

13 次の式を因数分解せよ。

- (1) $x^2+6x-16$
- (2) $x^2+4xy-12y^2$
- (3) $6x^2-x-2$
- (4) $4x^2+8ax-21a^2$

14 次の式を因数分解せよ。

- (1) a^3-8
- (2) $24a^3+81b^3$

15 (発展) 式 $(2x+3y+z)(x+2y+3z)(3x+y+2z)$ を展開したときの xyz の係数は である。

16 (発展) 次の式を展開せよ。

- (1) $(x+1)^2(x-1)^2(x^2+1)^2$
- (2) $(x-2)(x^4+16)(x^2+4)(x+2)$
- (3) $(a+b)^3(a-b)^3$
- (4) $(x+3)(x-1)(x^2+x+1)(x^2-3x+9)$

17 (発展) 次の式を計算せよ。

- (1) $(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)$
- (2) $(x+y+2z)^3-(y+2z-x)^3-(2z+x-y)^3-(x+y-2z)^3$

1 整式 $2x^2-3xy+y^2+5x-y+4$ において y に着目したとき、その次数と定数項をいえ。

解答 次数は 2，定数項は $2x^2+5x+4$

解説

y について降べきの順に並べると 与式 $=y^2+(-3x-1)y+2x^2+5x+4$

よって次数は 2，定数項は $2x^2+5x+4$

2 次の整式を， x について降べきの順に整理せよ。 $x^2-2y^2+xy+4x+5y+3$

解答 $x^2+(y+4)x+(-2y^2+5y+3)$

解説

$$x^2/-2y^2/+xy/+4x/+5y/+3$$

$$\text{次数} \quad 2 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0$$

よって与式 $=x^2+xy+4x-2y^2+5y+3=x^2+(y+4)x+(-2y^2+5y+3)$

3 $-x^2-2x+3$ を引くと， $-x^2+6$ になる式を求めよ。

解答 $-2x^2-2x+9$

解説

求める式を B とすると B から $-x^2-2x+3$ を引くと， $-x^2+6$ になるので

$$B-(-x^2-2x+3)=-x^2+6$$

$$\text{よって} \quad B=-x^2+6+(-x^2-2x+3)=-2x^2-2x+9$$

4 $A=2x+y+z$ ， $B=x+2y+z$ ， $C=x+y+2z$ のとき， $2A-3\{A-(B+C)\}$ を計算せよ。

解答 $4x+8y+8z$

解説

$$\text{与式}=2A-3(A-B-C)$$

$$=2A-3A+3B+3C=-A+3B+3C$$

$$=-(2x+y+z)+3(x+2y+z)+3(x+y+2z)$$

$$=-2x-y-z+3x+6y+3z+3x+3y+6z$$

$$=(-2+3+3)x+(-1+6+3)y+(-1+3+6)z$$

$$=4x+8y+8z$$

5 次の式を計算せよ。

$$(1) \quad (-a^2b)^3 \times (a^3b^2)$$

$$(2) \quad (x^3y^2z)(4xy^2z^3)^2$$

解答 (1) $-a^9b^5$ (2) $16x^5y^6z^7$

解説

$$(1) \quad \text{与式}=(-1)^3a^6b^3 \times a^3b^2=-1 \cdot a^{6+3}b^{3+2}=-a^9b^5$$

$$(2) \quad \text{与式}=x^3y^2z \cdot 16x^2y^4z^6=16x^{3+2}y^{2+4}z^{1+6}=16x^5y^6z^7$$

6 次の式を展開せよ。

$$(1) \quad (3x-2)(2x^2+1)$$

$$(2) \quad (x^2-3xy+y^2)(x^2-2xy-y^2)$$

解答 (1) $6x^3-4x^2+3x-2$

$$(2) \quad x^4-5x^3y+6x^2y^2+xy^3-y^4$$

解説

分配法則で一つずつ展開するしかありません。

$$(1) \quad \text{与式}=(3x-2) \cdot 2x^2+(3x-2) \cdot 1=6x^3-4x^2+3x-2$$

$$(2) \quad \text{与式}=(x^2-3xy+y^2)x^2+(x^2-3xy+y^2) \cdot (-2xy)+(x^2-3xy+y^2) \cdot (-y^2)$$

