

1 次の単項式で [] 内の文字に着目したとき，その係数と次数をいえ。 $-7xy^2$ [y]

2 次の整式において [] 内の文字に着目したとき，その次数と定数項をいえ。
 $ax^2+by^2+y^3+c$ [x]

3 次の式を，かっこをはずして簡単にせよ。 $3a-4-\{(5a-2)-2(-2a+3)\}$

4 次の式を計算せよ。
(1) $(-2xy^3)\times 5x^3y^4$ (2) $(x^3y^2z)(4xy^2z^3)^2$

5 次の式を展開せよ。
(1) $(3x-2y)^2$ (2) $(2a+5b)(2a-5b)$
(3) $(x+3y)(x-4y)$ (4) $(2x+5a)(3x-2a)$

6 次の式を展開せよ。 $(3x-2y+4z)^2$

7 次の式を展開せよ。 $(2x+y-z)(2x-y-z)$

8 次の式を展開せよ。
(1) $(a+2b)^2(a-2b)^2$ (2) $(a^2+4b^2)(a+2b)(a-2b)$

9 次の式を展開せよ。 $(3a-b)^3$

10 次の式を展開せよ。 $(x-1)(x+2)(x-3)(x+4)$

11 次の式を展開せよ。 $(a+b+1)(a+b-1)(a-b+1)(a-b-1)$

12 次の式を因数分解せよ。
(1) $4x^2+6xy-2x$ (2) $(x+a)y-(x+a)$

13 次の式を因数分解せよ。

- (1) x^2+6x+9
- (2) $50x^2-18y^2$
- (3) $x^2-11ax+24a^2$
- (4) $6x^2-x-2$

14 次の式を因数分解せよ。 x^4-17x^2+16

15 次の式を因数分解せよ。

- (1) $a^2(a-b)+9b^2(b-a)$
- (2) $9x^2+6xy+y^2-25$

16 次の式を因数分解せよ。

- (1) $x^3+x^2y-x^2-y$
- (2) $x^2+2ax-3a^2+4x+8a+3$

17 $a(b^2-c^2)+b(c^2-a^2)+c(a^2-b^2)$ を因数分解せよ。

18 次の式を因数分解せよ。 x^4-7x^2+1

19 次の式を因数分解せよ。 x^6-1

20 次の式を因数分解せよ。

- (1) x^3+2x^2-2x-1
- (2) $x^3-9x^2+27x-27$

21 $x^3+y^3+1-3xy$ を因数分解せよ。

1 次の単項式で [] 内の文字に着目したとき，その係数と次数をいえ。 $-7xy^2$ [y]

解答 係数は $-7x$ ，次数は 2
解説
 $-7xy^2=(-7x)y^2$ であるから， y に着目すると，係数は $-7x$ ，次数は 2

2 次の整式において [] 内の文字に着目したとき，その次数と定数項をいえ。
 $ax^2+by^2+y^3+c$ [x]

解答 次数は 2，定数項は y^3+c
解説
 x に着目すると 与式 $=ax^2+by^2x+y^3+c$
次数は 2，定数項は y^3+c

3 次の式を，かっこをはずして簡単にせよ。 $3a-4-\{(5a-2)-2(-2a+3)\}$

解答 $-6a+4$
解説
与式 $=3a-4-(5a-2+4a-6)=3a-4-(9a-8)$
 $=3a-4-9a+8=(3-9)a+(-4+8)$
 $=-6a+4$

4 次の式を計算せよ。
(1) $(-2xy^3)\times 5x^3y^4$ (2) $(x^3y^2z)(4xy^2z^3)^2$

解答 (1) $-10x^4y^7$ (2) $16x^5y^6z^7$
解説
(1) 与式 $=\{(-2)\times 5\}\times x^{1+3}\times y^{3+4}=-10x^4y^7$
(2) 与式 $=x^3y^2z\cdot 16x^2y^4z^6=16x^{3+2}y^{2+4}z^{1+6}=16x^5y^6z^7$

5 次の式を展開せよ。
(1) $(3x-2y)^2$ (2) $(2a+5b)(2a-5b)$
(3) $(x+3y)(x-4y)$ (4) $(2x+5a)(3x-2a)$

