

1 整式 $2x^2 - 3xy + y^2 + 5x - y + 4$ において y に着目したとき、その次数と定数項をいえ。2 次の整式を、 x について降べきの順に整理せよ。 $x^2 - 2y^2 + xy + 4x + 5y + 3$ 3 $-x^2 - 2x + 3$ を引くと、 $-x^2 + 6$ になる式を求めよ。4 $A = 2x + y + z$, $B = x + 2y + z$, $C = x + y + 2z$ のとき、 $2A - 3[A - (B + C)]$ を計算せよ。

5 次の式を計算せよ。

(1) $(-a^2b)^3 \times (a^3b^2)$

(2) $(x^3y^2z)(4xy^2z^3)^2$

6 次の式を展開せよ。

(1) $(3x - 2)(2x^2 + 1)$

(2) $(x^2 - 3xy + y^2)(x^2 - 2xy - y^2)$

7 次の式を展開せよ。

(1) $(-2x + 3y)^2$

(2) $(5x + 3y)(2x - 7y)$

(3) $(8ab - 1)(9ab - 2)$

8 次の式を展開せよ。

(1) $(2x - 3y - z)^2$

(2) $(x - 2y + 3z)(x + 2y - 3z)$

(3) $(x^2 + 2x - 1)(x^2 + 2x - 3)$

9 次の式を展開せよ。

(1) $(a + 2b)^2(a - 2b)^2$

(2) $(a^2 + 4b^2)(a + 2b)(a - 2b)$

10 次の式を展開せよ。

(1) $(x + 3)^3$

(2) $(2a - 5b)^3$

11 次の式を因数分解せよ。

(1) $4x^2 + 6xy - 2x$

(2) $a(b - c) + 2(c - b)$

(3) $a^3(x - y) - y + x$

12 次の式を因数分解せよ。

(1) $x^2 + 6x + 9$

(2) $25x^2 - 20xy + 4y^2$

(3) $12a^2b^2 - 27$

13 次の式を因数分解せよ。

(1) $x^2 + 6x - 16$

(3) $6x^2 - x - 2$

(2) $x^2 + 4xy - 12y^2$

(4) $4x^2 + 8ax - 21a^2$

16 (発展) 次の式を展開せよ。

(1) $(x+1)^2(x-1)^2(x^2+1)^2$

(3) $(a+b)^3(a-b)^3$

(2) $(x-2)(x^4+16)(x^2+4)(x+2)$

(4) $(x+3)(x-1)(x^2+x+1)(x^2-3x+9)$

17 (発展) 次の式を計算せよ。

(1) $(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)$

(2) $(x+y+2z)^3 - (y+2z-x)^3 - (2z+x-y)^3 - (x+y-2z)^3$

14 次の式を因数分解せよ。

(1) $a^3 - 8$

(2) $24a^3 + 81b^3$

15 (発展) 式 $(2x+3y+z)(x+2y+3z)(3x+y+2z)$ を展開したときの xyz の係数は である。

1 整式 $2x^2 - 3xy + y^2 + 5x - y + 4$ において y に着目したとき、その次数と定数項をいえ。

解答 次数は 2、定数項は $2x^2 + 5x + 4$

解説

y について降べきの順に並べると 与式 = $y^2 + (-3x - 1)y + 2x^2 + 5x + 4$
よって次数は 2、定数項は $2x^2 + 5x + 4$

2 次の整式を、 x について降べきの順に整理せよ。 $x^2 - 2y^2 + xy + 4x + 5y + 3$

解答 $x^2 + (y + 4)x + (-2y^2 + 5y + 3)$

解説

$x^2 / -2y^2 / +xy / +4x / +5y / +3$
次数 2 0 1 1 0 0

よって与式 = $x^2 + xy + 4x - 2y^2 + 5y + 3 = x^2 + (y + 4)x + (-2y^2 + 5y + 3)$

3 $-x^2 - 2x + 3$ を引くと、 $-x^2 + 6$ になる式を求めよ。

解答 $-2x^2 - 2x + 9$

解説

求める式を B とすると B から $-x^2 - 2x + 3$ を引くと、 $-x^2 + 6$ になるので

$$B - (-x^2 - 2x + 3) = -x^2 + 6$$

$$\text{よって } B = -x^2 + 6 + (-x^2 - 2x + 3) = -2x^2 - 2x + 9$$

4 $A = 2x + y + z$ 、 $B = x + 2y + z$ 、 $C = x + y + 2z$ のとき、 $2A - 3[A - (B + C)]$ を計算せよ。

