数学演習（実数･１次不等式）Ｒ２．６．８　　　　(　　)組(　　)番　名前(　　　　　　　　)

$\boxed{1}$ -3，0，7，$\dfrac{2}{3}$，$0.\dot{1}2\dot{3}$，$-\sqrt{3}$，$\sqrt{1.44}$，$(\sqrt{5})^2$，π の中から，次のものを選び出せ。

(1)　自然数　　(2)　整数　　(3)　有理数　　(4)　無理数

$\boxed{2}$ 次の循環小数を分数で表せ。　$0.\dot{4}5\dot{6}$

$\boxed{3}$ 右の表の左側にあげたそれぞれの数の範囲で2つの数の四則計算を考えるとき，計算がその範囲で常にできる場合には右の表に○をつけよ。また，常にできるとは限らない場合には×をつけよ。ただし，除法では0で割ることは考えない。

数の範囲	加法	減法	乗法	除法
(1) 3の倍数				
(2) 正の奇数				
(3) 無理数				

$\boxed{4}$ 次の値を求めよ。

(1)　$|4|$　　(2)　$|-6|$　　(3)　$|5-8|$　　(4)　$|5|-|8|$　　(5)　$|2-\sqrt{5}|$

$\boxed{5}$ (1)　2乗すると7になる数を求めよ。　　(2)　10の平方根を求めよ。

(3)　$\sqrt{36}$ の値を求めよ。　　(4)　$-\sqrt{64}$ の値を求めよ。

$\boxed{6}$ (1)，(2) の式の分母を有理化せよ。

(1)　$\dfrac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$　　(2)　$\dfrac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$

$\boxed{7}$ （発展）次の式の分母を有理化せよ。　$\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}-\sqrt{2}}$

$\boxed{8}$ $\sqrt{5}$ の整数の部分を a，小数の部分を b とする。

(1)　a と b を求めよ。　　(2)　$\dfrac{a}{b}$ の整数の部分を求めよ。

$\boxed{9}$ $x=\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{2}$，$y=\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{5}}{2}$ のとき，次の式の値を求めよ。

(1)　$x+y$　　(2)　xy　　(3)　x^2+y^2　　(4)　x^3y+xy^3

$\boxed{10}$ $x=\dfrac{\sqrt{5}+1}{2}$ のとき，次の式の値を求めよ。

(1)　$x+\dfrac{1}{x}$　　(2)　$x^2+\dfrac{1}{x^2}$　　(3)　$x^3+\dfrac{1}{x^3}$

$\boxed{11}$ 次の式を簡単にせよ。

(1)　$\sqrt{9+2\sqrt{14}}$　　(2)　$\sqrt{7-\sqrt{48}}$　　(3)　$\sqrt{3-\sqrt{5}}$

$\boxed{12}$ $x=1+\sqrt{2}$ のとき，次の式の値を求めよ。

(1)　x^2-2x　　(2)　x^3-3x^2

$\boxed{13}$ x の連立不等式 $\begin{cases} 7x-5>13-2x \\ x+a \geqq 3x+5 \end{cases}$ を満たす整数 x がちょうど 5 個存在するとき，定数 a の値の範囲を求めよ。

$\boxed{14}$ $\sqrt{x^2}+\sqrt{x^2-4x+4}$ を次の場合について簡単にせよ。

(1) $x<0$　　(2) $0 \leqq x<2$　　(3) $2 \leqq x$

$\boxed{15}$ 次の方程式，不等式を解け。

(1) $|3x-2|=1$　　(2) $|2x+5|<3$　　(3) $|3-4x| \geqq 5$

$\boxed{16}$ 次の方程式，不等式を解け。

(1) $|x+4|=3x$　　(2) $|x+2|>3x$

$\boxed{17}$ 次の方程式を解け。　$|x+1|+|x-3|=6$

$\boxed{18}$ 次の不等式を解け。　$\sqrt{3}\,x-1<\sqrt{5}\,(x-\sqrt{3})$

$\boxed{19}$ 2 つの正の数 x，y を小数第 1 位で四捨五入すると，それぞれ 6，4 になるという。このとき，$3x-4y$，xy の値の範囲を求めよ。