解答 (1) $9x^2-12xy+4y^2$ (2) $4a^2-25b^2$ (3) $x^2-xy-12y^2$
(4) $6x^2+11ax-10a^2$
解説
(1) 与式 $=(3x)^2-2\cdot 3x\cdot 2y+(2y)^2=9x^2-12xy+4y^2$
(2) 与式 $=(2a)^2-(5b)^2=4a^2-25b^2$
(3) 与式 $=x^2+\{3y+(-4y)\}x+3y\cdot (-4y)=x^2-xy-12y^2$
(4) 与式 $=2\cdot 3x^2+\{2\cdot (-2a)+5a\cdot 3\}x+5a\cdot (-2a)$
 $=6x^2+11ax-10a^2$

6 次の式を展開せよ。 $(3x-2y+4z)^2$

解答 $9x^2+4y^2+16z^2-12xy-16yz+24zx$
解説
与式 $=\{(3x-2y)+4z\}^2=(3x-2y)^2+2(3x-2y)\cdot 4z+(4z)^2$
 $=(9x^2-12xy+4y^2)+24xz-16yz+16z^2$
 $=9x^2+4y^2+16z^2-12xy-16yz+24zx$
別解 与式 $=(3x)^2+(-2y)^2+(4z)^2+2\cdot 3x\cdot (-2y)+2\cdot (-2y)\cdot 4z+2\cdot 4z\cdot 3x$
 $=9x^2+4y^2+16z^2-12xy-16yz+24zx$

7 次の式を展開せよ。 $(2x+y-z)(2x-y-z)$

解答 $4x^2-y^2+z^2-4xz$
解説
与式 $=\{(2x-z)+y\}\{(2x-z)-y\}=(2x-z)^2-y^2$
 $=4x^2-4xz+z^2-y^2=4x^2-y^2+z^2-4xz$

8 次の式を展開せよ。
(1) $(a+2b)^2(a-2b)^2$ (2) $(a^2+4b^2)(a+2b)(a-2b)$

解答 (1) $a^4-8a^2b^2+16b^4$ (2) a^4-16b^4
解説

(1) 与式 $=\{(a+2b)(a-2b)\}^2=\{a^2-(2b)^2\}^2$
 $=(a^2-4b^2)^2=(a^2)^2-2\cdot a^2\cdot 4b^2+(4b^2)^2$
 $=a^4-8a^2b^2+16b^4$
(2) 与式 $=(a^2+4b^2)\times (a+2b)(a-2b)=(a^2+4b^2)(a^2-4b^2)$
 $=(a^2)^2-(4b^2)^2=a^4-16b^4$

9 次の式を展開せよ。 $(3a-b)^3$

解答 $27a^3-27a^2b+9ab^2-b^3$
解説
 $(3a-b)^3=(3a)^3-3\cdot (3a)^2\cdot b+3\cdot 3a\cdot b^2-b^3$
 $=27a^3-27a^2b+9ab^2-b^3$

10 次の式を展開せよ。 $(x-1)(x+2)(x-3)(x+4)$

解答 $x^4+2x^3-13x^2-14x+24$
解説
 $(x-1)(x+2)(x-3)(x+4)=(x-1)(x+2)\times (x-3)(x+4)$
 $=(x^2+x-2)(x^2+x-12)$
 $=\{(x^2+x)-2\}\{(x^2+x)-12\}$
 $=(x^2+x)^2-14(x^2+x)+24$
 $=x^4+2x^3+x^2-14x^2-14x+24$
 $=x^4+2x^3-13x^2-14x+24$

11 次の式を展開せよ。 $(a+b+1)(a+b-1)(a-b+1)(a-b-1)$

解答 $a^4+b^4-2a^2b^2-2a^2-2b^2+1$
解説
与式 $=\{(a+b)+1\}\{(a+b)-1\}\{(a-b)+1\}\{(a-b)-1\}$
 $=\{(a+b)^2-1\}\{(a-b)^2-1\}$
 $=(a^2+2ab+b^2-1)(a^2-2ab+b^2-1)$
 $=\{(a^2+b^2-1)+2ab\}\{(a^2+b^2-1)-2ab\}$
 $=(a^2+b^2-1)^2-(2ab)^2$
 $=a^4+b^4+1+2a^2b^2-2b^2-2a^2-4a^2b^2$
 $=a^4+b^4-2a^2b^2-2a^2-2b^2+1$