$$=x^4-3x^3y+x^2y^2-2x^3y+6x^2y^2-2xy^3-x^2y^2+3xy^3-y^4$$

$$=x^4+(-3-2)x^3y+(1+6-1)x^2y^2+(-2+3)xy^3-y^4$$

$$=x^4-5x^3y+6x^2y^2+xy^3-y^4$$

7 次の式を展開せよ。

$$(1) \quad (-2x+3y)^2$$

$$(2) \quad (5x+3y)(2x-7y)$$

$$(3) \quad (8ab-1)(9ab-2)$$

解答 (1) $4x^2-12xy+9y^2$

$$(2) \quad 10x^2-29xy-21y^2$$

$$(3) \quad 72a^2b^2-25ab+2$$

解説

$$(1) \quad \text{与式}=(-2x)^2+2 \cdot (-2x) \cdot 3y+(3y)^2=4x^2-12xy+9y^2$$

$$(2) \quad \text{与式}=5 \cdot 2x^2+\{5 \cdot (-7y)+3y \cdot 2\}x+3y \cdot (-7y)$$

$$=10x^2-29xy-21y^2$$

$$(3) \quad \text{与式}=8 \cdot 9(ab)^2+\{8 \cdot (-2)+(-1) \cdot 9\}ab+(-1) \cdot (-2)$$

$$=72a^2b^2-25ab+2$$

参考 (3)は ab を X として $(8X-1)(9X-2)=72X^2-25X+2$ としています。

8 次の式を展開せよ。

$$(1) \quad (2x-3y-z)^2$$

$$(2) \quad (x-2y+3z)(x+2y-3z)$$

$$(3) \quad (x^2+2x-1)(x^2+2x-3)$$

解答 (1) $4x^2+9y^2+z^2-12xy+6yz-4zx$

$$(2) \quad x^2-4y^2+12yz-9z^2$$

$$(3) \quad x^4+4x^3-8x+3$$

解説

$$(1) \quad \text{与式}=\{(2x-3y)-z\}^2 \quad 2x-3y=A \text{ として}$$

$$=(A-z)^2=A^2-2Az+z^2$$

$$=(2x-3y)^2-2(2x-3y)z+z^2$$

$$=(4x^2-12xy+9y^2)-4xz+6yz+z^2$$

$$=4x^2+9y^2+z^2-12xy+6yz-4zx$$

別解 与式 $= (2x)^2+(-3y)^2+(-z)^2+2(2x)(-3y)+2(-3y)(-z)+2(-z)(2x)$

$$=4x^2+9y^2+z^2-12xy+6yz-4zx$$

$$(2) \quad \text{与式}=\{x-(2y-3z)\}\{x+(2y-3z)\} \quad 2y-3z=A \text{ とおくと}$$

$$=(x-A)(x+A)=x^2-A^2$$

$$=x^2-(2y-3z)^2=x^2-(4y^2-12yz+9z^2)$$

$$=x^2-4y^2+12yz-9z^2$$

$$(3) \quad \text{与式}=\{(x^2+2x)-1\}\{(x^2+2x)-3\} \quad x^2+2x=A \text{ とおくと}$$

$$=(A-1)(A-3)=A^2-4A+3$$

$$=(x^2+2x)^2-4(x^2+2x)+3$$

$$=\{(x^2)^2+2 \cdot x^2 \cdot 2x+(2x)^2\}-4x^2-8x+3$$

$$=(x^4+4x^3+4x^2)-4x^2-8x+3=x^4+4x^3-8x+3$$

9 次の式を展開せよ。

$$(1) \quad (a+2b)^2(a-2b)^2$$

$$(2) \quad (a^2+4b^2)(a+2b)(a-2b)$$

解答 (1) $a^4-8a^2b^2+16b^4$

$$(2) \quad a^4-16b^4$$

解説

$$(1) \quad \text{与式}=\{(a+2b)(a-2b)\}^2=\{a^2-(2b)^2\}^2$$

$$=(a^2-4b^2)^2=(a^2)^2-2 \cdot a^2 \cdot 4b^2+(4b^2)^2$$

$$=a^4-8a^2b^2+16b^4$$

$$(2) \quad \text{与式}=(a^2+4b^2) \times (a+2b)(a-2b)=(a^2+4b^2)(a^2-4b^2)$$

$$=(a^2)^2-(4b^2)^2=a^4-16b^4$$

10 次の式を展開せよ。

$$(1) \quad (x+3)^3$$

$$(2) \quad (2a-5b)^3$$

解答 (1) $x^3+9x^2+27x+27$

$$(2) \quad 8a^3-60a^2b+150ab^2-125b^3$$

解説

$$(1) \quad \text{与式}=x^3+3 \cdot x^2 \cdot 3+3 \cdot x \cdot 3^2+3^3=x^3+9x^2+27x+27$$