$\boxed{20}$ 不等式 $2x-3>a+8x$ について，解が $x=0$ を含むように，定数 a の値の範囲を定めよ。

$\boxed{21}$ （発展）不等式 $a(x+1)>x+a^2$ を解け。ただし，a は定数とする。

$\boxed{1}$ $-3,\ 0,\ 7,\ \dfrac{2}{3},\ 0.\dot{1}2\dot{3},\ -\sqrt{3},\ \sqrt{1.44},\ (\sqrt{5})^2,\ \pi$ の中から，次のものを選び出せ。

(1) 自然数　　(2) 整数　　(3) 有理数　　(4) 無理数

解答 (1) $7,\ (\sqrt{5})^2$　(2) $-3,\ 0,\ 7,\ (\sqrt{5})^2$

(3) $-3,\ 0,\ 7,\ \dfrac{2}{3},\ 0.\dot{1}2\dot{3},\ \sqrt{1.44},\ (\sqrt{5})^2$　(4) $-\sqrt{3},\ \pi$

解説

$\sqrt{1.44}=\sqrt{(1.2)^2}=1.2,\ (\sqrt{5})^2=5$　であることに注意する

(1) $7,\ (\sqrt{5})^2$

(2) $-3,\ 0,\ 7,\ (\sqrt{5})^2$

(3) $-3,\ 0,\ 7,\ \dfrac{2}{3},\ 0.\dot{1}2\dot{3},\ \sqrt{1.44},\ (\sqrt{5})^2$

(4) $-\sqrt{3},\ \pi$

$\boxed{2}$ 次の循環小数を分数で表せ。　$0.\dot{4}5\dot{6}$　　解答 $\dfrac{152}{333}$

解説

$x=0.\dot{4}5\dot{6}$ とおく。

$x=\quad 0.456456\cdots\cdots$

$1000x=456.456456\cdots\cdots$

$1000x$ と x の差を考えると，右の計算から

$$\begin{array}{rrl} & 1000x= & 456.456456\cdots\cdots \\ -) & x= & 0.456456\cdots\cdots \\ \hline & 999x= & 456 \end{array}$$

$999x=456$

よって　$x=\dfrac{456}{999}=\dfrac{152}{333}$

$\boxed{3}$ 右の表の左側にあげたそれぞれの数の範囲で２つの数の四則計算を考えるとき，計算がその範囲で常にできる場合には右の表に○をつけよ。また，常にできるとは限らない場合には×をつけよ。ただし，除法では０で割ることは考えない。

数の範囲	加法	減法	乗法	除法
(1) 3の倍数				
(2) 正の奇数				
(3) 無理数				

解答

数の範囲	加法	減法	乗法	除法
(1) 3の倍数	○	○	○	×
(2) 正の奇数	×	×	○	×
(3) 無理数	×	×	×	×

解説

計算ができない場合の２つの数の例

(1) 除法について，例えば6と3は$6\div 3=2$となり，3の倍数にならない。

(2) 加法，減法，除法：1と3

$1+3=4,\ 1-3=-2,\ 1\div 3=\dfrac{1}{3}$ となり，いずれも正の奇数にならない。

(3) 加法：$\sqrt{2}$ と $-\sqrt{2}$　　減法，乗法，除法：$\sqrt{2}$ と $\sqrt{2}$

$\sqrt{2}+(-\sqrt{2})=0,\ \sqrt{2}-\sqrt{2}=0,\ \sqrt{2}\times\sqrt{2}=2,\ \sqrt{2}\div\sqrt{2}=1$

となり，いずれも有理数になり，無理数にならない

$\boxed{4}$ 次の値を求めよ。

(1) $|4|$　(2) $|-6|$　(3) $|5-8|$　(4) $|5|-|8|$　(5) $|2-\sqrt{5}|$

解答 (1) 4　(2) 6　(3) 3　(4) -3　(5) $\sqrt{5}-2$

解説

(1) $|4|=4$　(2) $|-6|=6$　(3) $|5-8|=|-3|=3$　(4) $|5|-|8|=5-8=-3$

(5) $\sqrt{5}>2$ であるから　$2-\sqrt{5}<0$

よって　$|2-\sqrt{5}|=-(2-\sqrt{5})=\sqrt{5}-2$

$\boxed{5}$ (1) 2乗すると7になる数を求めよ。　(2) 10の平方根を求めよ。

(3) $\sqrt{36}$ の値を求めよ。　(4) $-\sqrt{64}$ の値を求めよ。

解答 (1) $\pm\sqrt{7}$　(2) $\pm\sqrt{10}$　(3) 6　(4) -8

解説

(1) 2乗すると7になる数は7の平方根であるから　$\pm\sqrt{7}$

(2) $\pm\sqrt{10}$　(3) $\sqrt{36}=6$　(4) $-\sqrt{64}=-8$

$\boxed{6}$ (1)，(2) の式の分母を有理化せよ。

(1) $\dfrac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$　　(2) $\dfrac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$