12 次の式を因数分解せよ。
(1) $4x^2+6xy-2x$ (2) $(x+a)y-(x+a)$

解答 (1) $2x(2x+3y-1)$ (2) $(x+a)(y-1)$
解説
(1) $4x^2+6xy-2x=2x\cdot 2x+2x\cdot 3y-2x\cdot 1=2x(2x+3y-1)$
(2) $(x+a)y-(x+a)=(x+a)(y-1)$

13 次の式を因数分解せよ。

- (1) x^2+6x+9
- (2) $50x^2-18y^2$
- (3) $x^2-11ax+24a^2$
- (4) $6x^2-x-2$

【解答】 (1) $(x+3)^2$ (2) $2(5x+3y)(5x-3y)$ (3) $(x-3a)(x-8a)$ (4) $(2x+1)(3x-2)$

【解説】

- (1) $x^2+6x+9=x^2+2\cdot x\cdot 3+3^2=(x+3)^2$
- (2) $50x^2-18y^2=2(25x^2-9y^2)=2\{(5x)^2-(3y)^2\}$
 $=2(5x+3y)(5x-3y)$
- (3) $x^2-11ax+24a^2=x^2+(-3a-8a)x+(-3a)\cdot(-8a)$ (4)
$$\begin{array}{rcl} 2 & \times & 1 \longrightarrow 3 \\ 3 & & -2 \longrightarrow -4 \\ \hline 6 & & -2 \quad -1 \end{array}$$
- (4) $6x^2-x-2=(2x+1)(3x-2)$

14 次の式を因数分解せよ。 x^4-17x^2+16

【解答】 $(x+1)(x-1)(x+4)(x-4)$

【解説】

$$\begin{aligned} \text{与式} &= (x^2)^2 - 17x^2 + 16 = (x^2 - 1)(x^2 - 16) \\ &= (x+1)(x-1)(x+4)(x-4) \end{aligned}$$

15 次の式を因数分解せよ。

- (1) $a^2(a-b)+9b^2(b-a)$
- (2) $9x^2+6xy+y^2-25$

【解答】 (1) $(a-b)(a+3b)(a-3b)$ (2) $(3x+y+5)(3x+y-5)$

【解説】

- (1) $a^2(a-b)+9b^2(b-a)=a^2(a-b)-9b^2(a-b)$
 $=(a-b)(a^2-9b^2)$
 $=(a-b)(a+3b)(a-3b)$
- (2) $9x^2+6xy+y^2-25=(9x^2+6xy+y^2)-25=(3x+y)^2-5^2$
 $=(3x+y+5)(3x+y-5)$

16 次の式を因数分解せよ。

- (1) $x^3+x^2y-x^2-y$
- (2) $x^2+2ax-3a^2+4x+8a+3$

【解答】 (1) $(x-1)(x^2+xy+y)$ (2) $(x-a+3)(x+3a+1)$

【解説】

- (1) $x^3+x^2y-x^2-y=(x^2-1)y+(x^3-x^2)$
 $=(x+1)(x-1)y+x^2(x-1)$
 $=(x-1)\{(x+1)y+x^2\}$
 $=(x-1)(x^2+xy+y)$
- (2) $x^2+2ax-3a^2+4x+8a+3=x^2+(2a+4)x-(3a^2-8a-3)$
 $=x^2+(2a+4)x-(a-3)(3a+1)$
 $=\{x-(a-3)\}[x+(3a+1)]$
 $=(x-a+3)(x+3a+1)$

$$\begin{array}{rcl} 1 & \times & -(a-3) \longrightarrow -a+3 \\ 1 & & 3a+1 \longrightarrow 3a+1 \\ \hline & & 2a+4 \end{array}$$

17 $a(b^2-c^2)+b(c^2-a^2)+c(a^2-b^2)$ を因数分解せよ。

【解答】 $(a-b)(b-c)(c-a)$

【解説】

a について整理すると

$$\begin{aligned} a(b^2-c^2)+b(c^2-a^2)+c(a^2-b^2) &= (c-b)a^2-(c^2-b^2)a+(bc^2-b^2c) \\ &= (c-b)a^2-(c+b)(c-b)a+bc(c-b) \\ &= (c-b)\{a^2-(c+b)a+bc\} \\ &= (c-b)(a-b)(a-c) \\ &= (a-b)(b-c)(c-a) \end{aligned}$$

