8\}$ であるから，図より

(1) $A\cap B\cap C=\{2, 4\}$

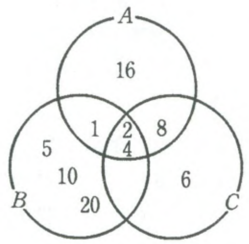
(2) $A\cup B\cup C=\{1, 2, 4, 5, 6, 8, 10, 16, 20\}$

(3) $A\cap B=\{1, 2, 4\}$ であるから

$(A\cap B)\cup C=\{1, 2, 4, 6, 8\}$

(4) $A\cap C=\{2, 4, 8\}$，$B\cap C=\{2, 4\}$ であるから

$(A\cap C)\cup(B\cap C)=\{2, 4, 8\}$



6 a，b，c，x は実数とする。次の命題の真偽を調べ，偽のときは反例を 1 つ示せ。

(1) $a=0 \Longrightarrow ab=0$　(2) $a^2=3a \Longrightarrow a=3$

(3) $ac=bc \Longrightarrow a=b$

(4) $a+b$ と ab はともに整数 $\Longrightarrow$ a と b はともに整数

(5) $|x|<2 \Longrightarrow |x-1|<3$

(5)で範囲が出せない者多し

解答 (1) 真　(2) 偽 (反例：$a=0$)　(3) 偽 (反例：$a=1$，$b=2$，$c=0$)

(4) 偽 (反例：$a=\sqrt{2}$，$b=-\sqrt{2}$)　(5) 真

偽でも反例が違うもの多し

解説

(1) $a=0$ のとき　$ab=0\times b=0$　よって　真

(2) $a^2=3a$ から　$a(a-3)=0$　よって　$a=0, 3$

$a=0$ のとき，$a^2=3a$ を満たすが，$a=3$ を満たさない。したがって偽 (反例：$a=0$)

(3) $a=1$，$b=2$，$c=0$ は，$ac=bc$ を満たすが，$a=b$ を満たさない。

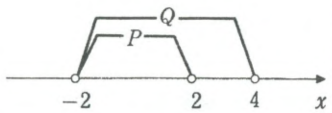
よって　偽 (反例：$a=1$，$b=2$，$c=0$)　← $c=0$ しか書いていない

(4) $a=\sqrt{2}$，$b=-\sqrt{2}$ とすると，$a+b=0$ (整数)，$ab=-2$ (整数) であるが，a と b はともに整数ではない。　よって　偽 (反例：$a=\sqrt{2}$，$b=-\sqrt{2}$)

(5) $P=\{x \mid |x|<2\}$，$Q=\{x \mid |x-1|<3\}$ とする。

$P=\{x \mid -2<x<2\}$，$Q=\{x \mid -2<x<4\}$ であるから，P，Q は右の図のようになり

$P\subset Q$　よって，命題は真である。



7 x，y は実数とする。次の $\boxed{}$ に，「必要」，「十分」，「必要十分」のうち，最も適する言葉を入れよ。

(1) $x=1$ は $x^2=1$ であるための $\boxed{}$ 条件である。

十分必要 という者がいる

(2) $x=y=2$ は $2x+y=6$ かつ $2x-y=2$ であるための $\boxed{}$ 条件である。

(3) $x\leqq 3$ は $x\leqq 1$ であるための $\boxed{}$ 条件である。

解答 (1) 十分　(2) 必要十分　(3) 必要

解説

(1) 「$x=1 \Longrightarrow x^2=1$」は真。　「$x^2=1 \Longrightarrow x=1$」は偽。(反例：$x=-1$)

よって，十分条件である。

(2) $x=y=2$ のとき　$2x+y=2\cdot 2+2=6$　$2x-y=2\cdot 2-2=2$

したがって，「$x=y=2 \Longrightarrow 2x+y=6$ かつ $2x-y=2$」は真。

連立方程式 $2x+y=6$，$2x-y=2$ を解くと　$x=2$，$y=2$

したがって，「$2x+y=6$ かつ $2x-y=2 \Longrightarrow x=y=2$」は真。

よって，必要十分条件である。

(3) 「$x\leqq 3 \Longrightarrow x\leqq 1$」は偽。(反例：$x=3$)　「$x\leqq 1 \Longrightarrow x\leqq 3$」は真。

