

1 次の方程式，不等式を解け。  
(1)  $|x-2|=2x+1$  (2)  $|x-3|\leq -2x$

2 次の方程式を解け。  $|x|+2|x-1|=x+6$

4 （発展）次の不等式を解け。  $|x+3|-|x-2|>x$

3 次の方程式，不等式を解け。  
(1)  $|3x-2|=4$  (2)  $|2x+5|>2$  (3)  $|1-x|<3$

1

次の方程式，不等式を解け。

(1)

$|x-2|=2x+1$

(2)

$|x-3|\leq -2x$

解答

(1)  $x=\frac{1}{3}$  (2)  $x\leq -3$

解説

[1]  $x-2\geq 0$  すなわち  $x\geq 2$  のとき，方程式は  $x-2=2x+1$   
よって  $x=-3$   
これは， $x\geq 2$  を満たさない。

[2]  $x-2<0$  すなわち  $x<2$  のとき，方程式は  $-(x-2)=2x+1$   
よって  $x=\frac{1}{3}$   
これは， $x<2$  を満たす。

[1], [2] から，求める解は  $x=\frac{1}{3}$

(2) [1]  $x-3\geq 0$  すなわち  $x\geq 3$  のとき，不等式は  $x-3\leq -2x$   
よって  $x\leq 1$   
これと  $x\geq 3$  との共通範囲はない。

[2]  $x-3<0$  すなわち  $x<3$  のとき，不等式は  $-(x-3)\leq -2x$   
よって  $x\leq -3$   
これと  $x<3$  との共通範囲は  $x\leq -3$

[1], [2] から，求める解は  $x\leq -3$

2

次の方程式を解け。  $|x|+2|x-1|=x+6$

解答

$x=-1, 4$

解説

[1]  $x<0$  のとき，方程式は  $-x-2(x-1)=x+6$   
よって  $x=-1$   
これは， $x<0$  を満たす。

[2]  $0\leq x<1$  のとき，方程式は  $x-2(x-1)=x+6$   
よって  $x=-2$   
これは， $0\leq x<1$  を満たさない。

[3]  $1\leq x$  のとき，方程式は  $x+2(x-1)=x+6$   
よって  $x=4$   
これは， $1\leq x$  を満たす。

[1]～[3] から，求める解は  $x=-1, 4$

3

次の方程式，不等式を解け。

(1)

$|3x-2|=4$

(2)

$|2x+5|>2$

(3)

$|1-x|<3$

解答

(1)  $x=2, -\frac{2}{3}$  (2)  $x<-\frac{7}{2}, -\frac{3}{2}<x$  (3)  $-2<x<4$

解説

(1)  $|3x-2|=4$  から  $3x-2=\pm 4$   
 $3x-2=4$  より  $3x=6$  すなわち  $x=2$   
 $3x-2=-4$  より  $3x=-2$  すなわち  $x=-\frac{2}{3}$   
よって  $x=2, -\frac{2}{3}$

(2)  $|2x+5|>2$  から  $2x+5<-2, 2<2x+5$   
 $2x+5<-2$  より  $2x<-7$  すなわち  $x<-\frac{7}{2}$   
 $2<2x+5$  より  $-3<2x$  すなわち  $-\frac{3}{2}<x$   
よって  $x<-\frac{7}{2}, -\frac{3}{2}<x$

(3)  $|1-x|<3$  から  $-3<1-x<3$   
各辺から 1 を引いて  $-4<-x<2$   
各辺を  $-1$  で割って  $4>x>-2$   
よって  $-2<x<4$

4

(発展) 次の不等式を解け。  $|x+3|-|x-2|>x$

解答

$x<-5, -1<x<5$

解説

[1]  $x<-3$  のとき，不等式は  $-(x+3)+(x-2)>x$   
よって  $x<-5$   
これと  $x<-3$  との共通範囲は  $x<-5$  …… ①

[2]  $-3\leq x<2$  のとき，不等式は  $(x+3)+(x-2)>x$   
よって  $x>-1$   
これと  $-3\leq x<2$  との共通範囲は  $-1<x<2$  …… ②

[3]  $2\leq x$  のとき，不等式は  $(x+3)-(x-2)>x$   
よって  $x<5$   
これと  $2\leq x$  との共通範囲は  $2\leq x<5$  …… ③