解答 (1) $\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{2}$　(2) $7-4\sqrt{3}$

解説

(1) $\dfrac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})}=\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{(\sqrt{5})^2-(\sqrt{3})^2}$

$=\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{5-3}=\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{2}$

(2) $\dfrac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}=\dfrac{(2-\sqrt{3})^2}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}=\dfrac{4-4\sqrt{3}+3}{2^2-(\sqrt{3})^2}$

$=\dfrac{7-4\sqrt{3}}{4-3}=7-4\sqrt{3}$

$\boxed{7}$ （発展）次の式の分母を有理化せよ。　$\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}-\sqrt{2}}$

解答 $\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{15}}{3}$

解説

与式$=\dfrac{(\sqrt{5}+\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{3}+\sqrt{2})}{(\sqrt{5}+\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{3}+\sqrt{2})}=\dfrac{\{(\sqrt{5}+\sqrt{2})+\sqrt{3}\}\{(\sqrt{5}+\sqrt{2})-\sqrt{3}\}}{\{\sqrt{5}+(\sqrt{3}-\sqrt{2})\}\{\sqrt{5}-(\sqrt{3}-\sqrt{2})\}}$

$=\dfrac{(\sqrt{5}+\sqrt{2})^2-(\sqrt{3})^2}{(\sqrt{5})^2-(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2}=\dfrac{(5+2\sqrt{10}+2)-3}{5-(3-2\sqrt{6}+2)}$

$=\dfrac{4+2\sqrt{10}}{2\sqrt{6}}=\dfrac{2+\sqrt{10}}{\sqrt{6}}=\dfrac{2\sqrt{6}+\sqrt{60}}{6}=\dfrac{2\sqrt{6}+2\sqrt{15}}{6}=\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{15}}{3}$

$\boxed{8}$ $\sqrt{5}$ の整数の部分を a，小数の部分を b とする。

(1) a と b を求めよ。　　(2) $\dfrac{a}{b}$ の整数の部分を求めよ。

解答 (1) $a=2,\ b=\sqrt{5}-2$　(2) 8

解説

(1) $\sqrt{4}<\sqrt{5}<\sqrt{9}$ であるから　$2<\sqrt{5}<3$

よって　$a=2$

$a+b=\sqrt{5}$ より　$b=\sqrt{5}-a=\sqrt{5}-2$

(2) $\dfrac{a}{b}=\dfrac{2}{\sqrt{5}-2}=\dfrac{2(\sqrt{5}+2)}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)}=\dfrac{2\sqrt{5}+4}{(\sqrt{5})^2-2^2}=2\sqrt{5}+4$

$2\sqrt{5}=\sqrt{20},\ \sqrt{16}<\sqrt{20}<\sqrt{25}$ であるから　$4<2\sqrt{5}<5$

よって　$4+4<2\sqrt{5}+4<5+4$

すなわち　$8<2\sqrt{5}+4<9$

したがって，$\dfrac{a}{b}$ の整数の部分は　8

$\boxed{9}$ $x=\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{2}$，$y=\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{5}}{2}$ のとき，次の式の値を求めよ。

(1) $x+y$　(2) xy　(3) x^2+y^2　(4) x^3y+xy^3

解答 (1) $\sqrt{3}$　(2) $-\dfrac{1}{2}$　(3) 4　(4) -2

解説

(1) $x+y=\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{2}+\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{5}}{2}=\sqrt{3}$

(2) $xy=\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{2}\cdot\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{5}}{2}=\dfrac{(\sqrt{3}+\sqrt{5})(\sqrt{3}-\sqrt{5})}{4}$

$=\dfrac{(\sqrt{3})^2-(\sqrt{5})^2}{4}=\dfrac{3-5}{4}=-\dfrac{1}{2}$

(3) $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=(\sqrt{3})^2-2\cdot\left(-\dfrac{1}{2}\right)=3+1=4$

