

- 1 $P=x^2+4x-2$, $Q=x-3x^2+1$ のとき, 次の式を計算せよ。
 $P-2(Q-5P-3(Q-2P))$

- 2 整式 $A=2-3x^2-3x-x^2+1$, $B=x^2-8x+2$ について
 (1) A の同類項をまとめ, 降べきの順に整理せよ。
 (2) A の次数と定数項をいえ。 (3) $A-B$ を計算せよ。

- 3 次の式を計算せよ。

(1) $2(3x+1)+4(2x-2)$

(2) $2(3x-4y)-3(x-2y)$

(3) $4(x^2-3x+1)+2(x^2-3)$

(4) $3(2x^2-4xy+1)-2(y^2-xy+3x^2)$

- 4 (1) x^2+2x+1 との和が x^2 になる式を求めよ。

(2) $-x^2+4x+3$ を引くと x になる式を求めよ。

(3) x^2-2x-5 から引くと $x+1$ になる式を求めよ。

- 5 (1) $\{4t-(3t-2)\}-\{(7t-3)-(-5t+7)\}$ を計算せよ。

(2) $12x-[4y-3\{-3x-(3x-2y-5z)-2z\}]$ を計算せよ。

- 6 $A=x^2-2x-4$, $B=x-2x^2+3$, $C=2-3x^2-x$ のとき, 次の計算をせよ。
 (1) $A-2B+3C$ (2) $2A-[5C-2B+3\{B-(2C-A)\}]$

$(x^3+3xy^2-y^3)(2y^2-2xy+x^2)$ を展開せよ。

次の式を展開せよ。

次の式を展開せよ。

(1) $(x^2-2x-2)(x-3)$

(1) $(x-1)(x^4+x^3+x^2+x+1)$

(2) $(a^2+3a+5)(2a^2-5a-1)$

(2) $(x^3-2x^2+2x-1)(x^3+2x^2+2x+1)$

(3) $(3x+2x^2-4)(x^2-5-3x)$

(3) $(x+2y-1)(x^2-2xy+4y^2+x+2y+1)$

次の計算をせよ。

(1) $(-a^2b)^3(-3ab^3)^2$

(2) $8ab^2\left(\frac{a^2}{2}-\frac{ab}{3}+\frac{b^2}{4}\right)$

(4) $(x^2-2x+1)(x^2-1)$

(5) $(x^2-2xy-2y^2)(x-3y)$

次の式を展開したとき, [] 内の文字の項の係数を求めよ。

(1) $(x^2+x+1)(2x+3)$ [x], $[x^2]$

(3) $(p+q)(x+y)$

(4) $(x+4)(x^2+2x)$

(6) $(3xy+2x^2-4y^2)(x^2-5y^2-3xy)$

(2) $(2x^2-3xy-y^2)(3x^2-2xy+y^2)$ $[x^3y]$

1 (1) $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)$を展開せよ。 (2) $(a-b)^2(a+b)^2(a^2+b^2)^2$を展開せよ。 2 次の式を展開せよ。 (1) $(-2x+3y)^2$ (2) $(3x-4y)(4y+3x)$ (3) $(x-2y+3z)^2$	(4) $(x-3)(x+3)(x^2+9)$ (5) $(t^2+t+1)(t^2-t+1)$ 3 次の式を展開せよ。 (1) $(x^2+2x-1)(x^2+3x-1)$ (2) $(a^2-ab+b^2)(a^2+ab-b^2)$ (3) $(x^2-6)(x+2)(x-3)$	(4) $(x-3)(x-1)(x+1)(x+3)$ (5) $(x+1)(x+2)(x+3)(x+6)$ (6) $(x-2)^2(x+2)^2(x^2+4)^2$ (7) $(x-a)(x+a)(x^2+a^2)(x^4+a^4)$
---	--	--

1 次の式を展開せよ。

(1) $(a+1)^3$

(2) $(2x+1)^3$

(3) $(a+3b)^3$

(4) $(3a+2b)^3$

(5) $(2x-1)^3$

(6) $(3a-2b)^3$

2 次の式を展開せよ。

(1) $(x+3)(x^2-3x+9)$

(2) $(x-4)(x^2+4x+16)$

(3) $(2a+b)(4a^2-2ab+b^2)$

(4) $(2x-5y)(4x^2+10xy+25y^2)$

3 次の式を展開せよ。

(1) $(x+2)^3(x-2)^3$

(2) $(x-1)(x+1)(x^2+x+1)(x^2-x+1)$

4 次の計算をせよ。

(1) $(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)(x^4-x^2y^2+y^4)$

(2) $(a+b+c)^2-(b+c-a)^2+(c+a-b)^2-(a+b-c)^2$

5 <発展>

(1) $(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)=a^3+b^3+c^3-3abc$ を示せ。