18 次の式を因数分解せよ。 x^4-7x^2+1

【解答】 $(x^2+3x+1)(x^2-3x+1)$

【解説】

$$\begin{aligned} \text{与式} &= (x^4+2x^2+1)-9x^2=(x^2+1)^2-(3x)^2 \\ &= \{(x^2+1)+3x\}\{(x^2+1)-3x\} \\ &= (x^2+3x+1)(x^2-3x+1) \end{aligned}$$

19 次の式を因数分解せよ。 x^6-1

【解答】 $(x+1)(x^2-x+1)(x-1)(x^2+x+1)$

【解説】

$$\begin{aligned} x^6-1 &= (x^3+1)(x^3-1) \\ &= (x+1)(x^2-x+1)(x-1)(x^2+x+1) \end{aligned}$$

20 次の式を因数分解せよ。

- (1) x^3+2x^2-2x-1
- (2) $x^3-9x^2+27x-27$

【解答】 (1) $(x-1)(x^2+3x+1)$ (2) $(x-3)^3$

【解説】

- (1) 与式 $= (x^3-1)+(2x^2-2x)=(x-1)(x^2+x+1)+2x(x-1)$
 $= (x-1)(x^2+x+1+2x)=(x-1)(x^2+3x+1)$
- (2) 与式 $= (x^3-27)-(9x^2-27x)=(x-3)(x^2+3x+9)-9x(x-3)$
 $= (x-3)(x^2+3x+9-9x)=(x-3)(x^2-6x+9)$
 $= (x-3)(x-3)^2=(x-3)^3$

【別解】 与式 $= x^3-3\cdot x^2\cdot 3+3\cdot x\cdot 3^2-3^3=(x-3)^3$

21 $x^3+y^3+1-3xy$ を因数分解せよ。

【解答】 $(x+y+1)(x^2-xy+y^2-x-y+1)$

【解説】

$$\begin{aligned} \text{与式} &= \underline{\underline{x^3+y^3+1-3xy}} \\ &= (\underline{\underline{x+y}})^3-\underline{\underline{3xy}}(\underline{\underline{x+y}})+1-3xy \\ &= (x+y)^3+1^3-3xy(x+y)-3xy \\ &= \{(x+y)+1\}\{(x+y)^2-(x+y)\cdot 1+1^2\}-3xy\{(x+y)+1\} \\ &= (x+y+1)\{(x^2+2xy+y^2)-x-y+1\}-3xy\{(x+y)+1\} \\ &= (x+y+1)\{(x^2+2xy+y^2-x-y+1)-3xy\} \\ &= (x+y+1)(x^2-xy+y^2-x-y+1) \end{aligned}$$

- 1 次の単項式で [] 内の文字に着目したとき、その係数と次数をいえ。 $-7xy^2$ [y]

【解答】 係数は $-7x$ 、次数は 2 (2) (26①)

【解説】

$-7xy^2 = (-7x)y^2$ であるから、y に着目すると、係数は $-7x$ 、次数は 2

- 2 次の整式において [] 内の文字に着目したとき、その次数と定数項をいえ。

$$ax^2 + bxy^2 + y^3 + c \quad [x]$$

【解答】 次数は 2、定数項は $y^3 + c$ (2) (26①)

【解説】

x に着目すると 与式 $= ax^2 + bxy^2 + y^3 + c$

次数は 2、定数項は $y^3 + c$

- 3 次の式を、かつこをはずして簡単にせよ。 $3a - 4 - \{(5a - 2) - 2(-2a + 3)\}$

【解答】 $-6a + 4$ (3)

【解説】

$$\begin{aligned} \text{与式} &= 3a - 4 - \{(5a - 2) + 4a - 6\} = 3a - 4 - (9a - 8) \\ &= 3a - 4 - 9a + 8 = (3 - 9)a + (-4 + 8) \\ &= -6a + 4 \end{aligned}$$

- 4 次の式を計算せよ。

(1) $(-2xy^3) \times 5x^3y^4$

(2) $(x^3y^2z)(4xy^2z^2)^2$

【解答】 (1) $-10x^4y^7$ (2) $16x^5y^6z^7$ (26③)