$$(2) \quad \text{与式}=(2a)^3-3 \cdot (2a)^2 \cdot 5b+3 \cdot 2a \cdot (5b)^2-(5b)^3$$

$$=8a^3-60a^2b+150ab^2-125b^3$$

11 次の式を因数分解せよ。

$$(1) \quad 4x^2+6xy-2x$$

$$(2) \quad a(b-c)+2(c-b)$$

$$(3) \quad a^3(x-y)-y+x$$

解答 (1) $2x(2x+3y-1)$ (2) $(a-2)(b-c)$ (3) $(a+1)(a^2-a+1)(x-y)$

解説

$$(1) \quad 4x^2+6xy-2x=2x \cdot 2x+2x \cdot 3y-2x \cdot 1$$

$$=2x(2x+3y-1)$$

$$(2) \quad a(b-c)+2(c-b)=a(b-c)-2(b-c) \quad b-c=A \text{ とおくと}$$

$$=aA-2A=(a-2)A=(a-2)(b-c)$$

$$(3) \quad a^3(x-y)-y+x=a^3(x-y)+(x-y) \quad x-y=A \text{ とおくと}$$

$$=a^3A+A=(a^3+1)A=(a^3+1)(x-y)$$

$$=(a^3+1^3)(x-y)=(a+1)(a^2-a \cdot 1+1^2)(x-y)=(a+1)(a^2-a+1)(x-y)$$

12 次の式を因数分解せよ。

$$(1) \quad x^2+6x+9$$

$$(2) \quad 25x^2-20xy+4y^2$$

$$(3) \quad 12a^2b^2-27$$

解答 (1) $(x+3)^2$ (2) $(5x-2y)^2$ (3) $3(2ab+3)(2ab-3)$

解説

$$(1) \quad x^2+6x+9=x^2+2 \cdot x \cdot 3+3^2=(x+3)^2$$

$$(2) \quad 25x^2-20xy+4y^2=(5x)^2-2 \cdot 5x \cdot 2y+(2y)^2=(5x-2y)^2$$

$$(3) \quad 12a^2b^2-27=3(4a^2b^2-9)=3\{(2ab)^2-3^2\}$$

$$=3(2ab+3)(2ab-3)$$

13 次の式を因数分解せよ。

- (1) $x^2+6x-16$
- (2) $x^2+4xy-12y^2$
- (3) $6x^2-x-2$
- (4) $4x^2+8ax-21a^2$

解答 (1) $(x-2)(x+8)$ (2) $(x-2y)(x+6y)$ (3) $(2x+1)(3x-2)$
(4) $(2x-3a)(2x+7a)$

解説

- (1) $x^2+6x-16=x^2+(-2+8)x+(-2)\cdot 8=(x-2)(x+8)$
- (2) $x^2+4xy-12y^2=x^2+(-2y+6y)x+(-2y)\cdot 6y$
 $= (x-2y)(x+6y)$
- (3) $6x^2-x-2=(2x+1)(3x-2)$ (4) $4x^2+8ax-21a^2=(2x-3a)(2x+7a)$

(3)

2

3

6

×

×

×

1

-2

-2

→

→

3

-4

-1

(4)

2

2

4

×

×

×

-3a

7a

-21a²

→

→

-6a

14a

8a

14 次の式を因数分解せよ。

- (1) a^3-8
- (2) $24a^3+81b^3$

解答 (1) $(a-2)(a^2+2a+4)$ (2) $3(2a+3b)(4a^2-6ab+9b^2)$

解説

- (1) $a^3-8=a^3-2^3=(a-2)(a^2+a\cdot 2+2^2)$
 $= (a-2)(a^2+2a+4)$
- (2) $24a^3+81b^3=3(8a^3+27b^3)=3\{(2a)^3+(3b)^3\}$
 $=3(2a+3b)\{(2a)^2-2a\cdot 3b+(3b)^2\}$
 $=3(2a+3b)(4a^2-6ab+9b^2)$