(2) (1)の結果を利用して $(x+y-1)(x^2-xy+y^2+x+y+1)$ を展開せよ。

[1] 次の式を因数分解せよ。

(1) $2x^2 - 3x + 1$

(2) $6x^2 + x - 12$

(3) $6x^2 + 17xy + 12y^2$

[2] 次の式を因数分解せよ。

(1) $5a(a-4) - 2(4-a)$

(2) $16x^2 - 24xy + 9y^2$

(3) $4 - (a-b)^2$

(4) $x^2 - 15xy + 54y^2$

(5) $6a^2 - 17ab - 14b^2$

(6) $x^4 + 5x^2 - 36$

[3] 次の式を因数分解せよ。

(1) $5(2x-1)^2 - 8(2x-1) - 4$

(2) $(x^2 + 4x)^2 - 8(x^2 + 4x) - 48$

(3) $x^2 + 2(2a-b)x - 3(2a-b)^2$

[4] 次の式を因数分解せよ。

(1) $(x^2 - x)^2 - (x+8)^2$

(2) $4a^2c^2 - (c^2 + a^2 - b^2)^2$

[5] 次の式を因数分解せよ。

(1) $(x^2 - 7x)^2 + 4(x^2 - 7x) - 12$

(2) $(a^2 + b^2 - 1)^2 - 4a^2b^2$

(3) $x^4 - 4x^2 - 9x + 36$

(4) $27x^3 - 54x^2 + 36x - 8$

[1] 次の式を因数分解せよ。

(1) $x^2 + 4xy + 4y^2 - 4z^2$

(2) $x^2 - 2xy + y^2 - x + y - 2$

[2] 次の式を因数分解せよ。

(1) $a^3 + 8$

(2) $27x^3 - y^3$

(3) $64x^3 - 27y^3$

(4) $125a^3b^3 + 8$

[3] 次の式を因数分解せよ。

(1) $x^3 + 3x^2 - x - 3$

(2) $x^3 - 3x^2 + 6x - 8$

(3) $x^3 + 3x^2 + 3x + 1$

[4] 次の式を因数分解せよ。

(1) $xy - yz + zu - ux$

(2) $x^2y + y^2z - y^3 - x^2z$

[5] 次の式を因数分解せよ。

(1) $x^2 + (2y - 1)x + y(y - 1)$

(2) $x^2 - xy - 2y^2 + 2x - 7y - 3$

(3) $6x^2 + 5xy - 6y^2 + x - 5y - 1$

[6] 次の式を因数分解せよ。

(1) $a^2(b - c) + b^2(c - a) + c^2(a - b)$

(2) $(a + b)(b + c)(c + a) + abc$

1 次の式を因数分解せよ。

(1) $x^2y - 2x^2z + 2y^2z - xy^2$

(2) $2x^2 + 5xy + 2y^2 + 5x + y - 3$

(3) $a^2(b+c) + b^2(c+a) + c^2(a+b) + 2abc$

2 次の式を因数分解せよ。

(1) $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4) - 24$

(2) $x^4 + 3x^2 + 4$

(3) $x^4 + 64$

3 次の式を因数分解せよ。

(1) $(xy+1)(x+1)(y+1) + xy$

(2) $(x-1)(x-3)(x-5)(x-7) + 15$

4 次の式を因数分解せよ。

(1) $x^4 - 7x^2y^2 + y^4$

(2) $x^4 + 4$

5 次の式を因数分解せよ。

(1) $(a-b)^3 + (b-c)^3 + (c-a)^3$

(2) $a^6 - 7a^3 - 8$

1 $P=x^2+4x-2$, $Q=x-3x^2+1$ のとき、次の式を計算せよ。

$$P-2(Q-5P-3(Q-2P))$$

$$\begin{aligned} &= P-2(Q-5P-3Q+6P) \\ &= P-2(P-2Q) \\ &= P-2P+4Q \\ &= -P+4Q \\ &= -(x^2+4x-2)+4(x-3x^2+1) \\ &= -x^2-4x+2+4x-12x^2+4 \\ &= -13x^2+6 \end{aligned}$$

2 整式 $A=2-3x^2-3x-x^2+1$, $B=x^2-8x+2$ について

(1) A の同類項をまとめ、降べきの順に整理せよ。

(2) A の次数と定数項をいえ。

(3) $A-B$ を計算せよ。

$$(1) A = -4x^2-3x+3$$

2) 次数 2, 定数項 3

$$3) A-B$$

$$\begin{aligned} &= (-4x^2-3x+3)-(x^2-8x+2) \\ &= -4x^2-3x+3-x^2+8x-2 \\ &= -5x^2+5x+1 \end{aligned}$$

3 次の式を計算せよ。

$$(1) 2(3x+1)+4(2x-2)$$

$$\begin{aligned} &= 6x+2+8x-8 \\ &= 14x-6 \end{aligned}$$

$$(3) 4(x^2-3x+1)+2(x^2-3)$$

$$\begin{aligned} &= 4x^2-12x+4+2x^2-6 \\ &= 6x^2-12x-2 \end{aligned}$$

$$(2) 2(3x-4y)-3(x-2y)$$

$$\begin{aligned} &= 6x-8y-3x+6y \\ &= 3x-2y \end{aligned}$$

$$(4) 3(2x^2-4xy+1)-2(y^2-xy+3x^2)$$

$$\begin{aligned} &= 6x^2-12xy+3-2y^2+2xy-6x^2 \\ &= -2y^2-10xy+3 \end{aligned}$$

4 (1) x^2+2x+1 との和が x^2 になる式を求めよ。

求める式を X とすると、

$$\begin{aligned} (x^2+2x+1)+X &= x^2 \\ X &= x^2-(x^2+2x+1) \\ X &= -2x-1 \end{aligned}$$

(2) $-x^2+4x+3$ を引くと x になる式を求めよ。

求める式を X とすると、

$$\begin{aligned} X-(-x^2+4x+3) &= x \\ X &= x+(-x^2+4x+3) \\ X &= -x^2+5x+3 \end{aligned}$$

(3) x^2-2x-5 から引くと $x+1$ になる式を求めよ。

求める式を X とすると

$$\begin{aligned} (x^2-2x-5)-X &= x+1 \\ X &= (x^2-2x-5)-(x+1) \\ X &= x^2-2x-5-x-1 \\ X &= x^2-3x-6 \end{aligned}$$

5 (1) $\{4t-(3t-2)\}-\{[7t-3]-(-5t+7)\}$ を計算せよ。

$$\begin{aligned} &= 4t-3t+2-(7t-3+5t-7) \\ &= t+2-(12t-10) \\ &= t+2-12t+10 \\ &= -11t+12 \end{aligned}$$