よって，必要条件である。

8 x，y は実数とする。次の $\boxed{}$ に，「必要」，「十分」，「必要十分」のうち，最も適する言葉を入れよ。

(1) $xy>0$ は $x>0$ かつ $y>0$ であるための $\boxed{}$ 条件である。

(2) $|x|=0$ は $x=0$ であるための $\boxed{}$ 条件である。

(3) $xy\neq 0$ は $x\neq 0$ であるための $\boxed{}$ 条件である。

解答 (1) 必要　(2) 必要十分　(3) 十分

解説

(1) 「$xy>0 \Longrightarrow x>0$ かつ $y>0$」は偽。(反例：$x=-1$，$y=-1$)

「$x>0$ かつ $y>0 \Longrightarrow xy>0$」は真。　よって，必要条件である。

(2) 「$|x|=0 \Longrightarrow x=0$」は真。　「$x=0 \Longrightarrow |x|=0$」は真。

よって，必要十分条件である。

(3) 「$xy\neq 0 \Longrightarrow x\neq 0$」は真。　「$x\neq 0 \Longrightarrow xy\neq 0$」は偽。(反例：$x=1$，$y=0$)

よって，十分条件である。

9 m，n，k は自然数，x，y は実数，A，B は集合とする。次の $\boxed{}$ に，下の (ア)～(エ) のうち，適するものを入れよ。

(ア) 必要条件であるが十分条件でない

(イ) 十分条件であるが必要条件でない

(ウ) 必要十分条件である

(エ) 必要条件でも十分条件でもない

(1) 積 mnk が偶数であることは，m，n，k がすべて偶数であるための $\boxed{}$。

(2) $x=y$ は $x=\sqrt{y^2}$ であるための $\boxed{}$。

(3) x，y がともに有理数であることは，$x+y$ が有理数であるための $\boxed{}$。

(4) $x\in A\cup B$ は，$x\in A$ であるための $\boxed{}$。

(5) $xy+1=x+y$ は，$x=1$ または $y=1$ であるための $\boxed{}$。

解答 (1) (ア)　(2) (エ)　(3) (イ)　(4) (ア)　(5) (ウ)

解説

(1) 「積 mnk が偶数 $\Longrightarrow$ m，n，k がすべて偶数」は偽。(反例：$m=2$，$n=1$，$k=1$)

「m，n，k がすべて偶数 $\Longrightarrow$ 積 mnk が偶数」は真。

よって，必要条件であるが十分条件でない。(ア)

(2) 「$x=y \Longrightarrow x=\sqrt{y^2}$」は偽。(反例：$x=-1$，$y=-1$)

「$x=\sqrt{y^2} \Longrightarrow x=y$」は偽。(反例：$x=1$，$y=-1$)

よって，必要条件でも十分条件でもない。(エ)

(3) 「x，y はともに有理数 $\Longrightarrow$ $x+y$ は有理数」は真。

「$x+y$ は有理数 $\Longrightarrow$ x，y はともに有理数」は偽。(反例：$x=\sqrt{2}$，$y=-\sqrt{2}$)

よって，十分条件であるが必要条件でない。(イ)

(4) 「$x\in A\cup B \Longrightarrow x\in A$」は偽。(反例：$x\in\overline{A}\cap B$)

「$x\in A \Longrightarrow x\in A\cup B$」は真。

よって，必要条件であるが十分条件でない。(ア)

(5) $xy+1=x+y \Longleftrightarrow xy-x-y+1=0$

$\Longleftrightarrow x(y-1)-(y-1)=0$

$\Longleftrightarrow (x-1)(y-1)=0$

$\Longleftrightarrow x=1$ または $y=1$

よって，必要十分条件である。(ウ)

10 (発展) a，b は実数とする。

(1) 次の条件の中で，$ab=0$ と同値な条件を①～④の中からすべて選べ

① $a=0$ または $b=0$　② $a=0$ かつ $b=0$

③ $|a|+|b|=0$　④ $a+b=0$

(2) 次の条件の中で，$a^2+b^2=0$ と同値な条件を①～④の中からすべて選べ

① $a=0$ または $b=0$　② $a=0$ かつ $b=0$

③ $|a|+|b|=0$　④ $a+b=0$

解答 (1) ①　(2) ②，③

解説

(1) ①「$ab=0 \Longleftrightarrow a=0$ または $b=0$」が成り立つ。

②「$ab=0 \Longrightarrow a=0$ かつ $b=0$」は偽。(反例：$a=0$，$b=1$)　逆は真。

③「$ab=0 \Longrightarrow |a|+|b|=0$」は偽。(反例：$a=0$，$b=1$)　逆は真。

④「$ab=0 \Longrightarrow a+b=0$」は偽。(反例：$a=0$，$b=1$)