解答 $4x + 8y + 8z$

解説

$$\text{与式} = 2A - 3(A - B - C)$$

$$= 2A - 3A + 3B + 3C = -A + 3B + 3C$$

$$= -(2x + y + z) + 3(x + 2y + z) + 3(x + y + 2z)$$

$$= -2x - y - z + 3x + 6y + 3z + 3x + 3y + 6z$$

$$= (-2 + 3 + 3)x + (-1 + 6 + 3)y + (-1 + 3 + 6)z$$

$$= 4x + 8y + 8z$$

5 次の式を計算せよ。

$$(1) (-a^2b)^3 \times (a^3b^2)$$

$$(2) (x^3y^2z)(4xy^2z^3)^2$$

解答 (1) $-a^9b^5$ (2) $16x^5y^6z^7$

解説

$$(1) \text{ 与式} = (-1)^3a^6b^3 \times a^3b^2 = -1 \cdot a^{6+3}b^{3+2} = -a^9b^5$$

$$(2) \text{ 与式} = x^3y^2z \cdot 16x^2y^4z^6 = 16x^{3+2}y^{2+4}z^{1+6} = 16x^5y^6z^7$$

6 次の式を展開せよ。

$$(1) (3x - 2)(2x^2 + 1)$$

$$(2) (x^2 - 3xy + y^2)(x^2 - 2xy - y^2)$$

$$\text{解答} (1) 6x^3 - 4x^2 + 3x - 2 \quad (2) x^4 - 5x^3y + 6x^2y^2 + xy^3 - y^4$$

解説

分配法則で一つずつ展開するしかありません。

$$(1) \text{ 与式} = (3x - 2) \cdot 2x^2 + (3x - 2) \cdot 1 = 6x^3 - 4x^2 + 3x - 2$$

$$(2) \text{ 与式} = (x^2 - 3xy + y^2)x^2 + (x^2 - 3xy + y^2) \cdot (-2xy) + (x^2 - 3xy + y^2) \cdot (-y^2) \\ = x^4 - 3x^3y + x^2y^2 - 2x^3y + 6x^2y^2 - 2xy^3 - x^2y^2 + 3xy^3 - y^4 \\ = x^4 + (-3 - 2)x^3y + (1 + 6 - 1)x^2y^2 + (-2 + 3)xy^3 - y^4 \\ = x^4 - 5x^3y + 6x^2y^2 + xy^3 - y^4$$

7 次の式を展開せよ。

$$(1) (-2x + 3y)^2$$

$$(2) (5x + 3y)(2x - 7y)$$

$$(3) (8ab - 1)(9ab - 2)$$

$$\text{解答} (1) 4x^2 - 12xy + 9y^2 \quad (2) 10x^2 - 29xy - 21y^2 \quad (3) 72a^2b^2 - 25ab + 2$$

解説

$$(1) \text{ 与式} = (-2x)^2 + 2 \cdot (-2x) \cdot 3y + (3y)^2 = 4x^2 - 12xy + 9y^2 \\ (2) \text{ 与式} = 5 \cdot 2x^2 + [5 \cdot (-7y) + 3y \cdot 2]x + 3y \cdot (-7y) \\ = 10x^2 - 29xy - 21y^2 \\ (3) \text{ 与式} = 8 \cdot 9(ab)^2 + [8 \cdot (-2) + (-1) \cdot 9]ab + (-1) \cdot (-2) \\ = 72a^2b^2 - 25ab + 2$$