(2) $12x-(4y-3[-3x-(3x-2y-5z)-2z])$ を計算せよ。

$$\begin{aligned} &= 12x-\{4y-3(-3x-3x+2y+5z-2z)\} \\ &= 12x-(4y+9x+9x-6y-15z+6z) \\ &= 12x-(18x-2y-9z) \\ &= 12x-18x+2y+9z \\ &= -6x+2y+9z \end{aligned}$$

6 $A=x^2-2x-4$, $B=x-2x^2+3$, $C=2-3x^2-x$ のとき、次の計算をせよ。

$$(1) A-2B+3C$$

$$(2) 2A-[5C-2B+3(B-2C+A)]$$

$$\begin{aligned} (1) (与式) &= (x^2-2x-4)-2(x-2x^2+3)+3(2-3x^2-x) \\ &= x^2-2x-4-2x+4x^2-6+6-9x^2-3x \\ &= -4x^2-7x-4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) (与式) &= 2A-[5C-2B+3(B-2C+A)] \\ &= 2A-(5C-2B+3B-6C+3A) \\ &= 2A-(3A+B-C) \\ &= 2A-3A-B+C \\ &= -A-B+C \\ &= -(x^2-2x-4)-(x-2x^2+3)+(2-3x^2-x) \\ &= -x^2+2x+4-x+2x^2-3+2-3x^2-x \\ &= -2x^2+3 \end{aligned}$$

$(x^3+3xy^2-y^3)(2y^2-2xy+x^2)$ を展開せよ。

$$= \underline{2x^3y^2 - 2x^4y + x^5} \\ + 6xy^4 - 6x^2y^3 + 3x^3y^2 \\ - 2y^5 + 2xy^4 - x^2y^3$$

$$= x^5 - 2x^4y + 5x^3y^2 - 7x^2y^3 + 8xy^4 - 2y^5$$

(別解) $\begin{array}{r} x^3 \boxed{} + 3xy^2 - y^3 \quad (x^2 \text{ の } \cancel{2x} \text{ と } \cancel{2y} \text{ の } \cancel{2}) \\ \times x^2 - 2xy + 2y^2 \\ \hline x^5 \boxed{} + 3x^3y^2 - x^2y^3 \\ - 2x^4y \boxed{} - 6x^2y^3 + 2xy^4 \\ 2x^3y^2 \boxed{} + 6xy^4 - 2y^5 \\ \hline x^5 - 2x^4y + 5x^3y^2 - 7x^2y^3 + 8xy^4 - 2y^5 \end{array}$

次の計算をせよ。

(1) $(-a^2b)^3(-3ab^3)^2$

$$= -a^6b^3 \times 9a^2b^6 \\ = -9a^8b^9$$

(2) $8ab^2\left(\frac{a^2}{2} - \frac{ab}{3} + \frac{b^2}{4}\right)$

$$= 4a^3b^2 - \frac{8}{3}a^2b^3 + 2ab^4$$

(3) $(p+q)(x+y)$

$$= px + py + qx + qy$$

(4) $(x+4)(x^2+2x)$

$$= x^3 + 2x^2 + 4x^2 + 8x \\ = x^3 + 6x^2 + 8x$$

次の式を展開せよ。

(1) $(x^2-2x-2)(x-3)$

$$= x^3 - 3x^2 - 2x^2 + 6x - 2x + 6 \\ = x^3 - 5x^2 + 4x + 6$$

(2) $(a^2+3a+5)(2a^2-5a-1)$

$$= 2a^4 - 5a^3 - a^2 \\ + 6a^3 - 15a^2 - 3a \\ + 10a^2 - 25a - 5 \\ = 2a^4 + a^3 - 6a^2 - 28a - 5$$

(3) $(3x+2x^2-4)(x^2-5-3x) = (2x^2+3x-4)(x^2-3x-5)$

$$= 2x^4 - 6x^3 - 10x^2 \\ + 3x^3 - 9x^2 - 15x \\ - 4x^2 + 12x + 20 \\ = 2x^4 - 3x^3 - 23x^2 - 3x + 20$$

(4) $(x^2-2x+1)(x^2-1)$

$$= x^4 - x^2 - 2x^3 + 2x \\ = x^4 - 2x^3 - x^2 + 2x$$

(5) $(x^2-2xy-2y^2)(x-3y)$

$$= x^3 - 3x^2y - 2x^2y + 6xy^2 \\ - 2xy^2 + 6y^3 \\ = x^3 - 5x^2y + 4xy^2 + 6y^3$$

(6) $(3xy+2x^2-4y^2)(x^2-5y^2-3xy)$

$$= (2x^2+3xy-4y^2)(x^2-3xy-5y^2) \\ = 2x^4 - 6x^3y - 10x^2y^2 \\ + 3x^3y - 9x^2y^2 - 15xy^3 \\ - 4x^2y^2 + 12xy^3 + 20y^4 \\ = 2x^4 - 3x^3y - 23x^2y^2 - 3xy^3 + 20y^4$$

次の式を展開せよ。

(1) $(x-1)(x^4+x^3+x^2+x+1)$

$$= x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x \\ - x^4 - x^3 - x^2 - x - 1 \\ = x^5 - 1$$

ここで $M = x^3 + 2x, N = 2x^2 + 1$

$$(M-N)(M+N) \\ = M^2 - N^2 \\ = (x^3 + 2x)^2 - (2x^2 + 1)^2 \\ = x^6 + 4x^4 + 4x^2 - (4x^4 + 4x^2 + 1) \\ = x^6 - 1$$

(3) $(x+2y-1)(x^2-2xy+4y^2+x+2y+1)$

$$= (x+2y-1)(x^2-2xy+x+4y^2+2y+1) \\ = x^3 - 2x^2y + x^2 + 4xy^2 + 2xy + x \\ + 2x^2y - 4xy^2 + 2xy - 1 \\ + 8y^3 + 4y^2 + 2y - 4y^2 - 2y - 1 \\ = x^3 + 6xy + 8y^3 - 1$$