逆である「$a+b=0 \Longrightarrow ab=0$」も偽。(反例：$a=1$，$b=-1$)

よって，$ab=0$ と同値な条件は　①

(2) ①「$a=0$ または $b=0 \Longrightarrow a^2+b^2=0$」は偽。(反例：$a=0$，$b=1$)　逆は真。

②「$a^2+b^2=0 \Longleftrightarrow a=0$ かつ $b=0$」は成り立つ。

③「$a^2+b^2=0 \Longleftrightarrow |a|+|b|=0$」は成り立つ。

④「$a^2+b^2=0 \Longrightarrow a+b=0$」は成り立つ。

逆である「$a+b=0 \Longrightarrow a^2+b^2=0$」は偽。(反例：$a=1$，$b=-1$)

よって，$a^2+b^2=0$ と同値な条件は　②，③

11 x は実数とする。次の①～④のうち，

「$\boxed{}$ は，$x^2>4$ であるための十分条件である」

の $\boxed{}$ にあてはまるものをすべて選びなさい。

① $x<-2$　② $x<2$　③ $x>-2$　④ $x>2$

解答 ①，④

解説

① $x<-2 \Longrightarrow x^2>4$ は真である。

よって，「$x<-2$」は，「$x^2>4$」であるための十分条件である。

② $x<2 \Longrightarrow x^2>4$ は偽である。(反例：$x=0$)

よって，「$x<2$」は，「$x^2>4$」であるための十分条件でない。

③ $x>-2 \Longrightarrow x^2>4$ は偽である。(反例：$x=0$)

よって，「$x>-2$」は，「$x^2>4$」であるための十分条件でない。

④ $x>2 \Longrightarrow x^2>4$ は真である。

よって，「$x>2$」は，「$x^2>4$」であるための十分条件である。

したがって，$\boxed{}$ にあてはまるのは　①，④

12 x は実数，次の命題の対偶を述べよ。また，もとの命題とその対偶の真偽を調べよ。

$x^2\neq x \Longrightarrow x\neq 1$ かつ $x\neq 0$

解答 $x=1$ または $x=0 \Longrightarrow x^2=x$，もとの命題と対偶は真

もとの命題と対偶の真偽を言う (1つしか言ってない)

解説

対偶：「$x=1$ または $x=0 \Longrightarrow x^2=x$」

$x=1$ のとき　$x^2=1$　よって　$x^2=x$

$x=0$ のとき　$x^2=0$　よって　$x^2=x$

したがって，対偶は真。　ゆえに，もとの命題も　真

13 次の命題の真偽を調べよ。また，その逆，対偶，裏を述べ，それらの真偽を調べよ。

「4の倍数かつ6の倍数である整数は，24の倍数である。」

4の倍数または6の倍数でない ✗

解答　与えられた命題は偽

逆：24の倍数である整数は，4の倍数かつ6の倍数である，真

対偶：24の倍数でない整数は，4の倍数でないまたは6の倍数でない，偽

裏：4の倍数でないまたは6の倍数でない整数は，24の倍数でない，真

解説

与えられた命題は偽。(反例：整数12)