(4) $x^3y+xy^3=xy(x^2+y^2)=-\dfrac{1}{2}\cdot 4=-2$

$\boxed{10}$ $x=\dfrac{\sqrt{5}+1}{2}$ のとき，次の式の値を求めよ。

(1) $x+\dfrac{1}{x}$　(2) $x^2+\dfrac{1}{x^2}$　(3) $x^3+\dfrac{1}{x^3}$

解答 (1) $\sqrt{5}$　(2) 3　(3) $2\sqrt{5}$

解説

$\dfrac{1}{x}=\dfrac{2}{\sqrt{5}+1}=\dfrac{2(\sqrt{5}-1)}{(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1)}=\dfrac{2(\sqrt{5}-1)}{5-1}=\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$

(1) $x+\dfrac{1}{x}=\dfrac{\sqrt{5}+1}{2}+\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}=\sqrt{5}$

(2) $x^2+\dfrac{1}{x^2}=\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^2-2\cdot x\cdot\dfrac{1}{x}=\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^2-2$

$=(\sqrt{5})^2-2=3$

(3) $x^3+\dfrac{1}{x^3}=\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^3-3\cdot x\cdot\dfrac{1}{x}\cdot\left(x+\dfrac{1}{x}\right)=\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^3-3\left(x+\dfrac{1}{x}\right)$

$=(\sqrt{5})^3-3\sqrt{5}=2\sqrt{5}$

別解 $x^3+\dfrac{1}{x^3}=\left(x+\dfrac{1}{x}\right)\left(x^2-x\cdot\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x^2}\right)=\left(x+\dfrac{1}{x}\right)\left(x^2+\dfrac{1}{x^2}-1\right)$

$=\sqrt{5}(3-1)=2\sqrt{5}$

$\boxed{11}$ 次の式を簡単にせよ。

(1) $\sqrt{9+2\sqrt{14}}$　(2) $\sqrt{7-\sqrt{48}}$　(3) $\sqrt{3-\sqrt{5}}$

解答 (1) $\sqrt{7}+\sqrt{2}$　(2) $2-\sqrt{3}$　(3) $\dfrac{\sqrt{10}-\sqrt{2}}{2}$

解説

(1) $\sqrt{9+2\sqrt{14}}=\sqrt{(7+2)+2\sqrt{7\cdot 2}}=\sqrt{7}+\sqrt{2}$

(2) $\sqrt{7-\sqrt{48}}=\sqrt{7-2\sqrt{12}}=\sqrt{(4+3)-2\sqrt{4\cdot 3}}=\sqrt{4}-\sqrt{3}=2-\sqrt{3}$

(3) $\sqrt{3-\sqrt{5}}=\sqrt{\dfrac{6-2\sqrt{5}}{2}}=\dfrac{\sqrt{6-2\sqrt{5}}}{\sqrt{2}}$

$=\dfrac{\sqrt{(5+1)-2\sqrt{5\cdot 1}}}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{1}}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{10}-\sqrt{2}}{2}$

12 $x=1+\sqrt{2}$ のとき，次の式の値を求めよ。

(1) x^2-2x　　(2) x^3-3x^2

解答 (1) 1　(2) $-2-\sqrt{2}$

解説

(1) $x^2-2x=(1+\sqrt{2})^2-2(1+\sqrt{2})=(3+2\sqrt{2})-2-2\sqrt{2}=1$

別解 $x=1+\sqrt{2}$ から　$x-1=\sqrt{2}$

両辺を 2 乗して　$x^2-2x+1=2$　よって　$x^2-2x=1$

(2) (1) から　$x^2-2x=1$　すなわち　$x^2=2x+1$

したがって

$x^3-3x^2=x^2(x-3)=(2x+1)(x-3)=2x^2-5x-3$

$=2(2x+1)-5x-3=-x-1$

$=-(1+\sqrt{2})-1=-2-\sqrt{2}$

13 x の連立不等式 $\begin{cases}7x-5>13-2x\\ x+a\geqq 3x+5\end{cases}$ を満たす整数 x がちょうど 5 個存在するとき，定数 a の値の範囲を求めよ。