次の式を展開したとき、[] 内の文字の項の係数を求めよ。

(1) $(x^2+x+1)(2x+3)$ [x], [x^2]

$$3x + 2x = 5x \quad \xrightarrow{5}$$

$$3x^2 + 2x^2 = 5x^2 \quad \xrightarrow{5}$$

(2) $(2x^3-3xy-y^2)(3x^2-2xy+y^2)$ [x^3y]

$$-4x^3y - 9x^3y = -13x^3y \quad \xrightarrow{-13}$$

1) (1) $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)$ を展開せよ。

$$\begin{aligned}
 &= (x+1)(x+4)(x+2)(x+3) \quad \because (a^m)^n = a^{m \times n} \\
 &= (\underbrace{x^2+5x+4}_M)(\underbrace{x^2+5x+6}_M) \\
 &= (x^2+5x)^2 + 10(x^2+5x) + 24 \\
 &= \underbrace{x^4}_M + \underbrace{10x^3}_{25x^2} + \underbrace{(5x)^2}_{25x^2} + 10x^2 + 50x + 24 \\
 &= x^4 + 10x^3 + 35x^2 + 50x + 24
 \end{aligned}$$

(2) $(a-b)^2(a+b)^2(a^2+b^2)^2$ を展開せよ。 $\because x^2y^2 = (xy)^2$

$$\begin{aligned}
 &= \{(a-b)(a+b)\}^2 \{a^2+b^2\}^2 \\
 &= (a^2-b^2)^2 (a^2+b^2)^2 \\
 &= \{(a^2-b^2)(a^2+b^2)\}^2 \\
 &= \{a^4-b^4\}^2 \\
 &= (a^4-b^4)^2 \\
 &= a^8 - 2a^4b^4 + b^8 \quad \because (x^m)^n = x^{m \times n} \\
 &= a^8 - 2a^4b^4 + b^8
 \end{aligned}$$

2) 次の式を展開せよ。

(1) $(-2x+3y)^2$ (2) $(3x-4y)(4y+3x)$

$$\begin{aligned}
 &= (-2x)^2 + 2(-2x)(3y) + (3y)^2 = (3x-4y)(3x+4y) \\
 &= 4x^2 - 12xy + 9y^2 = 9x^2 - 16y^2
 \end{aligned}$$

(3) $(x-2y+3z)^2 = \{(x-2y)+3z\}^2$

$$\begin{aligned}
 &= (x-2y)^2 + 2(x-2y) \cdot 3z + (3z)^2 \\
 &= x^2 - 4xy + y^2 + 6xz - 12yz + 9z^2
 \end{aligned}$$

(別解) 公式を用いると。

$$\begin{aligned}
 &x^2 + (-2y)^2 + (3z)^2 + 2x \cdot (-2y) + 2(-2y)(3z) + 2(3z)x \\
 &= x^2 + 4y^2 + 9z^2 - 4xy - 12yz + 6zx
 \end{aligned}$$

(5) $(x-3)(x+3)(x^2+9)$

$$\begin{aligned}
 &= (x^2-9)(x^2+9) \\
 &= (x^2)^2 - 9^2 \\
 &= x^4 - 81
 \end{aligned}$$

(6) $(x^2+1)(x^2+1)(x^2+1)$

$$\begin{aligned}
 &= \{(x^2+1)+1\} \{(x^2+1)-1\} \\
 &= (x^2+1)^2 - 1^2 \\
 &= x^4 + 2x^2 + 1 - 1 \\
 &= x^4 + 2x^2
 \end{aligned}$$

3) 次の式を展開せよ。

(1) $(x^2+2x-1)(x^2+3x-1)$

$$\begin{aligned}
 &= \{(x^2-1)+2x\} \{(x^2-1)+3x\} \\
 &= (x^2-1)^2 + 5x(x^2-1) + 6x^2 \\
 &= (x^2)^2 - 2x^2 + 1 + 5x^3 - 5x + 6x^2 \\
 &= x^4 + 5x^3 + 4x^2 - 5x + 1
 \end{aligned}$$

(2) $(a^2-ab+ab^2)(a^2+ab-b^2)$ 符号をそろえる $\rightarrow \ominus \text{と} \ll \oplus$

$$\begin{aligned}
 &= \{a^2-(ab-b^2)\} \{a^2+(ab-b^2)\} \\
 &= (a^2)^2 - (ab-b^2)^2 \\
 &= a^4 - \{(ab)^2 - 2ab \cdot b^2 + (b^2)^2\} \\
 &= a^4 - (a^2b^2 - 2ab^3 + b^4) \\
 &= a^4 - a^2b^2 + 2ab^3 - b^4
 \end{aligned}$$

(3) $(x^2-6)(x+2)(x-3)$

$$\begin{aligned}
 &= (x^2-6)(x^2-x-6) \\
 &= \underbrace{(x^2-6)}_M \{ \underbrace{(x^2-6)}_M - x \} \\
 &= (x^2-6)^2 - x(x^2-6) \\
 &= (x^2)^2 - 2 \cdot x^2 \cdot 6 + 6^2 - x^3 + 6x \\
 &= x^4 - x^3 - 12x^2 + 6x + 36
 \end{aligned}$$

(4) $(x-3)(x-1)(x+1)(x+3)$

$$\begin{aligned}
 &= (x-3)(x+3)(x-1)(x+1) \\
 &= (x^2-9)(x^2-1) \\
 &= (x^2)^2 - 10x^2 + 9 \\
 &= x^4 - 10x^2 + 9
 \end{aligned}$$