真偽を言ってない人多い

また，逆は　「24の倍数である整数は，4の倍数かつ6の倍数である。」

対偶は　「24の倍数でない整数は，4の倍数でないまたは6の倍数でない。」

裏は　「4の倍数でないまたは6の倍数でない整数は，24の倍数でない。」

与えられた命題が偽であるから，対偶も偽。

逆は真。　逆が真であるから，裏も真。

14 次の命題の否定を述べよ。また，もとの命題と否定の真偽を述べよ。

(1) すべての実数 x について　$(x+1)^2>1$

(2) ある実数 x について　$2x+1=0$

(1)で $(x+1)^2\leqq 1$ だけではダメ

命題の否定は文章を作る

解答 (1) 否定：ある実数 x について　$(x+1)^2\leqq 1$

もとの命題は偽，否定は真

(2) 否定：すべての実数 x について　$2x+1\neq 0$

もとの命題は真，否定は偽

命題と，その否定は片方が真で片方が偽になる

解説

(1) 否定：「ある実数 x について　$(x+1)^2\leqq 1$」

もとの命題は偽 (反例：$x=-1$)　よって，否定は真。

(2) 否定：「すべての実数 x について　$2x+1\neq 0$」

$x=-\dfrac{1}{2}$ のとき，$2x+1=0$ となるから，もとの命題は真。よって，否定は偽。

15 n は整数とする。n^2+3 が偶数ならば，n は奇数であることを証明せよ。

解答 略

対偶が違う者がいる

解説

対偶「n が偶数ならば，n^2+3 は奇数である」を証明する。

n が偶数のとき，n はある整数 k を用いて $n=2k$ と表される。

このとき　$n^2+3=(2k)^2+3=4k^2+3$

$=2(2k^2+1)+1$

$2k^2+1$ は整数であるから，n^2+3 は奇数である。

よって，対偶は真であり，もとの命題も真である。

16 n は整数とする。n^2+n-1 が3の倍数ならば，n は3の倍数であることを示せ。

解答 略

解説

対偶「n が3の倍数でないならば，n^2+n-1 は3の倍数でない」を証明する。

n が3の倍数でないとき，n はある整数 k を用いて，$n=3k+1$ または $n=3k+2$ と表される。

[1] $n=3k+1$ のとき

$n^2+n-1=(3k+1)^2+(3k+1)-1$

$=(9k^2+6k+1)+3k$

$=9k^2+9k+1=3(3k^2+3k)+1$

$3k^2+3k$ は整数であるから，n^2+n-1 は3の倍数でない。

[2] $n=3k+2$ のとき

$n^2+n-1=(3k+2)^2+(3k+2)-1$

$=(9k^2+12k+4)+3k+1$

$=9k^2+15k+5=3(3k^2+5k+1)+2$

$3k^2+5k+1$ は整数であるから，n^2+n-1 は3の倍数でない。

[1]，[2] のどちらの場合も n^2+n-1 は3の倍数にならない。

よって，対偶は真であり，もとの命題も真である。

計算ミスが目立つ ($\sqrt{2}=r+2$ など)

17 $\sqrt{2}$ が無理数であることを用いて，$2-\sqrt{2}$ が無理数であることを証明せよ。

解答 略

解説

$2-\sqrt{2}$ が無理数でないと仮定すると，$2-\sqrt{2}$ は有理数である。

その有理数を r とすると，$2-\sqrt{2}=r$ より　$\sqrt{2}=2-r$

r が有理数ならば $2-r$ も有理数であるから，この等式は $\sqrt{2}$ が無理数であることに矛盾する。よって，$2-\sqrt{2}$ は無理数である。

18 次の問いに答えよ。

(1) a，b は有理数とする。$\sqrt{2}$ が無理数であることを用いて，次の命題を証明せよ。

$a+b\sqrt{2}=0 \Longrightarrow a=b=0$

(2) $(a-2)+(b+3)\sqrt{2}=0$ を満たす有理数 a，b の値を求めよ。

解答 (1) 略　(2) $a=2$，$b=-3$

対偶をとる者がいる。

解説

(1) $b\neq 0$ と仮定すると，等式は $\sqrt{2}=-\dfrac{a}{b}$ と変形できる。

ここで，a，b は有理数であるから，$-\dfrac{a}{b}$ も有理数である。

このことは，$\sqrt{2}$ が無理数であることに矛盾する。　よって　$b=0$

次に，$b=0$ とすると，$a+0\cdot\sqrt{2}=0$ から　$a=0$

したがって，命題「$a+b\sqrt{2}=0 \Longrightarrow a=b=0$」は真である。

(2) a，b が有理数ならば，$a-2$，$b+3$ はともに有理数である。

また，$\sqrt{2}$ は無理数である。

よって，(1) で証明したことから，有理数 a，b が $(a-2)+(b+3)\sqrt{2}=0$ を満たすとき

$a-2=0$，$b+3=0$　したがって　$a=2$，$b=-3$

19 (発展) $\sqrt{2}$ の小数部分を a とするとき，$\dfrac{ax+y}{1-a}=a$ となるような有理数 x，y の値を求めよ。ただし，$\sqrt{2}$ が無理数であることを用いてよい。

解答 $x=3$，$y=-1$

解説

$\dfrac{ax+y}{1-a}=a$ から　$ax+y=a(1-a)$　……①

ここで，$1<\sqrt{2}<2$ であるから，$\sqrt{2}$ の整数部分は1である。したがって　$a=\sqrt{2}-1$

これを①に代入すると　$(\sqrt{2}-1)x+y=(\sqrt{2}-1)(2-\sqrt{2})$

よって　$(-x+y)+x\sqrt{2}=-4+3\sqrt{2}$

$-x+y$，x は有理数，$\sqrt{2}$ は無理数であるから　$-x+y=-4$，$x=3$

これを解いて　$x=3$，$y=-1$