解答 $19\leqq a<21$

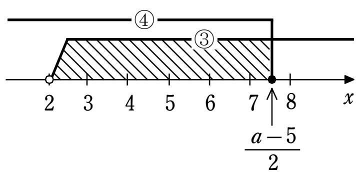
解説

$\begin{cases}7x-5>13-2x & \cdots\cdots ①\\ x+a\geqq 3x+5 & \cdots\cdots ②\end{cases}$

① から　$9x>18$　よって　$x>2$　……③

② から　$-2x\geqq -a+5$

よって　$x\leqq \dfrac{a-5}{2}$　……④



条件を満たすのは，③ と ④ を同時に満たす整数 x が 3，4，5，6，7 となるときであるから

$7\leqq \dfrac{a-5}{2}<8$

各辺に 2 を掛けて　$14\leqq a-5<16$

各辺に 5 を加えて　$19\leqq a<21$

これが求める a の値の範囲である。

14 $\sqrt{x^2}+\sqrt{x^2-4x+4}$ を次の場合について簡単にせよ。

(1) $x<0$　　(2) $0\leqq x<2$　　(3) $2\leqq x$

解答 (1) $-2x+2$　(2) 2　(3) $2x-2$

解説

$\sqrt{x^2}+\sqrt{x^2-4x+4}=\sqrt{x^2}+\sqrt{(x-2)^2}=|x|+|x-2|$

(1) $x<0$ のとき，$|x|=-x$，$|x-2|=-(x-2)=-x+2$ であるから

$|x|+|x-2|=-x+(-x+2)=-2x+2$

(2) $0\leqq x<2$ のとき，$|x|=x$，$|x-2|=-x+2$ であるから

$|x|+|x-2|=x+(-x+2)=2$

(3) $2\leqq x$ のとき，$|x|=x$，$|x-2|=x-2$ であるから

$|x|+|x-2|=x+(x-2)=2x-2$

15 次の方程式，不等式を解け。

(1) $|3x-2|=1$　　(2) $|2x+5|<3$　　(3) $|3-4x|\geqq 5$

解答 (1) $x=1,\ \dfrac{1}{3}$　(2) $-4<x<-1$　(3) $x\leqq -\dfrac{1}{2},\ 2\leqq x$

解説

(1) $|3x-2|=1$ から　$3x-2=\pm 1$

$3x-2=1$ から $x=1$　$3x-2=-1$ から $x=\dfrac{1}{3}$　よって　$x=1,\ \dfrac{1}{3}$

(2) $|2x+5|<3$ から　$-3<2x+5<3$

各辺から 5 を引いて　$-8<2x<-2$

したがって　$-4<x<-1$

(3) $|3-4x|\geqq 5$ から　$3-4x\leqq -5,\ 5\leqq 3-4x$

ゆえに　$-4x\leqq -8,\ 4x\leqq -2$

よって　$x\geqq 2,\ x\leqq -\dfrac{1}{2}$　すなわち　$x\leqq -\dfrac{1}{2},\ 2\leqq x$

16 次の方程式，不等式を解け。

(1) $|x+4|=3x$　　(2) $|x+2|>3x$

解答 (1) $x=2$　(2) $x<1$

解説

(1) [1] $x+4\geqq 0$ すなわち $x\geqq -4$ のとき，方程式は　$x+4=3x$

よって　$x=2$

これは，$x\geqq -4$ を満たす。

[2] $x+4<0$ すなわち $x<-4$ のとき，方程式は　$-(x+4)=3x$

よって　$x=-1$

これは，$x<-4$ を満たさない。

[1]，[2] から，求める解は　$x=2$

(2) [1] $x+2\geqq 0$ すなわち $x\geqq -2$ のとき，不等式は　$x+2>3x$

よって　$x<1$

これと $x\geqq -2$ との共通範囲は　$-2\leqq x<1$　……①

[2] $x+2<0$ すなわち $x<-2$ のとき，不等式は　$-(x+2)>3x$

よって　$x<-\dfrac{1}{2}$

これと $x<-2$ との共通範囲は　$x<-2$　……②

[1]，[2] から，求める解は，① と ② を合わせた範囲で　$x<1$

17 次の方程式を解け。　$|x+1|+|x-3|=6$

解答 $x=-2,\ 4$

解説

[1] $x<-1$ のとき，方程式は　$-(x+1)-(x-3)=6$

よって　$x=-2$

これは，$x<-1$ を満たす。