(別解)

$$\begin{aligned}
 &= (x-3)(x-1)(x+1)(x+3) \\
 &= (x^2-4x+3)(x^2+4x+3) \\
 &= \{(x^2+3)-4x\} \{(x^2+3)+4x\} \\
 &= (x^2+3)^2 - (4x)^2 \\
 &= (x^2)^2 + 2 \cdot x^2 \cdot 3 + 3^2 - 16x^2 \\
 &= x^4 + 6x^2 + 9 - 16x^2 \\
 &= x^4 - 10x^2 + 9
 \end{aligned}$$

(5) $(x+1)(x+2)(x+3)(x+6)$

$$\begin{aligned}
 &= (x+1)(x+6)(x+2)(x+3) \\
 &= (x^2+7x+6)(x^2+5x+6) \\
 &= \{(x^2+6)+7x\} \{(x^2+6)+5x\} \\
 &= (x^2+6)^2 + 12x(x^2+6) + 35x^2 \\
 &= x^4 + 12x^3 + 36 + 12x^3 + 72x + 35x^2 \\
 &= x^4 + 24x^3 + 12x^2 + 72x + 36
 \end{aligned}$$

(6) $(x-2)^2(x+2)^2(x^2+4)^2$

$$\begin{aligned}
 &= \{(x-2)(x+2)\}^2 \{(x^2+4)\}^2 \\
 &= (x^2-4)^2 (x^2+4)^2 \\
 &= \{(x^2-4)(x^2+4)\}^2 \\
 &= \{x^4-16\}^2 \\
 &= (x^4-16)^2 \\
 &= (x^4)^2 - 32x^4 + 16^2 = x^8 - 32x^4 + 256
 \end{aligned}$$

(7) $(x-a)(x+a)(x^2+a^2)(x^4+a^4)$

$$\begin{aligned}
 &= (x^2-a^2)(x^2+a^2)(x^4+a^4) \\
 &= (x^4-a^4)(x^4+a^4) \quad \because (a+b)(a-b) = a^2-b^2 \\
 &= (x^4)^2 - (a^4)^2 \\
 &= x^8 - a^8
 \end{aligned}$$

次の式を展開せよ。

$$(1) (a+1)^3 + 3 \cdot a^2 \cdot 1 + 3 \cdot a \cdot 1$$

$$= a^3 + 3a^2 + 3a + 1$$

$$(2) (2x+1)^3 + 3 \cdot 4x^2 \cdot 1 + 3 \cdot 2x \cdot 1$$

$$= 8x^3 + 12x^2 + 6x + 1$$

$$(3) (a+3b)^3 + 3 \cdot a^2 \cdot 3b + 3 \cdot a \cdot 9b^2$$

$$= a^3 + 9a^2b + 27b^2 + 27b^3$$

$$(4) (3a+2b)^3 + 3 \cdot 9a^2 \cdot 2b + 3 \cdot 3a \cdot 4b^2$$

$$= 27a^3 + 54a^2b + 36ab^2 + 8b^3$$

$$(5) (2x-1)^3 - 3 \cdot 4x^2 \cdot 1 + 3 \cdot 2x \cdot 1$$

$$= 8x^3 - 12x^2 + 6x - 1$$

$$(6) (3a-2b)^3 - 3 \cdot 9a^2 \cdot 2b + 3 \cdot 3a \cdot 4b^2$$

$$= 27a^3 - 54a^2b + 36ab^2 - 8b^3$$

次の式を展開せよ。

$$(1) (x+3)(x^2-3x+9)$$

$$= x^3 + 27$$

$$(2) (x-4)(x^2+4x+16)$$

$$= x^3 - 64$$

$$(3) (2a+b)(4a^2-2ab+b^2)$$

$$= 8a^3 + b^3$$

$$(4) (2x-5y)(4x^2+10xy+25y^2)$$

$$= 8x^3 - 125y^3$$

[3] 次の式を展開せよ。

$$(1) (x+2)^3(x-2)^3$$

$$= \{(x+2)(x-2)\}^3$$

$$= (x^2-4)^3$$

$$= (x^2)^3 - 3(x^2)^2 \cdot 4 + 3 \cdot x^2 \cdot 4^2 - 4^3$$

$$= x^6 - 12x^4 + 48x^2 - 64$$

$$(2) (x-1)x(x+1)(x^2+x+1)(x^2-x+1)$$

$$= (x-1)(x^2+x+1)(x+1)(x^2-x+1)$$

$$= (x^3-1)(x^3+1) \quad \text{① } (A+B)(A-B)$$

$$= (x^3)^2 - 1^2 = A^2 - B^2$$

$$= x^6 - 1$$

[4] 次の計算をせよ。

$$(1) (x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)(x^4-x^2y^2+y^4)$$

$$(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)$$

$$= \{(x^2+y^2)+xy\}\{(x^2+y^2)-xy\}$$

$$= (x^2+y^2)^2 - (xy)^2 \quad \text{② } (A+B)(A-B)$$

$$= x^4 + 2x^2y^2 + y^4 - x^2y^2 = A^m \times B^m$$

$$= x^4 + x^2y^2 + y^4$$

$$(5式) = (x^4 + x^2y^2 + y^4)(x^4 - x^2y^2 + y^4)$$

$$= \{(x^4+y^4)+x^2y^2\}\{(x^4+y^4)-x^2y^2\}$$

$$= (x^4+y^4)^2 - (x^2y^2)^2$$

$$= x^8 + 2x^4y^4 + y^8 - x^4y^4$$

$$= x^8 + x^4y^4 + y^8$$

(2) $(a+b+c)^2 - (b+c-a)^2 \div (c+a-b)^2 - (a+b-c)^2$

$$= \{(b+c)+a\}^2 - \{(b+c)-a\}^2 + \{a-(b+c)\}^2 - \{a+(b-c)\}^2$$

$$= (b+c)^2 + 2a(b+c) + a^2 - \{(b+c)^2 - 2a(b+c) + a^2\}$$

$$+ a^2 - 2a(b-c) + (b-c)^2 - \{a^2 + 2a(b-c) + (b-c)^2\}$$

$$= 4a(b+c) - 4a(b-c)$$

$$= 4ab + 4ac - 4ab + 4ac$$

$$= 8ac \quad \text{(別解) } A^2 - B^2 = (A+B)(A-B) \text{ を利用.}$$

$$= \{(a+b+c) + (b+c-a)\} \{(a+b+c) - (b+c-a)\}$$

$$= \{(c+a-b) + (a+b-c)\} \{(c+a-b) - (a+b-c)\}$$

[5] <発展> (1) $(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca) = a^3+b^3+c^3-3abc$ を示せ。