参考 (3) は ab を X として $(8X - 1)(9X - 2) = 72X^2 - 25X + 2$ としています。

8 次の式を展開せよ。

$$(1) (2x - 3y - z)^2$$

$$(3) (x^2 + 2x - 1)(x^2 + 2x - 3)$$

$$(2) (x - 2y + 3z)(x + 2y - 3z)$$

$$\text{解答} (1) 4x^2 + 9y^2 + z^2 - 12xy + 6yz - 4zx \quad (2) x^2 - 4y^2 + 12yz - 9z^2$$

$$(3) x^4 + 4x^3 - 8x + 3$$

解説

$$(1) \text{ 与式} = [(2x - 3y) - z]^2 \quad 2x - 3y = A \text{ として} \\ = (A - z)^2 = A^2 - 2Az + z^2 \\ = (2x - 3y)^2 - 2(2x - 3y)z + z^2 \\ = (4x^2 - 12xy + 9y^2) - 4xz + 6yz - z^2 \\ = 4x^2 + 9y^2 + z^2 - 12xy + 6yz - 4zx$$

$$(2) \text{ 与式} = (2x)^2 + (-3y)^2 + (-z)^2 + 2(2x)(-3y) + 2(-3y)(-z) + 2(-z)(2x)$$

$$= 4x^2 + 9y^2 + z^2 - 12xy + 6yz - 4zx$$

$$(2) \text{ 与式} = [x - (2y - 3z)][x + (2y - 3z)] \quad 2y - 3z = A \text{ とおくと}$$

$$= (x - A)(x + A) = x^2 - A^2$$

$$= x^2 - (2y - 3z)^2 = x^2 - (4y^2 - 12yz + 9z^2)$$

$$= x^2 - 4y^2 + 12yz - 9z^2$$

$$(3) \text{ 与式} = [(x^2 + 2x) - 1][(x^2 + 2x) - 3] \quad x^2 + 2x = A \text{ とおくと}$$

$$= (A - 1)(A - 3) = A^2 - 4A + 3$$

$$= (x^2 + 2x)^2 - 4(x^2 + 2x) + 3$$

$$= [(x^2)^2 + 2 \cdot x^2 \cdot 2x + (2x)^2] - 4x^2 - 8x + 3$$

$$= (x^4 + 4x^3 + 4x^2) - 4x^2 - 8x + 3 = x^4 + 4x^3 - 8x + 3$$

9 次の式を展開せよ。

$$(1) (a + 2b)^2(a - 2b)^2$$

$$(2) (a^2 + 4b^2)(a + 2b)(a - 2b)$$

$$\text{解答} (1) a^4 - 8a^2b^2 + 16b^4$$

$$(2) a^4 - 16b^4$$

解説

$$(1) \text{ 与式} = [(a + 2b)(a - 2b)]^2 = [a^2 - (2b)^2]^2 \\ = (a^2 - 4b^2)^2 = (a^2)^2 - 2 \cdot a^2 \cdot 4b^2 + (4b^2)^2 \\ = a^4 - 8a^2b^2 + 16b^4$$

$$(2) \text{ 与式} = (a^2 + 4b^2) \times (a + 2b)(a - 2b) = (a^2 + 4b^2)(a^2 - 4b^2) \\ = (a^2)^2 - (4b^2)^2 = a^4 - 16b^4$$

10 次の式を展開せよ。

$$(1) (x + 3)^3$$

$$(2) (2a - 5b)^3$$

$$\text{解答} (1) x^3 + 9x^2 + 27x + 27 \quad (2) 8a^3 - 60a^2b + 150ab^2 - 125b^3$$

解説

$$(1) \text{ 与式} = x^3 + 3 \cdot x^2 \cdot 3 + 3 \cdot x \cdot 3^2 + 3^3 = x^3 + 9x^2 + 27x + 27 \\ (2) \text{ 与式} = (2a)^3 - 3 \cdot (2a)^2 \cdot 5b + 3 \cdot 2a \cdot (5b)^2 - (5b)^3 \\ = 8a^3 - 60a^2b + 150ab^2 - 125b^3$$

11 次の式を因数分解せよ。

$$(1) 4x^2 + 6xy - 2x \quad (2) a(b - c) + 2(c - b) \quad (3) a^3(x - y) - y + x$$

$$\text{解答} (1) 2x(2x + 3y - 1) \quad (2) (a - 2)(b - c) \quad (3) (a + 1)(a^2 - a + 1)(x - y)$$