【解説】

(1) 与式 $= \{(-2) \times 5\} \times x^{1+3} \times y^{3+4} = -10x^4y^7$

(2) 与式 $= x^3y^2z \cdot 16x^2y^4z^6 = 16x^{3+2}y^{2+4}z^{1+6} = 16x^5y^6z^7$

- 5 次の式を展開せよ。

(1) $(3x - 2y)^2$

(2) $(2a + 5b)(2a - 5b)$

(3) $(x + 3y)(x - 4y)$

(4) $(2x + 5a)(3x - 2a)$

【解答】 (1) $9x^2 - 12xy + 4y^2$ (2) $4a^2 - 25b^2$ (3) $x^2 - xy - 12y^2$ (26③)

(4) $6x^2 + 11ax - 10a^2$

【解説】

(1) 与式 $= (3x)^2 - 2 \cdot 3x \cdot 2y + (2y)^2 = 9x^2 - 12xy + 4y^2$

(2) 与式 $= (2a)^2 - (5b)^2 = 4a^2 - 25b^2$

(3) 与式 $= x^2 + \{3y + (-4y)\}x + 3y \cdot (-4y) = x^2 - xy - 12y^2$

(4) 与式 $= 2 \cdot 3x^2 + \{2 \cdot (-2a) + 5a \cdot 3\}x + 5a \cdot (-2a)$
 $= 6x^2 + 11ax - 10a^2$

- 6 次の式を展開せよ。 $(3x - 2y + 4z)^2$

【解答】 $9x^2 + 4y^2 + 16z^2 - 12xy - 16yz + 24zx$ (2)

【解説】

$$\text{与式} = \{(3x - 2y) + 4z\}^2 = (3x - 2y)^2 + 2(3x - 2y) \cdot 4z + (4z)^2$$

$$= (9x^2 - 12xy + 4y^2) + 24xz - 16yz + 16z^2$$

$$= 9x^2 + 4y^2 + 16z^2 - 12xy - 16yz + 24zx$$

【別解】 与式 $= (3x)^2 + (-2y)^2 + (4z)^2 + 2 \cdot 3x \cdot (-2y) + 2 \cdot (-2y) \cdot 4z + 2 \cdot 4z \cdot 3x$

$$= 9x^2 + 4y^2 + 16z^2 - 12xy - 16yz + 24zx$$

- 7 次の式を展開せよ。 $(2x + y - z)(2x - y - z)$

【解答】 $4x^2 - y^2 + z^2 - 4xz$ (3)

【解説】

$$\text{与式} = \{(2x - z) + y\} \{(2x - z) - y\} = (2x - z)^2 - y^2$$

$$= 4x^2 - 4xz + z^2 - y^2 = 4x^2 - y^2 + z^2 - 4xz$$

- 8 次の式を展開せよ。

(1) $(a + 2b)^2(a - 2b)^2$

(2) $(a^2 + 4b^2)(a + 2b)(a - 2b)$

【解答】 (1) $a^4 - 8a^2b^2 + 16b^4$ (2) $a^4 - 16b^4$ (26③)

【解説】

(1) 与式 $= \{(a + 2b)(a - 2b)\}^2 = \{a^2 - (2b)^2\}^2$

$$= (a^2 - 4b^2)^2 = (a^2)^2 - 2 \cdot a^2 \cdot 4b^2 + (4b^2)^2$$

$$= a^4 - 8a^2b^2 + 16b^4$$

(2) 与式 $= (a^2 + 4b^2) \times (a + 2b)(a - 2b) = (a^2 + 4b^2)(a^2 - 4b^2)$

$$= (a^2)^2 - (4b^2)^2 = a^4 - 16b^4$$

- 9 次の式を展開せよ。 $(3a - b)^3$

【解答】 $27a^3 - 27a^2b + 9ab^2 - b^3$ (3)

【解説】

$$(3a - b)^3 = (3a)^3 - 3 \cdot (3a)^2 \cdot b + 3 \cdot 3a \cdot b^2 - b^3$$

$$= 27a^3 - 27a^2b + 9ab^2 - b^3$$

- 10 次の式を展開せよ。 $(x - 1)(x + 2)(x - 3)(x + 4)$

【解答】 $x^4 + 2x^3 - 13x^2 - 14x + 24$ (4)