$$(5式) = \{a+(b+c)\} \{a^2-(b+c)a+(b^2-bc+c^2)\}$$

$$= a^3 - (b+c)a^2 + (b^2-bc+c^2)a$$

$$+ (b+c)a^2 - (b+c)^2a + (b+c)(b^2-bc+c^2)$$

$$= a^3 + (b^2-bc+c^2)a - (b^2+2bc+c^2)a + b^3+c^3$$

$$= a^3 + b^3 + c^3 - 3bc$$

$$= (5式) \times$$

(2) (1)の結果を利用して $(x+y-1)(x^2-xy+y^2+x+y+1)$ を展開せよ。

$$(1) \text{の式に } a=x, b=y, c=-1 \text{ とおくと}$$

$$(5式) = \text{得らぬ3か所}$$

$$(5式) = (x+y-1)(x^2+y^2+1-xy+y+x)$$

$$= x^3 + y^3 + (-1)^3 - 3xy(-1)$$

$$= x^3 + y^3 + 3xy - 1$$

1 次の式を因数分解せよ。

(1) $2x^2 - 3x + 1$

$$= (2x - 1)(x - 1)$$

$$\begin{array}{r} 2 \times -1 \rightarrow \\ 1 \times -1 \rightarrow \\ \hline 2 \quad 1 \quad -3 \end{array}$$

(3) $6x^2 + 17xy + 12y^2$

$$= (3x + 4y)(2x + 3y)$$

$$\begin{array}{r} 3 \times 4 \rightarrow 8 \\ 2 \times 3 \rightarrow 6 \\ \hline 6 \quad 12 \quad 17 \end{array}$$

2 次の式を因数分解せよ。

(1) $5a(a-4) - 2(a-4)$

$$= (a-4)(5a+2)$$

(3) $4 - (a-b)^2$

$$= (2+a-b)(2-a+b)$$

(5) $6a^2 - 17ab + 14b^2$

$$= (2a-7b)(3a+2b)$$

$$\begin{array}{r} 2 \times -7 \rightarrow -14 \\ 3 \times 2 \rightarrow 6 \\ \hline 6 \quad -14 \quad -17 \end{array}$$

(2) $6x^2 + x - 12$

$$= (3x-4)(2x+3)$$

$$\begin{array}{r} 3 \times -4 \rightarrow -12 \\ 2 \times 3 \rightarrow 6 \\ \hline 6 \quad -12 \quad 1 \end{array}$$

(2) $16x^2 - 24xy + 9y^2$

$$= (4x-3y)^2$$

(4) $x^2 - 15xy + 54y^2$

$$= (x-6y)(x-9y)$$

(6) $x^4 + 5x^2 - 36$

$$= (x^2-4)(x^2+9)$$

$$= (x+2)(x-2)(x^2+9)$$

3 次の式を因数分解せよ。

(1) $5(2x-1)^2 - 8(2x-1) - 4$

$$= (5M+2)(M-2)$$

$$\begin{array}{r} 5 \times 2 \rightarrow 10 \\ 1 \times -2 \rightarrow -2 \\ \hline 5 \quad -4 \quad -8 \end{array}$$

$$= (10x-5+2)(2x-1-2)$$

$$= (10x-3)(2x-3)$$

(2) $(x^2+4x)^2 - 8(x^2+4x) - 48$

$$= (M+4)(M-12)$$

$$= (x^2+4x+4)(x^2+4x-12)$$

$$= (x+2)^2(x-2)(x+6)$$

(3) $x^2 + 2(2a-b)x - 3(2a-b)^2$

$$= (x+3(2a-b))(x-(2a-b))$$

$$= (x+6a-3b)(x-2a+b)$$

4 次の式を因数分解せよ。

(1) $(x^2-x)^2 - (x+8)^2$

$$= (x^2-x)(x^2-x-8)$$

$$= (x^2+8)(x^2-2x-8)$$

$$= (x^2+8)(x+2)(x-4)$$

(2) $4a^2c^2 - (c^2+a^2-b^2)^2$

$$= (2ac)^2 - (c^2+a^2-b^2)^2$$

$$= (2ac + (c^2+a^2-b^2))(2ac - (c^2+a^2-b^2))$$

$$= (a^2+2ac+c^2-b^2)(b^2-(c^2-2ac+a^2))$$

$$= (a+c)^2-b^2(b^2-(c-a)^2)$$

$$= (a+c+b)(a+c-b)(b+c-a)(b-c+a)$$

5 次の式を因数分解せよ。

(1) $(x^2-7x)^2 + 4(x^2-7x) - 12$

$$= (x^2-7x-2)(x^2-7x+6)$$

$$= (x^2-7x-2)(x-1)(x-6)$$

(2) $(a^2+b^2-1)^2 - 4a^2b^2$

$$= (a^2+b^2-1+2ab)(a^2+b^2-1-2ab)$$

$$= (a+b)^2-1(a-b)^2-1$$

$$= (a+b+1)(a+b-1)(a-b+1)(a-b-1)$$

(3) $x^3 - 4x^2 - 9x + 36$

$$= x(x^2-4) - 4(x^2-9)$$

$$= (x^2-9)(x-4)$$

$$= (x+3)(x-3)(x-4)$$

(4) $27x^3 - 54x^2 + 36x - 8$

$$= (3x-2)^3$$

1 次の式を因数分解せよ。

(1) $x^2 + 4xy + 4y^2 - 4z^2$

$$\begin{aligned} &= (x+2y)^2 - (2z)^2 \\ &= (x+2y)^2 - (2z)^2 \\ &= \{(x+2y) + (2z)\} \{(x+2y) - (2z)\} \\ &= (x+2y+2z)(x+2y-2z) \end{aligned}$$