[1]～[3] から，求める解は，①，②，③ を合わせた範囲で  $x<-5, -1<x<5$

1 次の方程式，不等式を解け。

(1)  $|x-2|=2x+1$  (2)  $|x-3|\leq -2x$

解答 (1)  $x=\frac{1}{3}$  (2)  $x\leq -3$

解説

[1]  $x-2\geq 0$  すなわち  $x\geq 2$  のとき，方程式は  $x-2=2x+1$

よって  $x=-3$

これは， $x\geq 2$  を満たさない。

[2]  $x-2<0$  すなわち  $x<2$  のとき，方程式は  $-(x-2)=2x+1$

よって  $x=\frac{1}{3}$

これは， $x<2$  を満たす。

[1], [2] から，求める解は  $x=\frac{1}{3}$

[2] [1]  $x-3\geq 0$  すなわち  $x\geq 3$  のとき，不等式は  $x-3\leq -2x$

よって  $x\leq 1$

これと  $x\geq 3$  との共通範囲はない。

[2]  $x-3<0$  すなわち  $x<3$  のとき，不等式は  $-(x-3)\leq -2x$

よって  $x\leq -3$

これと  $x<3$  との共通範囲は  $x\leq -3$

[1], [2] から，求める解は  $x\leq -3$

下線部分は  
よく見ると  
よく見ると

①

$|x-2|\geq 0$

これは必ず成り立つ。

②

$|x-2|=2x+1$

よって

$x-2=\pm(2x+1)$

これは必ず成り立つ。場合分けして

解く。

(1) は

「満たす・満たさない」

(2) は

「共通範囲」

という言葉

よく見ると

③ (1) で

$|x-3|\leq -2x$

より

$2x\leq x-3\leq -2x$

これは必ず成り立つ。

場合分けして解く。

2 次の方程式を解け。  $|x+2|x-1|=x+6$

解答  $x=-1, 4$

解説

[1]  $x<0$  のとき，方程式は  $-x-2(x-1)=x+6$

よって  $x=-1$

これは， $x<0$  を満たす。

[2]  $0\leq x<1$  のとき，方程式は  $x-2(x-1)=x+6$

よって  $x=-2$

これは， $0\leq x<1$  を満たさない。

[3]  $1\leq x$  のとき，方程式は  $x+2(x-1)=x+6$

よって  $x=4$

これは， $1\leq x$  を満たす。

[1] ~ [3] から，求める解は  $x=-1, 4$

下線部分は  
よく見ると

3 次の方程式，不等式を解け。

(1)  $|3x-2|=4$  (2)  $|2x+5|>2$  (3)  $|1-x|<3$

解答 (1)  $x=2, -\frac{2}{3}$  (2)  $x<-\frac{7}{2}, -\frac{3}{2}<x$  (3)  $-2<x<4$

解説

(1)  $|3x-2|=4$  から  $3x-2=\pm 4$

$3x-2=4$  より  $3x=6$  すなわち  $x=2$

$3x-2=-4$  より  $3x=-2$  すなわち  $x=-\frac{2}{3}$

よって  $x=2, -\frac{2}{3}$

(2)  $|2x+5|>2$  から  $2x+5<-2, 2<2x+5$

$2x+5<-2$  より  $2x<-7$  すなわち  $x<-\frac{7}{2}$

$2<2x+5$  より  $-3<2x$  すなわち  $-\frac{3}{2}<x$

よって  $x<-\frac{7}{2}, -\frac{3}{2}<x$

(3)  $|1-x|<3$  から  $-3<1-x<3$

各辺から1を引いて  $-4<-x<2$

各辺を-1で割って  $4>x>-2$

よって  $-2<x<4$

$2x+5>\pm 5$  は  
絶対に  
成り立つ

$1-x<\pm 3$  は絶対に成り立つ

この1に7-1は  
場合分け  
しないでも  
よく見ると

よく見ると

(2) (3) の1に7-1は  
絶対に成り立つ

4 (発展) 次の不等式を解け。  $|x+3|-|x-2|>x$

解答  $x<-5, -1<x<5$

解説

[1]  $x<-3$  のとき，不等式は  $-(x+3)+(x-2)>x$

よって  $x<-5$

これと  $x<-3$  との共通範囲は  $x<-5$  ..... ①

[2]  $-3\leq x<2$  のとき，不等式は  $(x+3)+(x-2)>x$

よって  $x>-1$

これと  $-3\leq x<2$  との共通範囲は  $-1<x<2$  ..... ②

[3]  $2\leq x$  のとき，不等式は  $(x+3)-(x-2)>x$

よって  $x<5$

これと  $2\leq x$  との共通範囲は

$2\leq x<5$  ..... ③

[1] ~ [3] から，求める解は，①，②，③を合わせた範囲で  $x<-5, -1<x<5$