15 (発展) 式 $(2x+3y+z)(x+2y+3z)(3x+y+2z)$ を展開したときの xyz の係数は である。

解答 54

解説

$(2x+3y+z)(x+2y+3z)(3x+y+2z)$ の展開式で xyz の項は、それぞれの括弧の中から x, y, z を含む項をそれぞれ1つずつ掛けたときに現れる。
例えば、左の括弧から $2x$ ，真ん中の括弧から $2y$ ，右の括弧から $2z$ を選んで掛けると $2x\times 2y\times 2z=8xyz$ が出てくる。他のパターンもすべて足すと， $(2x+3y+z)(x+2y+3z)(3x+y+2z)$ の展開式における xyz の係数が分かる。
 xyz が出てくるパターンは
 $2x\cdot 2y\cdot 2z, 2x\cdot 3z\cdot y, 3y\cdot x\cdot 2z, 3y\cdot 3z\cdot 3x, z\cdot x\cdot y, z\cdot 2y\cdot 3x$
の6つであるから， xyz の係数は $8+6+6+27+1+6=54$

16 (発展) 次の式を展開せよ。

- (1) $(x+1)^2(x-1)^2(x^2+1)^2$
- (2) $(x-2)(x^4+16)(x^2+4)(x+2)$
- (3) $(a+b)^3(a-b)^3$
- (4) $(x+3)(x-1)(x^2+x+1)(x^2-3x+9)$

解答 (1) x^8-2x^4+1 (2) x^8-256 (3) $a^6-3a^4b^2+3a^2b^4-b^6$
(4) x^6+26x^3-27

解説

- (1) 与式 $=\{(x+1)(x-1)\times (x^2+1)\}^2=\{(x^2-1)(x^2+1)\}^2$
 $=(x^4-1)^2=(x^4)^2-2\cdot x^4\cdot 1+1$
 $=x^8-2x^4+1$
- (2) 与式 $=(x-2)(x+2)\times (x^2+4)(x^4+16)$ ←掛ける順番を変えます
 $=(x^2-4)(x^2+4)\times (x^4+16)=(x^4-16)(x^4+16)$
 $=(x^4)^2-16^2=x^8-256$
- (3) $(a+b)^3(a-b)^3=\{(a+b)(a-b)\}^3=(a^2-b^2)^3$
 $=(a^2)^3-3(a^2)^2b^2+3a^2(b^2)^2-(b^2)^3$
 $=a^6-3a^4b^2+3a^2b^4-b^6$
- (4) $(x+3)(x-1)(x^2+x+1)(x^2-3x+9)$ ←掛ける順番を変えます。
 $=(x-1)(x^2+x+1)\times (x+3)(x^2-3x+9)$
 $=(x^3-1)(x^3+27)$ ← $(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3$ の公式
 $=(x^3)^2+26x^3-27$ ← $(X-1)(X+27)=X^2+26X-27$
 $=x^6+26x^3-27$

17 (発展) 次の式を計算せよ。

- (1) $(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)$
- (2) $(x+y+2z)^3-(y+2z-x)^3-(2z+x-y)^3-(x+y-2z)^3$

解答 (1) $x^4-10x^3+35x^2-50x+24$ (2) $48xyz$

解説

- (1) (与式) $=\{(x-1)(x-4)\}\times \{(x-2)(x-3)\}$ ←この2組に分けると、同じものが登場
 $=\{(x^2-5x)+4\}\times \{(x^2-5x)+6\}$ $x^2-5x=A$ とおくと
 $=(A+4)(A+6)$
 $=A^2+10A+24$
 $=(x^2-5x)^2+10(x^2-5x)+24$
 $=(x^2)^2-2\cdot x^2\cdot 5x+(5x)^2+10x^2-50x+24$
 $=x^4-10x^3+25x^2+10x^2-50x+24$
 $=x^4-10x^3+35x^2-50x+24$
- (2) $y+2z=A, y-2z=B$ とおくと
(与式) $=(x+A)^3-(A-x)^3-(x-B)^3-(x+B)^3$
 $=(x+A)^3+(x-A)^3-(x-B)^3-(x+B)^3$
 $=(x^3+3x^2A+3xA^2+A^3)+(x^3-3x^2A+3xA^2-A^3)$
 $-(x^3-3x^2B+3xB^2-B^3)-(x^3+3x^2B+3xB^2+B^3)$
 $=6xA^2-6xB^2=6x(A^2-B^2)$ ← $6x$ でくくった方が少しだけ計算量が減る
 $=6x\{(y+2z)^2-(y-2z)^2\}$
 $=6x\{y^2+4yz+4z^2-(y^2-4yz+4z^2)\}$
 $=6x\cdot 8yz=48xyz$