(2) $x^2 - 2xy + y^2 - x + y - 2$

$$\begin{aligned} &= x^2 + (-2y-1)x + y^2 + y - 2 \\ &= x^2 + (-2y-1)x + (y-1)(y+2) \\ &1 \times \begin{array}{l} -(y-1) \rightarrow -y+1 \\ -(y+2) \rightarrow -y-2 \end{array} \\ &1 \times \begin{array}{l} (y-1)(y+2) \rightarrow -2y-1 \end{array} \\ &= \{x - (y-1)\} \{x - (y+2)\} \\ &= (x-y+1)(x-y-2) \end{aligned}$$

2 次の式を因数分解せよ。

(1) $a^3 + 8$

$$= (a+2)(a^2 - 2a + 4)$$

(2) $27x^3 - y^3$

$$= (3x-y)(9x^2 + 3xy + y^2)$$

(3) $64x^3 - 27y^3$

$$= (4x-3y)(16x^2 + 12xy + 9y^2)$$

(4) $125a^3b^3 + 8$

$$= (5ab+2)(25a^2b^2 - 10ab + 4)$$

3 次の式を因数分解せよ。

(1) $x^3 + 3x^2 - x - 3$

$$\begin{aligned} &= (x^3 - x) + 3x^2 - 3 \\ &= x(x^2 - 1) + 3(x^2 - 1) \\ &= (x^2 - 1)(x + 3) \\ &= (x+1)(x-1)(x+3) \end{aligned}$$

(2) $x^3 - 3x^2 + 6x - 8$

$$\begin{aligned} &= x^3 - 8 - 3x^2 + 6x \\ &= (x-2)(x^2 + 2x + 4) - 3x(x-2) \\ &= (x-2)\{(x^2 + 2x + 4) - 3x\} \\ &= (x-2)(x^2 - x + 4) \end{aligned}$$

(3) $x^3 + 3x^2 + 3x + 1$

$$= (x+1)^3$$

4 次の式を因数分解せよ。

(1) $xy - yz + zu - xz$

$$\begin{aligned} &= y(x-z) - u(x-z) \\ &= (x-z)(y-u) \end{aligned}$$

(2) $x^2y + y^2z - y^3 - x^2z$

$$\begin{aligned} &= x^2(y-z) - y^2(y-z) \\ &= (y-z)(x^2 - y^2) \\ &= (y-z)(x+y)(x-y) \end{aligned}$$

5 次の式を因数分解せよ。

(1) $x^2 + (2y-1)x + y(y-1)$

$$\begin{aligned} &= (x+y)\{x+(y-1)\} \\ &= (x+y)(x+y-1) \end{aligned}$$

$M(x^2 + 2x + 4) - 3xM$

$$\begin{aligned} &= M\{(x^2 + 2x + 4) - 3x\} \\ &= M(x^2 - x + 4) \end{aligned}$$

$zu - ux$

$$\begin{aligned} &= -ux + zu \\ &= -u(x-z) \end{aligned}$$

$ym - um$

$$\begin{aligned} &= m(y-u) \\ &= y^2z - y^3 \\ &= -y^3 + y^2z \\ &= -y^2(y-z) \end{aligned}$$

$x^2M - y^2M$

$$= M(x^2 - y^2)$$

(2) $x^2 - xy - 2y^2 + 2x - 7y - 3$

$$\begin{aligned} &= x^2 + (-y+2)x - (2y^2 + 7y + 3) \\ &= x^2 + (-y+2)x - (2y+1)(y+3) \\ &= \{x - (2y+1)\} \{x + (y+3)\} \\ &= (x-2y-1)(x+y+3) \end{aligned}$$

(3) $6x^2 + 5xy - 6y^2 + x - 5y - 1$

$$\begin{aligned} &= 6x^2 + (5y+1)x - (6y^2 + 5y + 1) \\ &= 6x^2 + (5y+1)x - (2y+1)(3y+1) \\ &= \{2x + (3y+1)\} \{3x - (2y+1)\} \\ &= (2x+3y+1)(3x-2y-1) \end{aligned}$$

6 次の式を因数分解せよ。

(1) $a^2(b-c) + b^2(c-a) + c^2(a-b)$

$$\begin{aligned} &= (b-c)a^2 - ab^2 + ac^2 + b^2c - bc^2 \\ &= (b-c)a^2 - a(b^2 - c^2) + bc(b-c) \\ &= (b-c)a^2 - (b+c)(b-c)a + bc(b-c) \\ &= (b-c)\{a^2 - (b+c)a + bc\} \\ &= (b-c)(a-b)(a-c) \end{aligned}$$

(2) $(a+b)(b+c)(c+a) + abc$

$$\begin{aligned} &= (b+c)(ac + a^2 + bc + ab) + abc \\ &= (b+c)a^2 + (b+c)a + bc \\ &= (b+c)a^2 + \{(b+c)^2 + bc\}a + bc(b+c) \\ &= \{(b+c)a + bc\} \{a + (b+c)\} \\ &= (ab+ca+bc)(a+b+c) \end{aligned}$$