[2] $-1\leqq x<3$ のとき，方程式は　$(x+1)-(x-3)=6$

この方程式の解はない。

[3] $3\leqq x$ のとき，方程式は　$(x+1)+(x-3)=6$

よって　$x=4$

これは，$3\leqq x$ を満たす。

[1]～[3] から，求める解は　$x=-2,\ 4$

18 次の不等式を解け。　$\sqrt{3}\,x-1<\sqrt{5}(x-\sqrt{3})$

解答 $x>\sqrt{5}+2\sqrt{3}$

解説

$\sqrt{3}\,x-1<\sqrt{5}(x-\sqrt{3})$

右辺を展開すると　$\sqrt{3}\,x-1<\sqrt{5}\,x-\sqrt{15}$

x のある項を左辺，x のない項を右辺に移項すると　$\sqrt{3}\,x-\sqrt{5}\,x<1-\sqrt{15}$

左辺を x でくくって　$(\sqrt{3}-\sqrt{5})x<1-\sqrt{15}$

$\sqrt{3}-\sqrt{5}<0$ であるから，両辺を $\sqrt{3}-\sqrt{5}$ で割ると不等号の向きが変わることに注意して

$x>\dfrac{1-\sqrt{15}}{\sqrt{3}-\sqrt{5}}=\dfrac{(1-\sqrt{15})(\sqrt{3}+\sqrt{5})}{(\sqrt{3}-\sqrt{5})(\sqrt{3}+\sqrt{5})}=\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{5}-3\sqrt{5}-5\sqrt{3}}{-2}$　（有理化）

$=\dfrac{-2\sqrt{5}-4\sqrt{3}}{-2}=\sqrt{5}+2\sqrt{3}$

すなわち　$x>\sqrt{5}+2\sqrt{3}$

19 2 つの正の数 x，y を小数第 1 位で四捨五入すると，それぞれ 6，4 になるという。このとき，$3x-4y$，xy の値の範囲を求めよ。

解答 $-1.5<3x-4y<5.5$，$19.25\leqq xy<29.25$

解説

x，y は，それぞれ小数第 1 位で四捨五入すると 6，4 になる数であるから

$5.5\leqq x<6.5$　……①

$3.5\leqq y<4.5$　……②

① の各辺に 3 を掛けて　$16.5\leqq 3x<19.5$　……③

② の各辺に -4 を掛けて　$-14\geqq -4y>-18$

すなわち　$-18<-4y\leqq -14$　……④

③，④ の各辺を加えて　$16.5+(-18)<3x+(-4y)<19.5+(-14)$

したがって　$-1.5<3x-4y<5.5$

また，① の各辺に正の数 y を掛けて　$5.5y\leqq xy<6.5y$

$3.5\leqq y$ の両辺に 5.5 を掛けて　$19.25\leqq 5.5y$

$y<4.5$ の両辺に 6.5 を掛けて　$6.5y<29.25$

したがって　$19.25\leqq xy<29.25$

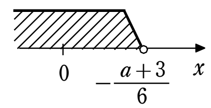
20 不等式 $2x-3>a+8x$ について，解が $x=0$ を含むように，定数 a の値の範囲を定めよ。

解答 $a<-3$

解説

$2x-3>a+8x$ から　$-6x>a+3$

よって　$x<-\dfrac{a+3}{6}$



$x=0$ が $x<-\dfrac{a+3}{6}$ を満たすから　$-\dfrac{a+3}{6}>0$

よって　$a+3<0$

すなわち　$a<-3$

21 （発展）不等式 $a(x+1)>x+a^2$ を解け。ただし，a は定数とする。

解答 $a>1$ のとき $x>a$，$a=1$ のとき解はない，$a<1$ のとき $x<a$

解説

与式から　$(a-1)x>a(a-1)$　……①

[1] $a-1>0$ すなわち $a>1$ のとき　$x>a$

[2] $a-1=0$ すなわち $a=1$ のとき　① は　$0\cdot x>0$

これを満たす x の値はない。

[3] $a-1<0$ すなわち $a<1$ のとき　$x<a$

よって　$\begin{cases}a>1 \text{ のとき} & x>a\\ a=1 \text{ のとき} & \text{解はない}\\ a<1 \text{ のとき} & x<a\end{cases}$