解説

$$(1) 4x^2 + 6xy - 2x = 2x \cdot 2x + 2x \cdot 3y - 2x \cdot 1 \\ = 2x(2x + 3y - 1) \\ (2) a(b - c) + 2(c - b) = a(b - c) - 2(b - c) \quad b - c = A \text{ とおくと} \\ = aA - 2A = (a - 2)A = (a - 2)(b - c) \\ (3) a^3(x - y) - y + x = a^3(x - y) + (x - y) \quad x - y = A \text{ とおくと} \\ = a^3A + A = (a^3 + 1)A = (a^3 + 1)(x - y) \\ = (a^3 + 1^3)(x - y) = (a + 1)(a^2 - a + 1^2)(x - y) = (a + 1)(a^2 - a + 1)(x - y)$$

12 次の式を因数分解せよ。

$$(1) x^2 + 6x + 9 \quad (2) 25x^2 - 20xy + 4y^2 \quad (3) 12a^2b^2 - 27$$

$$\text{解答} (1) (x + 3)^2 \quad (2) (5x - 2y)^2 \quad (3) 3(2ab + 3)(2ab - 3)$$

解説

$$(1) x^2 + 6x + 9 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2 = (x + 3)^2 \\ (2) 25x^2 - 20xy + 4y^2 = (5x)^2 - 2 \cdot 5x \cdot 2y + (2y)^2 = (5x - 2y)^2 \\ (3) 12a^2b^2 - 27 = 3(4a^2b^2 - 9) = 3[(2ab)^2 - 3^2] \\ = 3(2ab + 3)(2ab - 3)$$

13 次の式を因数分解せよ。

(1) $x^2 + 6x - 16$ (2) $x^2 + 4xy - 12y^2$
(3) $6x^2 - x - 2$ (4) $4x^2 + 8ax - 21a^2$

解答 (1) $(x-2)(x+8)$ (2) $(x-2y)(x+6y)$ (3) $(2x+1)(3x-2)$
(4) $(2x-3a)(2x+7a)$

解説

(1) $x^2 + 6x - 16 = x^2 + (-2+8)x + (-2) \cdot 8 = (x-2)(x+8)$
(2) $x^2 + 4xy - 12y^2 = x^2 + (-2y+6y)x + (-2y) \cdot 6y = (x-2y)(x+6y)$
(3) $6x^2 - x - 2 = (2x+1)(3x-2)$ (4) $4x^2 + 8ax - 21a^2 = (2x-3a)(2x+7a)$

(3)
$$\begin{array}{r} 2 \\ 3 \\ \times \end{array} \begin{array}{r} 1 \rightarrow 3 \\ -2 \rightarrow -4 \\ \hline 6 \end{array}$$

(4)
$$\begin{array}{r} 2 \\ 4 \\ \times \end{array} \begin{array}{r} -3a \rightarrow -6a \\ 7a \rightarrow 14a \\ \hline 8a \end{array}$$

14 次の式を因数分解せよ。

(1) $a^3 - 8$ (2) $24a^3 + 81b^3$

解答 (1) $(a-2)(a^2+2a+4)$ (2) $3(2a+3b)(4a^2-6ab+9b^2)$

解説

(1) $a^3 - 8 = a^3 - 2^3 = (a-2)(a^2 + a \cdot 2 + 2^2) = (a-2)(a^2 + 2a + 4)$
(2) $24a^3 + 81b^3 = 3(8a^3 + 27b^3) = 3[(2a)^3 + (3b)^3] = 3(2a+3b)[(2a)^2 - 2a \cdot 3b + (3b)^2] = 3(2a+3b)(4a^2 - 6ab + 9b^2)$

15 (発展) 式 $(2x+3y+z)(x+2y+3z)(3x+y+2z)$ を展開したときの xyz の係数は である。

解答 54

解説

$(2x+3y+z)(x+2y+3z)(3x+y+2z)$ の展開式で xyz の項は、それぞれの括弧の中から x, y, z を含む項をそれぞれ 1 つずつ掛けたときに現れる。例えば、左の括弧から $2x$ 、真ん中の括弧から $2y$ 、右の括弧から $2z$ を選んで掛けたとすると $2x \times 2y \times 2z = 8xyz$ が出てくる。他のパターンもすべて足すと、 $(2x+3y+z)(x+2y+3z)(3x+y+2z)$ の展開式における xyz の係数が分かる。

xyz が出てくるパターンは

$2x \cdot 2y \cdot 2z, 2x \cdot 3z \cdot y, 3y \cdot x \cdot 2z, 3y \cdot 3z \cdot 3x, z \cdot x \cdot y, z \cdot 2y \cdot 3x$