【解説】

$$(x - 1)(x + 2)(x - 3)(x + 4) = (x - 1)(x + 2) \times (x - 3)(x + 4)$$

$$= (x^2 + x - 2)(x^2 + x - 12)$$

$$= \{(x^2 + x) - 2\} \{(x^2 + x) - 12\}$$

$$= (x^2 + x)^2 - 14(x^2 + x) + 24$$

$$= x^4 + 2x^3 + x^2 - 14x^2 - 14x + 24$$

$$= x^4 + 2x^3 - 13x^2 - 14x + 24$$

- 11 次の式を展開せよ。 $(a + b + 1)(a + b - 1)(a - b + 1)(a - b - 1)$

【解答】 $a^4 + b^4 - 2a^2b^2 - 2a^2 - 2b^2 + 1$ (4)

【解説】

$$\text{与式} = \{(a + b) + 1\} \{(a + b) - 1\} \{(a - b) + 1\} \{(a - b) - 1\}$$

$$= \{(a + b)^2 - 1\} \{(a - b)^2 - 1\}$$

$$= (a^2 + 2ab + b^2 - 1)(a^2 - 2ab + b^2 - 1)$$

$$= \{(a^2 + b^2 - 1) + 2ab\} \{(a^2 + b^2 - 1) - 2ab\}$$

$$= (a^2 + b^2 - 1)^2 - (2ab)^2$$

$$= a^4 + b^4 + 1 + 2a^2b^2 - 2b^2 - 2a^2 - 4a^2b^2$$

$$= a^4 + b^4 - 2a^2b^2 - 2a^2 - 2b^2 + 1$$

- 12 次の式を因数分解せよ。

(1) $4x^2 + 6xy - 2x$

(2) $(x + a)y - (x + a)$

【解答】 (1) $2x(2x + 3y - 1)$ (2) $(x + a)(y - 1)$ (26③)

【解説】

(1) $4x^2 + 6xy - 2x = 2x \cdot 2x + 2x \cdot 3y - 2x \cdot 1 = 2x(2x + 3y - 1)$

(2) $(x + a)y - (x + a) = (x + a)(y - 1)$

13 次の式を因数分解せよ。

(1) $x^2 + 6x + 9$

(2) $50x^2 - 18y^2 \rightarrow (5\sqrt{2}x + 3\sqrt{2}y)$

(3) $x^2 - 11ax + 24a^2$

(4) $6x^2 - x - 2$

$(5\sqrt{2}x - 3\sqrt{2}y)$

解答 (1) $(x+3)^2$ (2) $2(5x+3y)(5x-3y)$ (3) $(x-3a)(x-8a)$ (4) $(2x+1)(3x-2)$

解説

(1) $x^2 + 6x + 9 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2 = (x+3)^2$

(2) $50x^2 - 18y^2 = 2(25x^2 - 9y^2) = 2(5x)^2 - (3y)^2$

$= 2(5x+3y)(5x-3y)$

(3) $x^2 - 11ax + 24a^2 = x^2 + (-3a-8a)x + (-3a) \cdot (-8a)$

$= (x-3a)(x-8a)$

(4) $6x^2 - x - 2 = (2x+1)(3x-2)$

2672-7070

14 次の式を因数分解せよ。 $x^4 - 17x^2 + 16$

解答 $(x+1)(x-1)(x+4)(x-4)$

解説

与式 $= (x^2)^2 - 17x^2 + 16 = (x^2-1)(x^2-16)$

$= (x+1)(x-1)(x+4)(x-4)$

15 次の式を因数分解せよ。

(1) $a^2(a-b) + 9b^2(b-a)$

(2) $9x^2 + 6xy + y^2 - 25$

解答 (1) $(a-b)(a+3b)(a-3b)$ (2) $(3x+y+5)(3x+y-5)$

解説

(1) $a^2(a-b) + 9b^2(b-a) = a^2(a-b) - 9b^2(a-b)$

$= (a-b)(a^2 - 9b^2)$

$= (a-b)(a+3b)(a-3b)$

(2) $9x^2 + 6xy + y^2 - 25 = (9x^2 + 6xy + y^2) - 25 = (3x+y)^2 - 5^2$

$= (3x+y+5)(3x+y-5)$

(2)