① 次の式を因数分解せよ。

$$\begin{aligned} (1) \quad & x^2y - 2x^2z + 2y^2z - xy^2 \quad [x] 2 [y] 2 [(z)] 1 \\ & = -2z(x^2 - y^2) + x^2y - xy^2 - 14x^2 + 14y^2 \\ & = -2z(x+y)(x-y) + xy(x-y) - 14(x^2 - y^2) \\ & = (x-y) \{ -2z(x+y) + xy \} \\ & = (x-y)(-2zx - 2yz + xy) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad & 2x^2 + 5xy + 2y^2 + 5x + y - 3 \quad [x] 2 [y] 2 \\ & = 2x^2 + (5y+5)x + 2y^2 + y - 3 \quad \begin{array}{l} 2 \times 3 \rightarrow 3 \\ -1 \times -1 \rightarrow -2 \end{array} \\ & = 2x^2 + (5y+5)x + (2y+3)(y-1) \quad \begin{array}{l} 2 \times -3 \rightarrow -6 \\ 1 \times -1 \rightarrow -1 \end{array} \\ & = \{ 2x + (y+1) \} \{ x + (2y+3) \} \quad \begin{array}{l} 2 \times 1 \rightarrow 2 \\ 1 \times -1 \rightarrow -1 \end{array} \\ & = (2x+y-1)(x+2y+3) \quad \begin{array}{l} 2 \times 3 \rightarrow 6 \\ 1 \times -1 \rightarrow -1 \end{array} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \quad & a^2b + c + b^2c + a + c^2a + b + 2abc \quad [a] 2 [b] 2 [c] 2 \\ & = (b+c)a^2 + (b^2+2bc+c^2)a + b^2c + bc^2 \\ & = (b+c)a^2 + (b+c)^2a + bc(b+c) \\ & = (b+c) \{ a^2 + (b+c)a + bc \} \\ & = (b+c)(a+b)(a+c) \end{aligned}$$

② 次の式を因数分解せよ。

$$\begin{aligned} (1) \quad & (x+1)(x+2)(x+3)(x+4) - 24 \\ & = \frac{x^2+5x+4}{M} \times \frac{x^2+7x+6}{M} - 24 \\ & = (x^2+5x)^2 + 10(x^2+5x) + 24 - 24 \\ & = (x^2+5x) \{ (x^2+5x) + 10 \} \quad M^2 + 10M \\ & = x(x+5)(x^2+5x+10) \quad = M(M+10) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad & (1) \quad x^4 + 3x^2 + 4 \quad M^2 + 4M + 4 - 11 \\ & = x^4 + 4x^2 + 4 - x^2 - 11 \quad = (M+2)^2 - M \\ & = (x^2+2)^2 - x^2 \quad A^2 - B^2 \\ & = (x^2+2+x)(x^2+2-x) \quad = (A+B)(A-B) \\ & = (x^2+x+2)(x^2-x+2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad & x^4 + 64 \\ & = x^4 + 16x^2 + 64 - 16x^2 \\ & = (x^2+8)^2 - (4x)^2 \\ & = (x^2+8+4x)(x^2+8-4x) \\ & = (x^2+4x+8)(x^2-4x+8) \end{aligned}$$

③ 次の式を因数分解せよ。

$$\begin{aligned} (1) \quad & (xy+1)(x+1)(y+1) + xy \\ & = (xy+1) \{ (xy+1) + (x+y) \} + xy \\ & = (xy+1)^2 + (x+y)(xy+1) + xy \\ & = \{ (xy+1) + x \} \{ (xy+1) + y \} \quad M^2 + (x+y)M + xy \\ & = (x^2+yx+1)(x^2+y+1) \quad = (M+x)(M+y) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad & (x-1)(x-3)(x-5)(x-7) + 15 \\ & = (x^2-8x+7)(x^2-8x+15) + 15 \\ & = (x^2-8x)^2 + 22(x^2-8x) + 120 \\ & = \{ (x^2-8x) + 10 \} \{ (x^2-8x) + 12 \} \\ & = (x^2-8x+10)(x^2-8x+12) \\ & = (x^2-8x+10)(x-2)(x-6) \end{aligned}$$

④ 次の式を因数分解せよ。

$$\begin{aligned} (1) \quad & x^4 - 7x^2y^2 + y^4 \quad A^2 - B^2 \\ & = x^4 + 2x^2y^2 + y^4 - 9x^2y^2 \quad A^2 - B^2 \\ & = (x^2+y^2)^2 - (3xy)^2 \quad = (A+B)(A-B) \\ & = \{ (x^2+y^2) + 3xy \} \{ (x^2+y^2) - 3xy \} \\ & = (x^2+3xy+y^2)(x^2-3xy+y^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad & x^4 + 4 \\ & = (x^2)^2 + 4x^2 + 4 - 4x^2 \\ & = (x^2+2)^2 - (2x)^2 \\ & = \{ (x^2+2) + 2x \} \{ (x^2+2) - 2x \} \\ & = (x^2+2x+2)(x^2-2x+2) \end{aligned}$$

⑤ 次の式を因数分解せよ。

$$\begin{aligned} (1) \quad & (a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 \\ & = (a^3 - 3ab^2 + 3ab^2 - b^3) + (b^3 - 3bc^2 + 3bc^2 - c^3) \\ & \quad + (c^3 - 3c^2a + 3ca^2 - a^3) \\ & = -3a^2b + 3ca^2 + 3ab^2 - 3c^2a - 3b^2c + 3bc^2 \\ & = -3a^2(b-c) + 3a(b^2-c^2) - 3bc(b-c) \\ & \quad (b+c)(b-c) \\ & = -3(b-c) \{ a^2 - (b+c)a + bc \} \\ & = -3(b-c)(a-b)(a-c) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad & a^3 - 7a^2 - 8 \\ & = (a^3+1)(a^3-8) \quad M^2 - 7M - 8 \\ & \quad = (M+1)(M-8) \\ & = (a+1)(a^2-a+1)(a-2)(a^2+2a+4) \end{aligned}$$