の 6 つであるから、 xyz の係数は $8+6+6+27+1+6=54$

16 (発展) 次の式を展開せよ。

(1) $(x+1)^2(x-1)^2(x^2+1)^2$ (2) $(x-2)(x^4+16)(x^2+4)(x+2)$
(3) $(a+b)^3(a-b)^3$ (4) $(x+3)(x-1)(x^2+x+1)(x^2-3x+9)$

解答 (1) $x^8 - 2x^4 + 1$ (2) $x^8 - 256$ (3) $a^6 - 3a^4b^2 + 3a^2b^4 - b^6$
(4) $x^6 + 26x^3 - 27$

解説

(1) 与式 $= [(x+1)(x-1) \times (x^2+1)]^2 = [(x^2-1)(x^2+1)]^2$
 $= (x^4-1)^2 = (x^4)^2 - 2 \cdot x^4 \cdot 1 + 1$
 $= x^8 - 2x^4 + 1$
(2) 与式 $= (x-2)(x+2) \times (x^2+4)(x^4+16)$ ←掛け順番を変えます
 $= (x^2-4)(x^2+4) \times (x^4+16) = (x^4-16)(x^4+16)$
 $= (x^4)^2 - 16^2 = x^8 - 256$
(3) $(a+b)^3(a-b)^3 = [(a+b)(a-b)]^3 = (a^2-b^2)^3$
 $= (a^2)^3 - 3(a^2)^2b^2 + 3a^2(b^2)^2 - (b^2)^3$
 $= a^6 - 3a^4b^2 + 3a^2b^4 - b^6$
(4) $(x+3)(x-1)(x^2+x+1)(x^2-3x+9)$ ←掛け順番を変えます。
 $= (x-1)(x^2+x+1) \times (x+3)(x^2-3x+9)$
 $= (x^3-1)(x^3+27)$ ← $(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3$ の公式
 $= (x^3)^2 + 26x^3 - 27$ ← $(X-1)(X+27)=X^2+26X-27$
 $= x^6 + 26x^3 - 27$

17 (発展) 次の式を計算せよ。

(1) $(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)$ (2) $(x+y+2z)^3 - (y+2z-x)^3 - (2z+x-y)^3 - (x+y-2z)^3$

解答 (1) $x^4 - 10x^3 + 35x^2 - 50x + 24$ (2) $48xyz$

解説

(1) (与式) $= \{(x-1)(x-4)\} \times \{(x-2)(x-3)\}$ ←この 2 組に分けると、同じものが登場
 $= \{(x^2-5x)+4\} \times \{(x^2-5x)+6\}$ $x^2-5x=A$ とおくと
 $= (A+4)(A+6)$
 $= A^2 + 10A + 24$
 $= (x^2-5x)^2 + 10(x^2-5x) + 24$
 $= (x^2)^2 - 2 \cdot x^2 \cdot 5x + (5x)^2 + 10x^2 - 50x + 24$
 $= x^4 - 10x^3 + 25x^2 + 10x^2 - 50x + 24$
 $= x^4 - 10x^3 + 35x^2 - 50x + 24$
(2) $y+2z=A, y-2z=B$ とおくと
(与式) $= (x+A)^3 - (A-x)^3 - (x-B)^3 - (x+B)^3$
 $= (x+A)^3 + (x-A)^3 - (x-B)^3 - (x+B)^3$
 $= (x^3 + 3x^2A + 3xA^2 + A^3) + (x^3 - 3x^2A + 3xA^2 - A^3)$
 $- (x^3 - 3x^2B + 3xB^2 - B^3) - (x^3 + 3x^2B + 3xB^2 + B^3)$
 $= 6xA^2 - 6xB^2 = 6x(A^2 - B^2)$ ←6xでくくった方が少しだけ計算量が減る
 $= 6x[(y+2z)^2 - (y-2z)^2]$
 $= 6x[y^2 + 4yz + 4z^2 - (y^2 - 4yz + 4z^2)]$
 $= 6x \cdot 8yz = 48xyz$