$9x^2 - 25 + 6xy + y^2$

$= (3x+5)(3x-5) + y(6x+y)$

12(5) 2672-7070

1141811

16 次の式を因数分解せよ。

(1) $x^3 + x^2y - x^2 - y$

(2) $x^2 + 2ax - 3a^2 + 4x + 8a + 3$

解答 (1) $(x-1)(x^2+xy+y)$ (2) $(x-a+3)(x+3a+1)$

解説

(1) $x^3 + x^2y - x^2 - y = (x^2-1)y + (x^3-x^2)$

$= (x+1)(x-1)y + x^2(x-1)$

$= (x-1)\{(x+1)y + x^2\}$

$= (x-1)(x^2+xy+y)$

(2) $x^2 + 2ax - 3a^2 + 4x + 8a + 3 = x^2 + (2a+4)x - (3a^2-8a-3)$

$= x^2 + (2a+4)x - (a-3)(3a+1)$

$= (x-(a-3))(x+(3a+1))$

$= (x-a+3)(x+3a+1)$

$$\begin{array}{r} 1 \times - (a-3) \rightarrow -a+3 \\ 3a+1 \rightarrow 3a+1 \\ \hline 2a+4 \end{array}$$

17 $a(b^2-c^2) + b(c^2-a^2) + c(a^2-b^2)$ を因数分解せよ。

解答 $(a-b)(b-c)(c-a)$

解説

a について整理すると

$a(b^2-c^2) + b(c^2-a^2) + c(a^2-b^2) = (c-b)a^2 - (c^2-b^2)a + (bc^2-b^2c)$

$= (c-b)a^2 - (c+b)(c-b)a + bc(c-b)$

$= (c-b)\{a^2 - (c+b)a + bc\}$

$= (c-b)(a-b)(a-c)$

$= (a-b)(b-c)(c-a)$

18 次の式を因数分解せよ。 $x^4 - 7x^2 + 1$

解答 $(x^2+3x+1)(x^2-3x+1)$

解説

与式 $= (x^4 + 2x^2 + 1) - 9x^2 = (x^2+1)^2 - (3x)^2$

$= \{(x^2+1) + 3x\}\{(x^2+1) - 3x\}$

$= (x^2+3x+1)(x^2-3x+1)$

$$\begin{aligned} (x^4 - 2x^2 + 1) - 5x^2 \\ = (x^2-1)^2 - (\sqrt{5}x)^2 \\ \text{1277} \end{aligned}$$

19 次の式を因数分解せよ。 $x^6 - 1$

解答 $(x+1)(x^2-x+1)(x-1)(x^2+x+1)$

解説

$x^6 - 1 = (x^3+1)(x^3-1)$

$= (x+1)(x^2-x+1)(x-1)(x^2+x+1)$

$x^6 - 1$

$= (x^3)^2 - 1^2$

$= (x^3-1)(x^3+1)$

$= \dots$

$= (x^2-x+1)(x^2+x+1)$

20 次の式を因数分解せよ。

(1) $x^3 + 2x^2 - 2x - 1$

(2) $x^3 - 9x^2 + 27x - 27$

解答 (1) $(x-1)(x^2+3x+1)$ (2) $(x-3)^3$

解説

(1) 与式 $= (x^3-1) + (2x^2-2x) = (x-1)(x^2+x+1) + 2x(x-1)$

$= (x-1)(x^2+x+1+2x) = (x-1)(x^2+3x+1)$

(2) 与式 $= (x^3-27) - (9x^2-27x) = (x-3)(x^2+3x+9) - 9x(x-3)$

$= (x-3)(x^2+3x+9-9x) = (x-3)(x^2-6x+9)$

$= (x-3)(x-3)^2 = (x-3)^3$

別解 与式 $= x^3 - 3 \cdot x^2 \cdot 3 + 3 \cdot x \cdot 3^2 - 3^3 = (x-3)^3$

21 $x^3 + y^3 + 1 - 3xy$ を因数分解せよ。

解答 $(x+y+1)(x^2-xy+y^2-x-y+1)$

解説

与式 $= x^3 + y^3 + 1 - 3xy$

$= (x+y)^3 - 3xy(x+y) + 1 - 3xy$

$= (x+y)^3 + 1^3 - 3xy(x+y) - 3xy$

$= \{(x+y)+1\}\{(x+y)^2-(x+y) \cdot 1+1^2\} - 3xy\{(x+y)+1\}$

$= (x+y+1)\{(x^2+2xy+y^2)-x-y+1\} - 3xy(x+y+1)$

$= (x+y+1)\{(x^2+2xy+y^2-x-y+1)-3xy\}$

$= (x+y+1)(x^2-xy+y^2-x-y+1)$